

Задача 1. В кутия има 3 червени и 4 зелени топки. Избираме произволна топка; ако е червена я премахваме от кутията, а ако е зелена я връщаме в кутията. Повтаряме експеримента докато извадим всички червени топки. Нека X_n е броя на червените топки в кутията след n -тия експеримент.

- а) Да се намери матрицата на преходните вероятности. Да се обясни как се получават вероятностите от втория ред на матрицата.
- б) Да се изобрази с граф и да се класифицират състоянията.
- в) Да се намери граничното разпределение.

Задача 2. Дадена е Марковска верига с матрица на преходните вероятности:

$$\begin{pmatrix} 1/5 & 4/5 & 0 \\ 3/7 & 4/7 & 0 \\ 0 & 3/8 & 5/8 \end{pmatrix}$$

Да се намери граничното разпределение.

Задача 3. В офис на фирма има принтер. При изразходване на тонера, той веднага се сменя с нов. Предполагаме, че времето между две смени е експоненциално разпределено със средно 30 дни.

- а) Ако през първите 50 дни има една смяна, каква е вероятността тя да е през първите 20 дни?
- б) Ако през първите 60 дни има 3 смени, каква е вероятността точно 2 от тях да са през първите 30 дни?
- в) Ако през първите 50 дни няма смяна, да се намери очакваното време до втората смяна.
- г) Ако през първите 90 дни има 2 смени, да се намери очаквания брой смени за първите 120 дни.
- д) Да се намери вероятността времето между първата и втората смяна да е повече от 30 дни.
- е) Ако първата смяна е на 50-тия ден, каква е вероятността в следващите 30 дни тонера да не се изразходи?
- ж) Ако цената на един тонер е сл.в. със средно 100 лв. и дисперсия 50 лв. да се намери очакването и дисперсията на сумата, която фирмата трябва да плати за тонери една година.

Задача 4. Нека $N(t)$ е Поасонов процес със степен λ . Намерете:

- а) $P\{N(3) = 1, N(5) = 6\}$
- б) $P\{N(5) = 6 \mid N(3) = 1\}$
- в) $E(N(7) \mid N(6) = 4)$
- г) $P\{N(9) = N(11)\}$