

Зад.1 Намерете: а) $t_{0.05}$ за 5 степени на свобода (с.с.) б) $t_{0.025}$ за 8 с.с. в) $t_{0.10}$ за 18 с.с. г) $t_{0.025}$ за 30 с.с.

Отговор: а) 2.015 б) 2.306 в) 1.330 г) ≈ 1.960

Зад.2 Намерете t_α , при условие $P(t > t_\alpha) = \alpha$: а) $\alpha = 0.10$, 12 с.с. б) $\alpha = 0.01$, 25 с.с. в) $\alpha = 0.05$, 16 с.с. г) $\alpha = 0.025$, 7 с.с.

Отговор: а) 1.356 б) 2.485 в) 1.746 г) 2.365

Зад.3 Случайна извадка от $n = 12$ наблюдения от нормална популация ни дава: $\bar{x} = 47.1$, $s^2 = 4.7$

а) тествайте $H_0 : \mu = 48$ срещу $H_a : \mu \neq 48$ при $\alpha = 0.1$.

б) колко е наблюдаваното ниво на значимост (observed significance level, p-value)?

в) намерете 90% доверителен интервал за популационното средно. Интерпретирайте.

Отговор: а) $t = -1.438$, не отхвърляме H_0 б) $0.1 < p\text{-value} < 0.2$ в) (45.976, 48.224)

Зад.4 Случайна извадка от $n = 10$ наблюдения от нормална популация е следната:

7.4 7.1 6.5 7.5 7.6 6.3 6.9 7.7 6.5 7.0

а) намерете средното и стандартното отклонение на тези данни;

б) намерете 99% доверителен интервал за популационното средно. Интерпретирайте.

в) тествайте $H_0 : \mu = 7.5$ срещу $H_a : \mu < 7.5$ при $\alpha = 0.01$.

Отговор: а) 7.05, 0.4994 б) (6.537, 7.563) в) $t = -2.849$, отхвърляме H_0

Зад.5 Независими случайни извадки са избрани от нормални популации 1 и 2 с големина съответно 4 и 5. Данните са следните:

Популация 1	Популация 2
12	14
3	7
8	7
5	9
	6

а) пресметнете s^2 , обобщената оценка (pooled estimator) за σ^2

б) намерете 90% доверителен интервал за разликата в популационните средни.

в) тествайте $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$ срещу $H_a : \mu_1 - \mu_2 > 0$ при $\alpha = 0.05$.

Отговор: а) 12.4571 б) (-6.087, 2.887) в) $t = -0.6761$, не отхвърляме H_0

Зад.6 Независими случайни извадки са избрани от нормални популации 1 и 2 с равни дисперсии. Големините на извадките, средните и дисперсиите са дадени в следната таблица:

	Популация 1	Популация 2
Големина на извадката	16	13
Извадъчно средно	34.6	32.2
Извадъчна дисперсия	4.8	5.9

а) искаме да установим има ли разлика в популационните средни. Напишете нулевата и алтернативната хипотеза, които ще използвате за теста;

б) намерете областта на отхвърляне за теста в а) при $\alpha = 0.1$;

в) намерете стойността на тест статистиката;

г) намерете приближение на наблюдаваното ниво на значимост (observed significance level, p-value);

д) тествайте и направете заключения

е) намерете 90% доверителен интервал за разликата в популационните средни $\mu_1 - \mu_2$.

Отговор: а) $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0, H_a : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ б) $|t| > 1.703$ в) $t = 2.795$ г) $p\text{-value} < 0.01$ д) отхвърляме H_0 е) (0.938, 3.862)

Зад.7 Учен иска да установи ефектът на вода за уста против натрупването на плака по зъбите. 14 души, чиито зъби са изчистени и полирани, случайно са разпределени в две групи от по 7 човека. На двете групи е дадено да използват вода за зъби за две седмици. Група 1 използва вода за уста, съдържаща вещество против плака. Група 2 или контролната група използва вода за уста, несъдържаща вещество против плака. Индексът на плака x , мярка за натрупването на плака, е записан на 4-тия, 7-мия и 14-тия ден. Средното и стандартното отклонение за измерванията след 14-тия ден за двете групи са следните:

	Контролна група	Група, третирана с антиплака
Големина на извадката	7	7
Извадъчно средно	1.26	0.78
Извадъчно стандартно отклонение	0.32	0.32

а) напишете нулевата и алтернативната хипотеза, които трябва да се използват за установяване дали водата за уста против плака има ефект.

б) данните представят ли достатъчно доказателства, че водата за уста е ефективна? Направете теста и направете заключение при $\alpha = 0.05$.

в) намерете нивото на значимост на теста.

г) намерете 95% доверителен интервал за разликата в популационните средни $\mu_1 - \mu_2$.

Отговор: а) $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0, H_a : \mu_1 - \mu_2 \geq 0$ б) да, $t = 2.806$ в) $0.005 < p - value < 0.01$ г) (0.107, 0.853)

Зад.8 Изследовател иска да определи средната дебелина на черупката на яйцето на морския таралеж. Дебелината на яйцето е измерена за 10 яйца на морски таралеж. Получени са следните данни: 4.5, 6.1, 3.2, 3.9, 4.7, 5.2, 2.6, 3.7, 4.6, 4.1. Приближете средната дебелина на черупката, използвайки 95% доверителен интервал.

Отговор: (3.545, 4.975)

Зад.9 Записано е времето, необходимо за възстановяване на пациенти, случайно назначени за две различни операции. Данните са следните:

Процедура 1	Процедура 2
$n_1 = 21$	$n_2 = 23$
$\bar{x}_1 = 7.3$	$\bar{x}_2 = 8.9$
$s_1^2 = 1.23$	$s_2^2 = 1.49$

Данните представят ли достатъчно доказателства за разлика между средната продължителност на възстановяване за двата типа операции? Направете теста и направете заключение при $\alpha = 0.05$. Намерете приблизително наблюдаваното ниво на значимост.

Отговор: да, $t = -4.535$, отхвърляме H_0 ; $p - value < 0.01$

Зад.10 Записано е времето, необходимо за усвояване на две лекарства А и В. За всеки тип лекарство са избрани случайно 10 души. Всеки човек получава доза през устата в съответствие с предписаното му лекарство и се записва времето в минути, за което лекарството ще достигне определено ниво в кръвта. Средните и дисперсиите на двете извадки са следните:

Лекарство А	Лекарство В
$\bar{x}_1 = 27.2$	$\bar{x}_2 = 33.5$
$s_1^2 = 16.36$	$s_2^2 = 18.92$

а) данните представят ли достатъчно доказателства за разлика между средното време, необходимо за усвояване за двата типа лекарства? Направете теста и направете заключение при $\alpha = 0.1$. Намерете приблизително наблюдаваното ниво на значимост.

б) намерете 95% доверителен интервал за разликата в средните времена, необходими за усвояване на лекарствата.

Отговор: а) да, $t = -3.354$, отхвърляме H_0 ; $p - value < 0.01$ б) $(-10, 246, -2.354)$