

**Зад.1** Искаме да тестваме дали средното производство на химичен препарат в химически завод  $\mu$  е 880 тона срещу това дали е различно от 880 тона с ниво на съгласие  $\alpha = 0.05$ . Дневното производство, записано за 50 дни, дава средно 871 тона и стандартно отклонение 21 тона.

Отговор:  $z = -3.03$

**Зад.2** Пресметнете грешката от втори род  $\beta$  и мощността на теста  $1 - \beta$ , когато средното дневно производство  $\mu$  е 870 тона. (885)

Отговор:  $\beta = 0.0793, 1 - \beta = 0.9207$

**Зад.3** Случайна извадка от  $n = 35$  наблюдения дава средно  $\bar{x} = 2.4$  и стандартно отклонение 0.29. Проучването има за цел да покаже, че популационното средно  $\mu$  надвишава 2.3.

- а) напишете нулевата и алтернативната хипотеза на този тест;
- б) едностранен или двустранен е тестът;
- в) напишете областта на отхвърляне при  $\alpha = 0.05$ .
- г) намерете критичната стойност на извадъчното средно, необходима за отхвърлянето на  $H_0$
- д) пресметнете  $\beta = P[\text{не отхвърляме } H_0, \text{ когато } \mu = 2.4]$ .

**Зад.4** Високата степен на заетост на местата в редовните полети е от съществено значение за рентабилност. Предполагаме, че редовните полети трябва средно да имат заетост на местата поне 60%, за да са рентабилни. Изследването на 120 редовни полета в 10:00 часа от Атланта до Далас показват средна заетост на местата за полет 58% и стандартно отклонение 11%.

а) ако  $\mu$  е средната заетост на местата за полет и ако компанията иска да определи дали редовният полет е рентабилен или не, запишете нулевата и алтернативната хипотеза.

б) тестът едностранен или двустранен е?

в) тествайте с  $\alpha = 0.1$ .

Отговор: а) б) едностранен в) да,  $z = -1.992$

**Зад.5** Факторът рН е мярка за киселинност или алкалност на водата. При 7.0 е неутрална, стойности по-големи от 7.0 говорят за алкалност, тези под 7.0 свидетелстват за киселинност. Loren Hill твърди, че най-добрият шанс за хващане на костур е когато рН на водата е между 7.5 и 7.9. Предполагаме, че подозиращ, че киселинен дъжд понижава рН на твоето любимо място за риболов и искаш да определиш дали рН е по-малко от 7.5.

а) запишете нулевата и алтернативната хипотеза. Едностранен или двустранен е тестът?

б) случайна извадка от 30 проби дава рН отчитане  $\bar{x} = 7.3$ ,  $s = 0.2$ . Направете статистическия тест в а), използвайки  $\alpha = 0.05$ .

Отговор: а) едностранен б)  $z = -5.477$

**Зад.6** Производител на лекарства твърди, че средната ефикасност на един от неговите антибиотици е 80%. Случайна извадка от  $n = 100$  капсули е тествана и дава средно  $\bar{x} = 79.7\%$ , и стандартно отклонение  $s = 0.8\%$ . Данните оборват ли твърдението? Нека  $\alpha = 0.05$ .

а) напишете нулевата и алтернативната хипотеза на този тест;

б) направете теста и направете заключение.

Отговор: б)  $z = -3.75$

**Зад.7** Случайна извадка от 1250 американци дават резултат от 65.4 точки за индекс на превенция от възможни 100 точки. Ако средният индекс на превенция през 1984 е бил 61.5 със стандартно отклонение приблизително 12 точки, данните представят ли достатъчно доказателства, че средният резултат за всички американци е по-голям сега, отколкото е бил през 1984? Използвайте  $\alpha = 0.05$ .

Отговор: да,  $z = 11.49$

**Зад.8** Изследване в университета, направено да установи дали притежаването на кола влияе на академичните постижения е базирано на две независими извадки от 100 студента. За  $n_1 = 100$  непритежатели на кола имат средно и стандартно отклонение  $\bar{x}_1 = 2.70$ ,  $s_1^2 = 0.36$ , докато  $n_2 = 100$  притежатели на кола  $\bar{x}_2 = 2.54$ ,  $s_2^2 = 0.40$ . Данните представят ли достатъчно доказателства за разлика в средните оценки между притежателите и непритежателите на кола? Тествайте, използвайки  $\alpha = 0.1$ .

**Зад.9** Независими случайни извадки са избрани от популации 1 и 2. Популационните параметри, извадъчните средни и извадъчните дисперсии са дадени в следната таблица:

|                        | Популация 1  | Популация 2  |
|------------------------|--------------|--------------|
| Популационно средно    | $\mu_1$      | $\mu_2$      |
| Популационна дисперсия | $\sigma_1^2$ | $\sigma_2^2$ |
| Големина на извадката  | 80           | 80           |
| Извадъчно средно       | 11.6         | 9.7          |
| Извадъчна дисперсия    | 27.9         | 38.4         |

а) напишете нулевата и алтернативната хипотеза за статистически тест, при който искаме да покажем, че популационното средно на популация 1 е по-голямо от популационното средно на популация 2;

б) тестът в а) едностранен или двустранен е?

в) напишете тест-статистиката за теста в а) и областта на отхвърляне при  $\alpha = 0.1$ .

**Зад.10** Независими случайни извадки са избрани от популации 1 и 2. Популационните параметри, извадъчните средни и извадъчните дисперсии са дадени в следната таблица:

|                        | Популация 1  | Популация 2  |
|------------------------|--------------|--------------|
| Популационно средно    | $\mu_1$      | $\mu_2$      |
| Популационна дисперсия | $\sigma_1^2$ | $\sigma_2^2$ |
| Големина на извадката  | 36           | 45           |
| Извадъчно средно       | 1.24         | 1.31         |
| Извадъчна дисперсия    | 0.0560       | 0.0540       |

а) ако изследването се прави с цел да се установи разлика в популационните средни, напишете нулевата и алтернативната хипотеза за статистически тест;

б) тестът в а) едностранен или двустранен е?

в) напишете тест-статистиката за теста в а) и областта на отхвърляне при  $\alpha = 0.05$ .

Отговор: а)  $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0, H_a : \mu_1 - \mu_2 \neq 0$ , б) двустранен в) не отхвърляме  $H_0, z = -1.334$

**Зад.11** Планиран е експеримент за сравняване на средното време (в дни), необходимо за възстановяване от настинка за лица, на които е давано 4 мг витамин С срещу тези, на които не е давано вит. С. Предполагаме, че 35 възрастни са случайно избрани за всяка група и че средните времена за възстановяване и стандартните отклонения за двете групи са както следва:

|                                 | без вит. С | 4 мг. вит. С |
|---------------------------------|------------|--------------|
| Големина на извадката           | 35         | 35           |
| Извадъчно средно                | 6.9        | 5.8          |
| Извадъчно стандартно отклонение | 2.9        | 1.2          |
| Популационно средно             | $\mu_1$    | $\mu_2$      |

а) предполагаме, че изследването има за цел да покаже, че приемът на вит. С намалява средното време, необходимо за възстановяване от настинка и нейните усложнения. Напишете нулевата и алтернативната хипотеза на този тест, едностранен или двустранен е?

б) направете теста и направете заключение при  $\alpha = 0.05$ .

Отговор: а)  $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0, H_a : \mu_1 - \mu_2 > 0$ , едностранен б) отхвърляме  $H_0, z = 2.074$

**Зад.12** Група психолози искат да установят дали е по-трудно да се създават приятелства в голям град отколкото в малък. Две групи от новоприети студенти са включени в изследването: 45 в частен университет в Ню Йорк и 47 в престижен университет, разположен в град в селски район с 31000 души население. Броят на приятелите (повече от познанства), направени от всеки студент са записани в края на втория месец и след това отново в края на седмия месец. Извадките след седмия месец са следните:

|                             | Ню Йорк | малък град в селски район |
|-----------------------------|---------|---------------------------|
| Големина на извадката       | 45      | 47                        |
| Извадъчно средно (7 месеца) | 5.1     | 5.3                       |
| Популационно средно         | $\mu_1$ | $\mu_2$                   |

а) ако теорията е, че е по-трудно да се завързват приятелства в големия град, отколкото в малкия, напишете какъв би бил статистическият тест.

б) предполагаме, че  $\sigma_1 = 2.2$  и  $\sigma_2 = 2.3$  за популациите „брой приятелства“, създадени от новоприети студенти след седем месеца в ново местоположение. Данните представят ли достатъчно доказателства, че средният брой приятелства, спечелени след 7 месеца се различават за двете местоположения. Направете теста и направете заключение при  $\alpha = 0.05$ .

Отговор: а)  $H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0, H_a : \mu_1 - \mu_2 < 0$  б) не,  $z = -0.426$