

Понятия и формули:

- Популационно средно μ

- Точкова оценка: $\bar{x}$

- Граница на грешката на оценката: $1.96\sigma_{\bar{x}} = 1.96\frac{\sigma}{\sqrt{n}}$

Ако големината на извадката n е ≥ 30 и не ни е известно σ , можем да използваме извадъчното стандартно отклонение s за негова оценка.

- $(1 - \alpha)100\%$ доверителен интервал за популационното средно μ : $\bar{x} \pm z_{(1-\alpha/2)} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$, където $z_{(1-\alpha/2)}$ е $(1 - \alpha/2)$ квантил на стандартно нормално разпределение

- Разлика на две популационни средни $\mu_1 - \mu_2$

- Точкова оценка: $\bar{x}_1 - \bar{x}_2$

- Граница на грешката на оценката: $1.96\sigma_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = 1.96\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$

Ако големините на извадките n_1 и n_2 са по-големи или равни на 30 и дисперсиите σ_1^2 и σ_2^2 са неизвестни, можем да използваме извадъчните дисперсии s_1^2 и s_2^2 за техни оценки.

- $(1 - \alpha)100\%$ доверителен интервал за разлика на две популационни средни $\mu_1 - \mu_2$:

$(\bar{x}_1 - \bar{x}_2) \pm z_{(1-\alpha/2)}\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{n_1} + \frac{\sigma_2^2}{n_2}}$, където $z_{(1-\alpha/2)}$ е $(1 - \alpha/2)$ квантил на стандартно нормално разпределение

Зад.1 Искаме да оценим средното производство на химичен препарат в химически завод. Дневното производство, записано за 50 дни, дава средно 871 тона и стандартно отклонение 21 тона. Оценете средното дневно производство μ . Намерете 90%-тен доверителен интервал за средното дневно производство μ .

Отговор: $\bar{x} = 871, 1.96\sigma_{\bar{x}} = 5.82, (866.11, 875.89)$

Зад.2 Намерете границата на грешката на оценката (bound on the error of estimating) за популационното средно μ , ако: а) $n = 20, \sigma^2 = 4$; б) $n = 100, \sigma^2 = 0.9$; в) $n = 50, \sigma^2 = 12$.

Отговор: а) 0.877; б) 0.186; в) 0.960

Зад.3 Намерете и интерпретирайте 95%-тен доверителен интервал за популационното средно μ , ако:

а) $n = 36, \bar{x} = 13.1, s^2 = 3.42$; б) $n = 64, \bar{x} = 2.73, s^2 = 0.1047$.

Отговор: а) (12.496, 13.704); б) (2.651, 2.809)

Зад.4 Намерете и интерпретирайте 90%-тен доверителен интервал за популационното средно μ , ако:

а) $n = 125, \bar{x} = 0.84, s^2 = 0.086$; б) $n = 50, \bar{x} = 21.9, s^2 = 3.44$;

тговор: а) (0.797, 0.883); б) (21.469, 22.331)

Зад.5 Намерете и интерпретирайте $(1 - \alpha)100\%$ доверителен интервал за популационното средно μ , ако:

а) $\alpha = 0.01, n = 38, \bar{x} = 34, s^2 = 12$; б) $\alpha = 0.1, n = 65, \bar{x} = 1049, s^2 = 51$;

в) $\alpha = 0.05, n = 89, \bar{x} = 66.3, s^2 = 2.48$.

Отговор: а) (32.550, 35.450) ; б) (1047.543, 1050.457) ; в) (65.973, 66.627)

Зад.6 Случайна извадка от n наблюдения е избрана от популация с неизвестно средно μ и известно стандартно отклонение $\sigma = 10$. Пресметнете ширината на 95%-тен доверителен интервал за популационното средно μ , когато: а) $n = 100$; б) $n = 200$; в) $n = 400$.

Отговор: а) 3.92; б) 2.772; в) 1.96

Зад.7 Сравняването на качеството на два типа автомобилни гуми е получено чрез тестването на път на $n_1 = n_2 = 100$ гуми от всеки тип. Милите, докато гумите се износят, са дадени по-долу. Оценете $(\mu_1 - \mu_2)$, разликата в средните мили за износване, и напишете границата на грешката на оценката.

Гуми тип 1	Гуми тип 2
$\bar{x}_1 = 26400$ мили	$\bar{x}_2 = 25100$ мили
$s_1^2 = 1440000$	$s_2^2 = 1960000$

Отговор: $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = 1300, 1.96\sigma_{(\bar{x}_1 - \bar{x}_2)} = 361.4$

Зад.8 Намерете 99%-тен доверителен интервал за разликата на средните мили за износване на автомобилните гуми от предишната задача.

Отговор: (824.2, 1775.8)

Зад.9 Независими случайни извадки са избрани от популации 1 и 2. Големините на извадките, средните и дисперсиите са дадени в следната таблица:

	Популация 1	Популация 2
Големина на извадката	35	49
Извадъчно средно	12.7	7.4
Извадъчна дисперсия	1.38	4.14

Намерете границата на грешката на оценката за разликата на популационните средни ($\mu_1 - \mu_2$). Постройте 95% доверителен интервал за разликата на популационните средни и интерпретирайте резултата.

Отговор: 0.690, (4.610 , 5.990)

Зад.10 Независими случайни извадки са избрани от популации 1 и 2. Големините на извадките, средните и дисперсиите са дадени в следната таблица:

	Популация 1	Популация 2
Големина на извадката	64	64
Извадъчно средно	2.9	5.1
Извадъчна дисперсия	0.83	1.67

а) намерете 90% доверителен интервал за разликата на популационните средни и интерпретирайте резултата;

б) намерете 99% доверителен интервал за разликата на популационните средни и интерпретирайте резултата.

Отговор: а) (-2.525,-1.875) б) (-2.710,-1.690)

Зад.11 Направено е изследване с цел да се сравнят средният брой спешни обаждания в полицията за една 8-часова смяна в два различни района на един голям град. Направени са случайни извадки от по 100 8-часови смени за всеки от двата района и е определен броят повиквания за всяка смяна. Извадковите статистики са, както следва:

	район 1	район 2
обем на извадката	100	100
извадково средно	2.4	3.1
извадкова дисперсия	1.44	2.64

Намерете 90% доверителен интервал за разликата между средния брой спешни повиквания за една 8-часова смяна на двата района на града. Интерпретирайте интервала.

Отговор: (-1.032,-0.368)