

Идеал: Нека  $R$  е пръстен и  $I$  е непразно подмножество на  $R$ .

Ще казваме, че  $I$  е ляв (десен) идеал на  $R$ , ако:

- 1)  $\forall a, b \in I \Rightarrow a - b \in I$
- 2)  $a \in I, z \in R \Rightarrow za \in I$  ( $az \in I$ )

Ако  $I$  е ляв и десен идеал  $\Rightarrow I$  е двустранен идеал ( $I \trianglelefteq R$ )

Твърдение 1:  $R$  е комутативен пръстен с  $1$ . Тогава  $R$  е поле  $\Leftrightarrow R$  няма нетривиални идеали.

Теорема за хомоморфизмите: Нека  $\varphi: R \rightarrow R'$  е хомоморфизъм на пръстен и  $I = \text{Ker } \varphi$ . Тогава  $I \trianglelefteq R$  и  $R/I \cong \text{Im } \varphi$

Твърдение: Нека  $R$  е комутативен пръстен с единица.

Да се докаже, че:

- а)  $M$ -идеал на  $R$  е максимален  $\Leftrightarrow R/M$  е поле
- б)  $P$ -идеал на  $R$  е прост  $\Leftrightarrow R/P$  е област

Максимален идеал:  $I$  наричаме максимален идеал, ако не съществува друг собствен идеал  $J: I \subset J$

Прост идеал: (Собствен идеал): Ако  $a, b \in R$ , ако  $ab \in I$  следва, че поне от  $a$  и  $b$  принадлежи на  $I$ .

Главен идеал: Пороген от един елемент  $a$  на комутативен пръстен с единица  $R$  ( $(a) = \{az \mid z \in R\}$ )