

Анализ 1, домашна работа №1

Краен срок за изпращане по електронна поща – 23:59:59 ЕЕТ 04.11.2012

1. Пресметнете (*c N* е означен факутетният Ви номер):

а) $\arcsin\left(\sin\frac{N\pi}{7}\right)$; б) $\arccos\left(\cos\left(-\frac{N\pi}{5}\right)\right)$.

2. Пресметнете:

а) $\sin \operatorname{arctg} \frac{4}{3} - \cos \operatorname{arctg} \frac{12}{5}$; б) $\operatorname{arctg} \pi + \arccos\left(-\frac{1}{2}\right) - \operatorname{arctg}(-\pi)$;

в) $\sin\left(2 \operatorname{arctg} \sqrt{7}\right) - \cos\left(2 \operatorname{arctg} \sqrt{15}\right)$.

3. Решете уравнението: $\arccos x = \operatorname{arctg} x$.

4. Решете неравенството: $\arccos x < \arcsin x$.

5. Дадена е функцията $f(x) = |x| - 1$.

Полагаме $f_1(x) = f(x)$, $f_{n+1}(x) = f(f_n(x))$.

а) Решете уравнението $5|f_5(x)| = 1$;

б) Решете уравнението $2|f_N(x)| = 1$ (*c N* е означен факутетният Ви номер);

в) За кои стойности на *k* уравнението $f_{2012}(x) = k(2x + 1)$ има максимален брой решения?

6. Докажете, че за всяко естествено число *n* е изпълнено:

а) $1^3 + 2^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$;

б) $1^5 + 2^5 + \dots + n^5 = \frac{n^2(n+1)^2(2n^2+2n-1)}{12}$;

в) $1.2.3.4.5 + 2.3.4.5.6 + \dots + n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4) =$
 $= \frac{n(n+1)(n+2)(n+3)(n+4)(n+5)}{6}$.

7. Докажете неравенствата:

а) $\frac{1}{n+1} < \frac{1.3.5 \dots (2n-1)}{2.4.6 \dots (2n)} < \frac{1}{\sqrt{3n+1}}$ за $n \geq 2$;

б) $\left(1 + \frac{1}{n+1}\right)^{n+2} < \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n+1}$ (подказване: приложете неравенството на Бернули).