

|          |          |       |       |      |             |
|----------|----------|-------|-------|------|-------------|
| вариант  | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
| <b>1</b> |          |       |       |      |             |
| Име:     |          |       |       |      |             |

**ПЪРВИ ТЕСТ ПО ДИСКРЕТНИ СТРУКТУРИ 1**  
 спец. Софтуерно инженерство  
 29.11.2013 г.

**Задача 1.** Ако трябва да се докаже с метода на математическата индукция, че

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{2^k} = 2 - \frac{1}{2^n}$$

за всяко естествено число  $n$ , то посочете:

1. (10 т.) кое е твърденето, за което се доказва с индукция, че е вярно за всяко  $n$ ;
2. (10 т.) кое е твърдението, което се доказва в базата на индукцията;
3. (10 т.) кое е твърдението, което се доказва при индукционната стъпка.

**Задача 2.** Дадени са множествата  $A = \{\emptyset, \{2, 4\}, 3, 5\}$ ,  $B = \{\{\emptyset\}, \{2, 4\}\}$ .

1. (10 т.) Вярно ли е, че  $A \subseteq B$ ? Вярно ли е, че  $B \subseteq A$ ? Намерете  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $A \setminus B$ ,  $A \times (A \setminus B)$ .
2. (10 т.) Вярна ли е импликацията  $B \setminus A = \emptyset \implies \emptyset \subseteq A$  и защо?

**Задача 3.** (10 т.) Докажете, че за произволни множества  $A$  и  $B$  от  $A \subseteq B$  следва  $A \times (A \cup B) \subseteq (A \cap B) \times B$ .

**Задача 4.** Нека  $R \subseteq (2^{\mathbb{N}} \times 2^{\mathbb{N}})^2$  е релацията над двойки от множества от естествени числа, за която:

$$\langle X_1, X_2 \rangle R \langle Y_1, Y_2 \rangle \iff X_1 \subsetneq Y_1 \text{ или } (X_1 = Y_1 \text{ и } X_2 \subseteq Y_2)$$

Проверете дали:

1. (10 т.)  $R$  е рефлексивна.
2. (10 т.)  $R$  е симетрична.
3. (10 т.)  $R$  е антисиметрична.
4. (10 т.)  $R$  е транзитивна.

Въз основа на така направените разсъждения, може да заключим, че:

1.  $R$  е релация на еквивалентност.
2.  $R$  не е релация на еквивалентност.
3.  $R$  е частична наредба.
4.  $R$  не е частична наредба.

(отбележете верните!) (10 т.)

**Задача 5.** Нека  $\mathcal{A} = \{\text{Андрей, Григорий, 2, } b, 3\}$  и  $R$  е релацията:

$$\{(\text{Андрей, Андрей}), (\text{Андрей, 2}), (\text{Андрей, 3}), (\text{Григорий, Григорий}), (\text{Григорий, } b), (2, \text{Андрей}), (2, 2), (2, 3), (b, \text{Григорий}), (b, b), (3, \text{Андрей}), (3, 2), (3, 3)\}$$

Ако се знае, че  $R$  е релация на еквивалентност, определете:

1. (10 т.) класа на еквивалентност на елемента Андрей;
2. (10 т.) индекса на релацията  $R$ ?

**Задача 6.** Дадена е рекурентната зависимост:

$$a_0 = 1, \quad a_2 = 3 \\ a_{n+2} = 8a_{n+1} - 15a_n,$$

1. (10 т.) определете характеристичното уравнение на горната рекурентна зависимост;
2. (10 т.) намерете общия вид на решението на рекурентната зависимост;
3. (10 т.) Как ще намерите решението, което удовлетворява началните условия  $a_0 = 1, a_2 = 3$ ? (не е нужно да го намирате!)

За успешното изкарване на теста са необходими и достатъчни 130 т.

|          |          |       |       |      |             |
|----------|----------|-------|-------|------|-------------|
| вариант  | ф. номер | група | поток | курс | специалност |
| <b>2</b> |          |       |       |      |             |
| Име:     |          |       |       |      |             |

**ПЪРВИ ТЕСТ ПО ДИСКРЕТНИ СТРУКТУРИ 1**  
 спец. Софтуерно инженерство  
 29.11.2013 г.

**Задача 1.** Ако трябва да се докаже с метода на математическата индукция, че

$$\sum_{k=0}^n \frac{1}{3^k} = \frac{3 - \frac{1}{3^n}}{2}$$

за всяко естествено число  $n$ , то посочете:

1. (10 т.) кое е твърденето, за което се доказва с индукция, че е вярно за всяко  $n$ ;
2. (10 т.) кое е твърдението, което се доказва в базата на индукцията;
3. (10 т.) кое е твърдението, което се доказва при индукционната стъпка.

**Задача 2.**  $A = \{\{\emptyset\}, \{1, 3\}, \}$ ,  $B = \{\emptyset, \{1, 3\}, 2, 6\}$ .

1. (10 т.) Вярно ли е, че  $A \subseteq B$ ? Вярно ли е, че  $B \subseteq A$ ? Намерете  $A \cup B$ ,  $A \cap B$ ,  $B \setminus A$ ,  $B \times (B \setminus A)$ .
2. (10 т.) Вярна ли е импликацията  $A \setminus B = \emptyset \implies \emptyset \subseteq B$  и защо?

**Задача 3.** (10 т.) Докажете, че за произволни множества  $A$  и  $B$  от  $A \subseteq B$  следва  $A \times (B \cup A) \subseteq (A \cap B) \times B$ .

**Задача 4.** Нека  $R \subseteq (2^{\mathbb{N}} \times 2^{\mathbb{N}})^2$  е релацията над двойки от множества от естествени числа, за която:

$$\langle X_1, X_2 \rangle R \langle Y_1, Y_2 \rangle \iff (X_1 \subsetneq Y_1 \text{ и } X_2 \subsetneq Y_2) \text{ или } (X_1 = Y_1 \text{ и } X_2 = Y_2)$$

Проверете дали:

1. (10 т.)  $R$  е рефлексивна.
2. (10 т.)  $R$  е симетрична.
3. (10 т.)  $R$  е антисиметрична.
4. (10 т.)  $R$  е транзитивна.

Въз основа на така направените разсъждения, може да заключим, че:

1.  $R$  е релация на еквивалентност.
2.  $R$  не е релация на еквивалентност.
3.  $R$  е частична наредба.
4.  $R$  не е частична наредба.

(отбележете верните!)(10 т.)

**Задача 5.** Нека  $\mathcal{A} = \{\text{Иван}, 3, \text{Митко}, c, 2\}$  и  $R$  е релацията:

$\{(\text{Иван}, \text{Иван}), (\text{Иван}, \text{Митко}), (3, 3), (3, c), (3, 2), (\text{Митко}, \text{Иван}), (\text{Митко}, \text{Митко}), (c, 3), (c, c), (c, 2), (2, 3), (2, c), (2, 2)\}$

Ако се знае, че  $R$  е релация на еквивалентност, определете:

1. (10 т.) класа на еквивалентност на елемента Митко;
2. (10 т.) индекса на релацията  $R$ ?

**Задача 6.** Дадена е рекурентната зависимост:

$$a_0 = 0, \quad a_1 = 1$$
$$a_{n+2} = 10a_{n+1} - 21a_n,$$

1. (10 т.) намерете характеристичното уравнение на горната рекурентна зависимост;
2. (10 т.) напишете общия вид на решението на рекурентното уравнение;
3. (10 т.) Как ще намерите решението, което удовлетворява началните условия  $a_0 = 0, a_2 = 1$ ? (не е нужно да го намирате!)

За успешното изкарване на теста са необходими и достатъчни 130 т.