*Лема 1.* Да допуснем, че системата от вектори ,,.., e линейно зависима и нека където поне един от коефициентите е различен от нула. Ако получаваме линейна зависимост на векторите ,,.., което е противоречие. Ако имаме а=,,.., което отново е противоречие. Следователно системата от вектори ,,.., e линейно независима.

*Теорема 2.* Нека V е крайномерно и dimV=n. Тогава V притежава базис ,,.., състоящ се от n на брой вектора. Нека ,,.., е произволна система от n+1 на брой вектора от V. Тези вектори се изразяват синейно 1рез базисните вектори ,,.., От основната лема следва, че векторите ,,.., са линейно зависими.

Обратното , нека ,,.., независими вектори от V и всеки n+1 на брой вектора от V са линейно зависими. Нека a е произволен вектор от V . Ако а не принадлежи на ,,.., според лема 1 векторите биха били линейно независими-противоречие. Следователно а,,..,. Така векторите ,,.., са линейно независими и всеки вектор a oт V е тяхна линейна комбинация. Следователно тези вектори са базис на V и значи V е крайномерно и dimV=n.

Теорема 3.

От V следва, че поне един от векторите ,,.., е различен от нулевия вектор. Нека например Ако V=, то е базис на V.Нека V. Тогава поне един от векторите ,..,, например не принадлежи на (в противен случай V=,,.., Според лема 1 векторите , са линейно независими. Ако V=l(,то ,образуват базис на V. В противен случай например не принадлежи на , и тогава векторите , са линейно независими. Продължавайки по същия начин, след краен брой стъпки избираме вектори ,,..,, n, които са линейно независими и V=,,.., Следователно тези вектори образуват базис на V

Теорема 4

Нека f, Ако l ,l и (, то ,l .

Доказателство: Нека f=. Ot l и от (, следва l . Тогава ,lт.е. ,l f.

Tеорема 5

Нека char F=0, fна F и .Тогава к-кратен корен на f точно когато f(=f’(=…==0 и

Доказателство: Нека първо к-кратен корен на f. Искаме да докажем, че f(=0 и . Ще проведем индукция по к. Ако к=1 (т.е. е прост корен на f), то f=(x- и g(Tогава f’=g+(x-g’ и f’() Така f(,f’( Нека k и твърдението е вярно за числа по-малки от к. Имаме f= Тогава f’=’)=При това ,

Следователно е (к-1)-кратен корена на полинома f’. Сега твърдението следва от инд.предпол.

Обратното, нека f(=0 и (Нека е

корен на f. Ако и от първата част на теоремата следва -отнво противоречие. Следователно l=k, т.е. e k-kратен орен на f. Теоремата е доказана.

Теорема 6.

*Нека А е област на f=f(е симетричен полином. Тогава същ. Единствен полином g на n променливи с коефициенти от А, такъв че f(=g(*

*Доказателство: Съществуване. Нека а е старшият едночлен на f, тогава Да разгледаме полинома =аToзи полином е едночлен на елеметратните симтрични полиноми и е симетричен полином на*

*Старщите едночлени на са суответно Следва, че стваршият едночлен на а= а*

*Toгава полиномът e симчетричен полином с коефициенти от А и старши*

*Едночлен, по-малък от старшия едночлен на f. Ако , по аналогичен налчин получаваме симетричен полином - с коефициенти от А и старши едночлен, по-малък от старшия едночлен на . Този процес не може да бъде безкраен. За старшие едночлен b на кой да е от получените симетрични полиноми е изп. Тогава броят на всички различни n-орки () e не повече от Следователно след краен брой, например s , стъпки ще получим нулев полином Oт равенствата ,,…,0= следва f== e полином на*