

## Глава 14

### ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НА МАГНИТНО ПОЛЕ С ЕЛЕКТРОН В АТОМ

- § 14.1. Движение на заряд в точково електрично поле и в магнитно поле – прецесия  
*Електрон около ядро и в  $\mathbf{B}$  поле; атом в  $\mathbf{B}$  поле; прецесия на орбитата и ларморовата честота;  $\mathbf{B}$  наклонено; аналогия с пумпала; въртящ се вектор; магнитен дипол и механичен момент; връзка между моментите; извод; закон за въртеливито движение; прецесия; картина.* 340
- § 14.2. Действие на магнитно поле върху електрон в атом  
*Въртене на заряд – кръгов ток; магнитен дипол и магнитният му момент; магнетон на Бор;  $g$ -фактор; спинови и пълен магнитен момент; прецесия на моментите – честоти; енергия на взаимодействието; опит на Щерн и Герлах.* 344
- § 14.3. Взаимодействие на магнитното поле на ядрото с електрон (спин-орбитално взаимодействие) – фина структура  
*Взаимодействие на ядрото със спина на електрона; спин-орбитално взаимодействие – мултиплетност; фина структура; пример – водород; релативистки ефекти; правила за подбор; H-атом; дублети и триплети.* 348
- § 14.4. Нормален и аномален ефект на Зееман  
*Нормален ефект, лоренцовски триплет и спектрални линии при  $S=0$  и  $S \neq 0$ ; аномален ефект на Зееман; взаимодействие на магнитното поле с пълния орбитален момент; разцепване на нивата в слабо магнитно поле.* 352

### ДОПЪЛНИТЕЛНА ЛИТЕРАТУРА

1. Иванов, С., Л. Л. Трайков, *Обща физика, I Класическа физика*, София, Херон прес, 2010, § 55, 37.

2. Иванов, С. Т., Основи на теоретичната и квантовата механика, София, УИ „Св. Кл. Охридски“, 2001, гл. XVII.
3. Сивухин, Д. В., Общий курс физики, т. V-1, Атомная и ядерная физика, Москва, Наука, 1986, § 35 ÷ 41.
4. Гольдин, Л. Л., Г. И. Новикова, Введение в квантовую физику Москва, Наука, 1988, § 22, 23, 26, 27, 33.

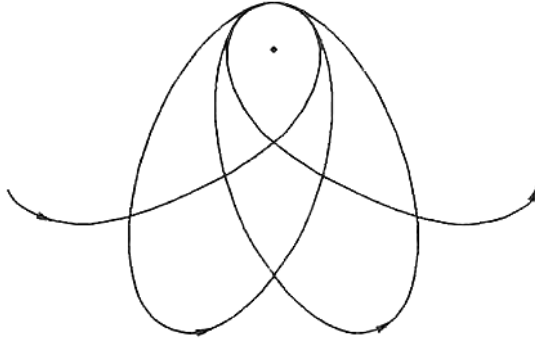
### § 14.1. ДВИЖЕНИЕ НА ЕЛЕКТРОН В ТОЧКОВО ЕЛЕКТРИЧНО ПОЛЕ И В МАГНИТНО ПОЛЕ

Разглеждаме този въпрос, тъй като това е движение на електрона в атома при наложено външно магнитно поле **B**. Под действие на точковото електрично поле на ядрото електронът се движи около него по окръжност или елипса. В общия случай това е елипса. Понеже в атома на водорода има един протон и един електрон, движението на електрона съответства на анализирания случай. Опитът показва, че кръговата честота на електрона  $\omega_0$  около протона е много голяма –  $\omega_0 \approx 4.10^{16} \text{ s}^{-1}$  ( $\nu_0 = \omega_0 / 2\pi \approx 10^{16} \text{ Hz}$ ). Когато към атома на водорода приложим магнитно поле **B**, перпендикулярно на равнината на орбитата, електронът започва да се движи по окръжност с циклотронна ъглова честота  $\omega_c = eB / m_e$ . Тази честота е значително по-малка от  $\omega_0$ . Действително даже за много големи магнитни полета (съвременните постижения за импулсни магнитни полета са от порядъка на 100 T) оценката показва, че  $\omega_c \approx 1.8.10^{13} \text{ Hz}$ . Наистина винаги  $\omega_c \ll \omega_0$ . В резултат на наслаgването на двете движения (под действието на електричното поле на ядрото и под действието на приложеното магнитно поле) траекторията (елипса) се измества във времето. Под влияние на магнитното поле започва да се върти оста на елипсата, т.е. орбитата започва да прецесира (фиг. 14-1).

Явлението е известно като ефект на Лармор (от името на откривателя Джоузеф Лармор (Joseph Larmor)). Ъгловата честота на прецесия на орбитата има вида

$$\omega_L = \frac{eB}{2m_e} \quad (14.1)$$

и се нарича ларморова честота на прецесия. Ще отбележим, че тя е два пъти по-голяма от циклотронната честота  $\omega_c$ , която е наречена още ларморова честота на въртене. Да не забравяме, че  $\omega_c$  е честотата на въртене на свободен електрон в магнитно поле, а  $\omega_L$  е честотата на прецесия на орбитата на атомен електрон!



Фиг. 14-1. Прецесия на орбитата на заредена частица, движеща се в кулоново поле на точков заряд и слабо магнитно поле  $\mathbf{B}$ , перпендикулярно на равнината на орбитата.

А сега да разгледаме случая, когато векторът на магнитното поле  $\mathbf{B}$  е наклонен спрямо орбитата. За математическа простота нека електронът се движи около протона по окръжност. На въртящия се по окръжност електрон действа допълнителна сила от външно магнитно поле. Грубо можем да си представим, че в движението има нещо аналогично с въртенето на пумпал. Така както на въртящия се наклонен пумпал действа допълнителна сила (силата на тежестта) под ъгъл на равнината на окръжността. Тук ситуацията е аналогична, само че допълнителната сила, която действа върху електрон, е магнитната сила, която има различен характер. От тази груба аналогия можем да очакваме прецесия на орбитата.

Движение на заредена частица със скорост  $v$  е еквивалентно на кръгов ток с радиус на кръга  $r_0$ , т.е. неговата дължина е  $l = 2\pi r_0$ . Периодът на обикаляне по кръга е  $T = l/v = 2\pi r_0/v$ . Тогава за тока получаваме

$$I = \frac{q}{T} = \frac{-e}{2\pi r_0/v} = -\frac{ev}{2\pi r_0}, \quad (14.2)$$

а за магнитния диполен момент  $\boldsymbol{\mu}$  получаваме

$$\boldsymbol{\mu} = I\mathbf{S} = I\mathbf{S}\mathbf{n}^0 = -\frac{ev}{2\pi r_0} \pi r_0^2 \mathbf{n}^0 = -\frac{ev}{2} r_0 \mathbf{n}^0. \quad (14.3)$$

Тук  $\mathbf{n}^0$  е единичен вектор, нормален на равнината на окръжността. (Ние записваме индекс  $l$ , защото  $\mu_l$  се дължи на орбиталното движение на притежаващия електричен заряд  $e$  електрон, който има момент на импулса  $\mathbf{L}$ , чиято големина се определя от орбиталното число  $l$ ). Ще припомним, че кръговият ток е магнитен дипол. За момента на импулса на електрон, движещ се по окръжност с радиус  $r_0$ , се получава

$$\mathbf{L} = \mathbf{r}_0 \times \mathbf{p} = \mathbf{r}_0 \times m_e \mathbf{v} = m_e r_0 v \mathbf{n}^0. \quad (14.4)$$

Отчетохме, че съгласно векторното произведение  $\mathbf{L}$  е перпендикулярен на векторите  $\mathbf{r}_0$  и  $\mathbf{v}$ , т.е. на равнината на окръжността. Замествайки в (14.3)  $v r_0 \mathbf{n}^0$  с  $\mathbf{L}/m_e$ , съгласно (14.4) получаваме

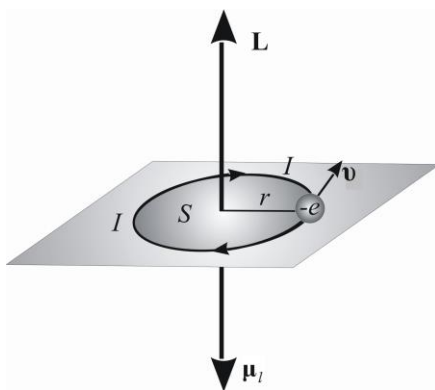
$$\mu_l = (-e / 2m_e) \mathbf{L}. \quad (14.5)$$

Формула (14.5) позволява да направим важен извод: на всяко въртливо движение на заредена частица можем да съпоставим магнитен диполен момент, т.е. частицата създава магнитно поле. С други думи, в случая можем да си представим електрона като малък магнит. Тук разглеждаме орбиталното движение (електронът в атома извършва и други въртеливи движения (гл. 13) и затова си представяме електрона като въртящ се по орбита малък магнит (по точно електромагнит) с магнитен диполен момент  $\mu_l$  (фиг. 14-2). За това магнитче, за този магнитен дипол външното магнитно поле създава въртящ момент

$$\mathbf{N} = \mu_l \times \mathbf{B}. \quad (14.6)$$

От основния закон за въртеливото движение знаем, че  $\mathbf{N} = d\mathbf{L}/dt$ . Замествайки (14.5) в (14.6), получаваме

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \mu_l \times \mathbf{B} = -\frac{e\mathbf{L}}{2m_e} \times \mathbf{B}. \quad (14.7)$$



Фиг. 14-2. Електрон, движещ се със скорост  $\mathbf{v}$  по кръгова орбита, има момент на импулса и противоположно насочен орбитален магнитен диполен момент  $\mu_l$ .

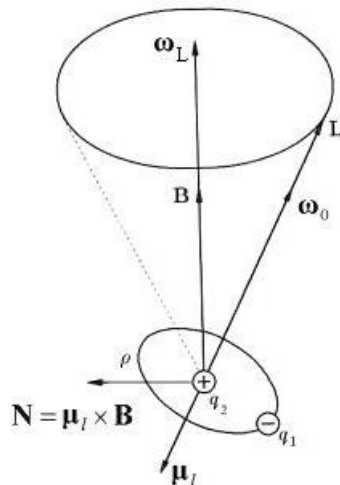
След смяна на местата на  $\mathbf{L}$  и  $\mathbf{B}$  във векторното произведение и отчитане на връзката между  $\mathbf{B}$  и  $\boldsymbol{\omega}_L$  (14.1) изразът (14.7) придобива вида

$$\frac{d\mathbf{L}}{dt} = \frac{e\mathbf{B}}{2m_e} \times \mathbf{L} = \boldsymbol{\omega}_L \times \mathbf{L}. \quad (14.8)$$

За да изтълкуваме това равенство, нека да си припомним връзката между  $\mathbf{v}$ ,  $\boldsymbol{\omega}$  и  $\mathbf{r}$  при равномерно движение по окръжност –  $\mathbf{v} = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ . Представяйки скоростта  $\mathbf{v}$  като  $d\mathbf{r}/dt$ , получаваме  $d\mathbf{r}/dt = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}$ . Краят на радиус-вектора  $\mathbf{r}$  се върти с ъглова честота  $\boldsymbol{\omega}$ . Може да се докаже, че краят на произволен вектор  $\mathbf{b}$ , който се подчинява на условието

$$d\mathbf{b}/dt = \boldsymbol{\omega} \times \mathbf{b}, \quad (14.9)$$

се върти с ъглова честота  $\boldsymbol{\omega}$ . Използвайки този факт, виждаме от (14.8), че краят на  $\mathbf{L}$  се върти с ларморова честота  $\boldsymbol{\omega}_L$ . Картината на това е представена на фиг. 14-3.



Фиг. 14-3. Ларморова прецесия на електрона на Н-атом. Електронът се движи по кръгова орбита  $\rho$  в полето на протона под действие на  $\mathbf{B}$ . Векторът  $\mathbf{L}$  описва обърнат конус, като той представлява образуващата на конуса, а върхът на  $\mathbf{L}$  очертава окръжността на основата ( $\boldsymbol{\mu}_l$  – магнитен момент на електрона,  $\mathbf{N}$  – въртящ момент,  $\boldsymbol{\omega}_L$  – ларморова прецесия,  $\boldsymbol{\omega}_0$  – честота на обикаляне на електрона около протона).  $\mathbf{N}$  е перпендикулярен на равнината на векторите  $\boldsymbol{\mu}_l$  и  $\mathbf{B}$ ).

Векторът  $\mathbf{L}$  е перпендикулярен на окръжността на електрона (на горепосочената фигура равнината  $\rho$ ) – все едно, че той е забит в нея гвоздей. Но този вектор (гвоздей) прецесира. Следователно прецесира и самата орбита.

Магнитният дипол с магнитен момент  $\boldsymbol{\mu}_l$  във външно магнитно поле  $\mathbf{B}$  получава допълнителна потенциална енергия

$$E_p = -\boldsymbol{\mu}_l \mathbf{B}. \quad (14.10)$$

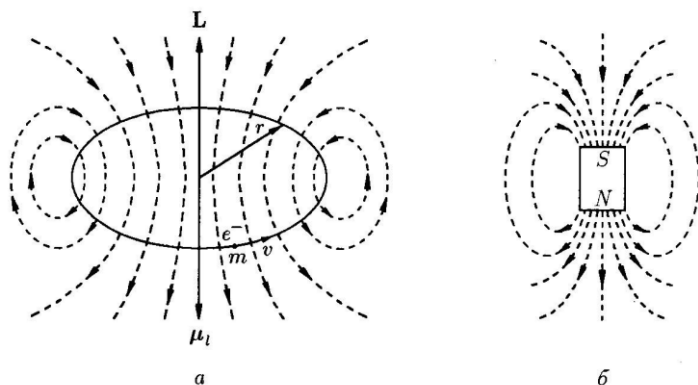
При движението си около ядрото електронът в атома е еквивалентен на орбитален магнит. От взаимодействието си с външно магнитно поле  $\mathbf{B}$  той получава допълнителна потенциална енергия (14.10).

## § 14.2. ДЕЙСТВИЕ НА МАГНИТНО ПОЛЕ ВЪРХУ ЕЛЕКТРОН В АТОМ

В § 14.1 установихме, че движението на заредена частица по затворена линия е еквивалентно на кръгов ток, създаващ магнитен диполен момент  $\boldsymbol{\mu}$ . Той е еднозначно свързан с механичния ѝ момент. Електрон със заряд  $e$  и орбитален момент  $\mathbf{L}$  има магнитно поле на магнитен дипол (фиг. 14-4) с магнитен момент  $\boldsymbol{\mu}_l = -e\mathbf{L} / 2m_e$  (14.5).

Можем да интерпретираме електрона в атома като малък магнит (фиг. 14-4б) и това е полезно за изясняване качествения характер на взаимодействието му с магнитно поле.

Формулата (14.5) определя магнитния момент, дължащ се на орбиталния момент на импулса. Но електронът притежава и други два механични момента – спинов  $\mathbf{S}$  и пълен момент  $\mathbf{J}$ . Аналогично на (14.5) на тях също им съответстват магнитни моменти:  $\boldsymbol{\mu}_s$ , дължащ се на спи-



Фиг. 14-4. Орбиталното движение на електрона в атома е еквивалентно на ток по затворена линия (а). Този ток създава поле на магнитен дипол, чиито силови линии са аналогични на полето на постоянен дипол (б).

новото движение, и  $\boldsymbol{\mu}_j$  – на сумарното (орбиталното и спиновото).

Тъй като моментите  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{S}$  и  $\mathbf{J}$  са квантувани, то и съответните им магнитни диполни моменти приемат дискретни стойности. Съгласно (14.5) орбиталният момент  $\mu_l$  и проекцията му  $\mu_{lz}$  приемат стойностите:

$$\mu_l = \frac{e\hbar}{2m_e} \sqrt{l(l+1)}, \quad \mu_{lz} = \frac{e\hbar}{2m_e} m. \quad (14.11)$$

Следователно за  $l=0 \rightarrow \mu_l=0$ , за  $l=1 \rightarrow \mu_l = \sqrt{2}e\hbar/2m_e$ , за  $l=2 \rightarrow \mu_l = \sqrt{6}e\hbar/2m_e$  и т.н. Стойностите на z-компонентата са кратни на  $e\hbar/2m_e$ . Величината  $e\hbar/2m_e$  се състои само от универсални константи и се използва като единица за магнитен момент. Тя се нарича магнетон на Бор и е равна на:

$$\mu_B = \frac{e\hbar}{2m_e} = \frac{eh}{4\pi m_e} = 0,927 \cdot 10^{-23} \text{ J/T или A.m}^2. \quad (14.12)$$

От (14.5) и (14.12) магнитният диполен момент на електрона има вида

$$\mu_l = \frac{\mu_B}{\hbar} L. \quad (14.13)$$

Ще подчертаем, че съотношението е записано за стойностите на  $\mu_l$  и  $L$ . Векторите  $\mu_l$  и  $L$  поради отрицателния заряд на електрона са с противоположни посоки. Съгласно (14.13)  $\mu_l/L$  не зависи от състоянието на електрона. Релацията (14.14) може да бъде записана и така:

$$\frac{\mu_l / \mu_B}{L / \hbar} = 1. \quad (14.14)$$

Отляво е отношението на две величини, взети в квантовите им единици. Отношението на магнитния диполен момент в единици на магнетона на Бор към момента на импулса в единици  $\hbar$  се нарича *жиромагнитно отношение*  $g$  или *g-фактор на Ланде (Lande)*. За орбиталния магнитен момент жиромагнитното съотношение  $g$  е единица:

$$\frac{\mu_l / \mu_B}{L / \hbar} = g_l, \quad g_l = 1. \quad (14.15)$$

За магнитния диполен момент можем да запишем

$$\mu_l = \frac{g_l \mu_B}{\hbar} L \Rightarrow \mu_l = g_l \mu_B \sqrt{l(l+1)}. \quad (14.16)$$

Аналогично на (14.15) за спиновия магнитен момент записваме

$$\frac{\mu_s / \mu_B}{S / \hbar} = g_s \Rightarrow \frac{\mu_s}{\mu_B} = -g_s \frac{S}{\hbar}. \quad (14.17)$$

Магнитният момент  $\mu_s$  може да бъде измерен много точно. При това в (14.17) единствената неизвестна величина остава  $g_s$ , т.е. можем да определим спиновия  $g$  фактор. Той се оказва равен на 2 (по-точно на 2,00231923). По отношение на магнитния момент спиновото движение е два пъти по-ефективно от орбиталното:  $g_s = 2g_l$ . От (14.17) за спиновия магнитен момент можем да запишем

$$\mu_s = g_s \mu_B S / \hbar = g_s \mu_B \sqrt{s(s+1)}. \quad (14.18)$$

Както вече споменахме, на пълния механичен момент съответства магнитен дипол с момент  $\mu_j$ . За него също е в сила съотношението (14.15), т.е. отношението на магнитния диполен момент  $\mu_j$  в единици  $\mu_B$  към пълния момент  $J$  в единици  $\hbar$  е равно на фактора на Ланде  $g$

$$\frac{\mu_j / \mu_B}{J / \hbar} = g_j \Rightarrow \mu_j = \frac{g_s \mu_B}{\hbar} J = g_j \mu_B \sqrt{j(j+1)}. \quad (14.19)$$

В този случай факторът на Ланде може да бъде изчислен. Той зависи от квантовите числа  $s$ ,  $l$  и  $j$ , както следва:

$$g_j = 1 + \frac{j(j+1) + s(s+1) - l(l+1)}{2j(j+1)}. \quad (14.20)$$

И накрая, сумирайки трите различни случая, ще запишем

$$l \neq 0, \quad s = 0 \quad \rightarrow \quad \mu_l = g_l \mu_B \sqrt{l(l+1)}, \quad g_l = 1, \quad (14.21a)$$

$$l = 0, \quad s \neq 0 \quad \rightarrow \quad \mu_s = g_s \mu_B \sqrt{s(s+1)}, \quad g_s = 2, \quad (14.21б)$$

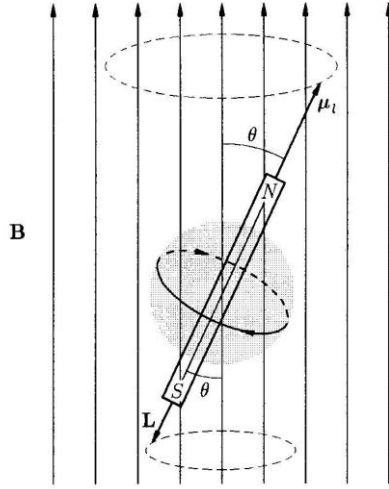
$$l \neq 0, \quad s \neq 0 \quad \rightarrow \quad \mu_j = g_j \mu_B \sqrt{j(j+1)}, \quad g_j = g_j(j, l, s). \quad (14.21в)$$

Разглеждането на електрона в атома като магнитен дипол позволява да отговорим на въпроса, какво става при прилагане на външно магнитно поле  $\mathbf{B}$ . На дипола действа въртящ момент  $\mathbf{N}$  и той започва да прецесира. Честотата на прецесия на орбиталния магнитен дипол  $\mu_l$  е равна на ларморовата честота на прецесия  $\omega_L$ . Прецесията е показана на фиг. 14-5, където електронът е представен като малък магнит.

Точният анализ показва, че честотите на прецесия на векторите  $\mathbf{L}$ ,  $\mathbf{S}$  и  $\mathbf{J}$  при взаимодействие на външно магнитно поле със съответните им диполни моменти се различават по  $g$ -факторите им:

$$\omega_l = g_l \omega_L = g_l \frac{eB}{2m_e}, \quad \omega_s = g_s \omega_L = g_s \frac{eB}{2m_e}, \quad \omega_j = g_j \omega_L = g_j \frac{eB}{2m_e}. \quad (14.22)$$

Тъй като  $g_s = 2g_l$ , то  $\mathbf{S}$  прецесира около  $\mathbf{B}$  два пъти по-бързо от  $\mathbf{L}$ . Честотата на прецесия на  $\mathbf{J}$  зависи от фактора  $g_j$  (14.20). Под действието на магнитното поле  $\mathbf{B}$  магнитният дипол получава допълнителна потенциална енергия (14.10). За тази допълнителна енергия при взаимно



Фиг. 14-5. Под действието на външно магнитно поле  $\mathbf{B}$  орбиталният момент  $\mathbf{L}$  на електрона прецесира с ъглова честота  $\omega_l = g_l \omega_L$  под ъгъл  $\theta$  спрямо оста  $Z$  ( $\cos \theta = L_z / L$ ).

действието на магнитното поле с орбиталния магнитен дипол имаме

$$\Delta E_{p_l} = -\boldsymbol{\mu}_l \mathbf{B} = g_l \frac{e \mathbf{L} \mathbf{B}}{2m_e} = g_l \frac{e \hbar}{2m_e} \frac{LB \cos \theta}{\hbar} = g_l \mu_B \frac{L_z}{\hbar} B = m g_l \mu_B B = m g_l \omega_L \hbar. \quad (14.23)$$

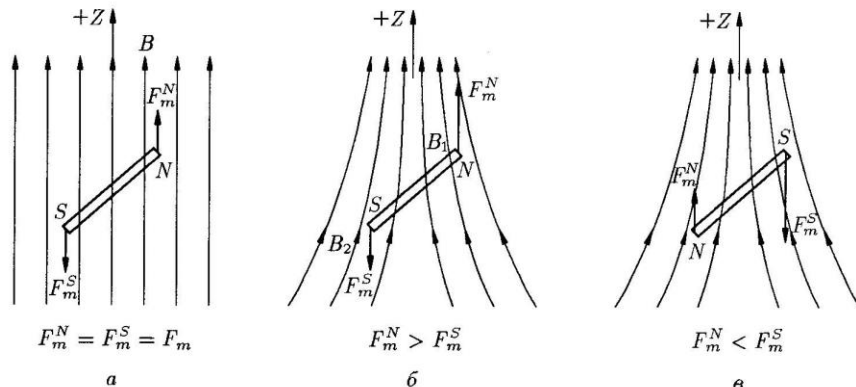
Аналогично при взаимодействието със спиновия и пълния магнитен дипол за допълнителната потенциална енергия записваме

$$\Delta E_{p_s} = m_s g_s \mu_B B = m_s g_s \omega_L \hbar, \quad (14.24a)$$

$$\Delta E_{p_j} = m_j g_j \mu_B B = m_j g_j \omega_L \hbar. \quad (14.24b)$$

Проведеният полукласически анализ (класически закони + правилата за квантуване на Бор) ни позволява да обясним и експеримента на Щерн – Герлах, т.е. да отговорим на въпроса, какво става с електрон в атом, поставен в нееднородно поле. В еднородното поле на магнитния дипол, дължащ се на спиновия момент  $\mathbf{S}$ , действа двойка сили  $\mathbf{F}_m^N$  и  $\mathbf{F}_m^S$  (фиг. 14-6а). Тези сили са равни по големина (поради еднородността на полето) и противоположни по посока. Те предизвикват прецесията на

спиновия момент  $\mathbf{S}$ , без да променят положението на електрона. Когато полето е нееднородно (фиг. 14-6б, в), двете сили са с различна големина. Ако електронът попадне в магнитното поле с отрицателно ориентиран спин, т.е. така, че северният полюс на еквивалентния магнит да бъде обърнат нагоре (фиг. 14-6б), то  $|\mathbf{F}_m^N| > |\mathbf{F}_m^S|$  и електронът



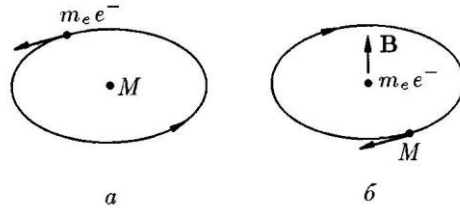
Фиг. 14-6. Магнит, еквивалентен на спиновия магнитен дипол на електрон ( $L=0$  и  $S \neq 0$ ) в магнитно поле. В еднородно поле (а) има само прецесия, но няма постъпателно движение. В нееднородно поле магнитът се движи по +Z-оста (б) или по -Z-оста (в) в зависимост от ориентацията на спина.

ще се премести нагоре. Ако спинът е с положителна ориентация, в по-силно поле е южният полюс на еквивалентния магнит (фиг. 14-6в) и  $|\mathbf{F}_m^N| < |\mathbf{F}_m^S|$  – електронът се премества надолу.

### § 14.3. ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ НА МАГНИТНОТО ПОЛЕ НА ЯДРОТО С ЕЛЕКТРОН (СПИН-ОРБИТАЛНО ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ) – ФИНА СТРУКТУРА

Основното взаимодействие между електрона и ядрото, което се осъществява посредством техните заряди, е електростатично. Но съществува и допълнително взаимодействие, дължащо се на относителното движение на зареденото ядро спрямо електрона и спина на електрона. То качествено добре се обяснява от полукласическата теория на Бор. Ако за простота движението на електрона в атома на Н е по кръгова орбита, то орбиталното движение на отрицателния заряд на електрона създава в точката на ядрото магнитно поле  $\mathbf{B}_e$ . В системата на покой на електрона, в която ядрото се движи спрямо него (фиг. 14-7), положителният заряд на последния създава в точката на електрона магнитно поле  $\mathbf{B}_n$ . Тъй като зарядите на електрона и протона са равни и противоположни, а посоките на скоростта на електрона и на протона в даден момент са противоположни, двете полета са равни  $\mathbf{B}_e = \mathbf{B}_n = \mathbf{B}$ .

Магнитното поле на ядрото се определя от орбиталния момент на електрона, т.е. от неговото орбитално движение. Можем да кажем, че  $\mathbf{B}_n$  се определя от орбиталния магнитен момент на електрона. Следователно можем да говорим за взаимодействие между спиновия и орбиталния (равен на ядрения) магнитен момент. Но само формално – физическата същност е взаимодействието на спиновия магнитен момент на електрона с орбиталното магнитно поле на ядрото. Взаимодействие на магнитното поле на ядрото със спиновия магнитен момент се нарича спин-орбитално взаимодействие.



Фиг. 14-7. Движение на електрона по боровска орбита в отправната система на ядрото (а). Същото движение в отправната система на електрона (б) – от гледна точка на електрона ядрото обикаля около него и създава полето  $\mathbf{B}$ .

Допълнителната енергия  $\Delta E_{p_s}$  на електрона в резултат на взаимодействието на това магнитно поле с неговия спинов магнитен момент е

$$\Delta E_{p_s} = m_s g_s \mu_B B = m_s g_s \omega_L \hbar, \quad m_s = -1/2, +1/2. \quad (14.25)$$

Както се вижда от (14.25), за положително ориентирания спин енергията на състоянието с  $l \neq 0$  се увеличава с  $\Delta E_{p_s} = \mu_B B$ , а за отрицателно ориентирания спин се намалява с  $\Delta E_{p_s} = -\mu_B B$ . На пръв поглед съотношението  $\Delta l \neq 0$  няма нищо общо с  $\Delta E_{p_s}$ , но сме подчертали, че енергията на електрона се променя от спин-орбиталното взаимодействие само при  $l \neq 0$ . При  $l=0$  електронът няма орбитално движение, т.е. той не се върти около ядрото и съответно от гледна точка на координатната система на електрона ядрото не се върти около него. Това означава, че няма магнитно поле на ядрото, а от тук – няма и спин-орбитално взаимодействие.

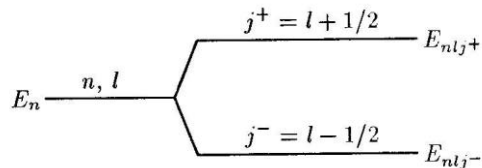
Добавката  $\Delta E_{p_s}$  е значително по-малка от енергията на състоянието на електрона:  $\Delta E_p \ll E_n$ . За отношението  $\Delta E_p / E_n$  при  $n \sim 1$  получаваме

$$\frac{E_p}{E_1} \approx \left( \frac{k_0 c^2}{\hbar e} \right)^2 \equiv \alpha^2 = \frac{1}{137^2} = 5,325 \cdot 10^{-5}. \quad (14.26)$$

Всички нива с  $l \neq 0$  се разцепват на две близки едно до друго енергетични нива (фиг. 14-8). За s-състояние енергията не се променя:

$$l=0 \Rightarrow B=0 \Rightarrow \Delta E_p = 0. \quad (14.27)$$

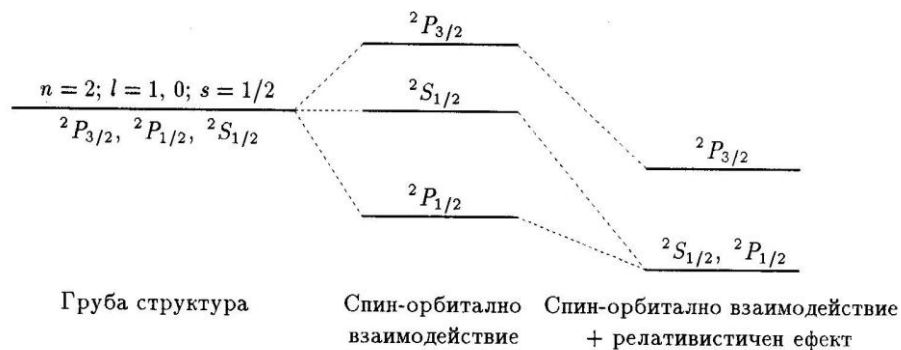
Съвкупността от енергетичните нива без отчитане на спина, т.е. с отчитане само на електростатичното взаимодействие между електрона и ядрото, се нарича груба структура на атома.



Фиг. 14-8. Със спин-орбиталното взаимодействие синглетното ниво на състояние с  $l \neq 0$  става дублетно.

Съвкупността от нивата, образувани от разцепването на ниво от грубата структура, се нарича мултиплет. *Съвкупността от всички нива, която се получава при отчитане и на спин-орбиталното взаимодействие, т.е. при отчитане както на електричното, така и на магнитното взаимодействие между ядрото и електрона, се нарича фина структура.* Разцепването на нивата е квадратично по отношение на постоянната величина  $\alpha$ , която се определя само от фундаментални константи и се нарича *константа на фината структура*.

На фиг. 14-9. са показани енергетичните нива на атома на Н при



Фиг. 14-9. Разцепване на нивото  $n=2$  на атома на Н в резултат на спин-орбиталното взаимодействие и релативистки ефекти.

$n=2$ . Поради спин-орбиталното взаимодействие се сменя израждането на енергията по  $l$  – на терма  $^2P_{3/2}$  (положителен спин,  $m_s = 1/2$ ) тя се увеличава, а на терма  $^2P_{1/2}$  (отрицателен спин,  $m_s = -1/2$ ) – се намалява. В същото време енергията на  $s$ -състоянието остава без изменение.

Определихме, че относителното изменение на енергията е пропорционално на  $\alpha^2$ , а  $\alpha = v/c$  –  $v$  е скоростта на електрона на Н на първа боровска орбита. Следователно разцепването е ефект  $\propto (v/c)^2$ , т.е. от

порядъка на релативистките поправки към масата му. Затова е коректно спин-орбиталното взаимодействие да се анализира в релативистко приближение. Необходимо е да решим релативисткото вълново уравнение на Дирак, което излиза извън рамките на този курс. Благодарение на тези релативистки ефекти и спин-орбиталното взаимодействие нивото  $n = 2$  се разцепва не на три, а на две нива (фиг. 14-9).

Говорихме за правилата за подбор, които ни дадоха възможност да определим разрешените преходи в грубата структура на атома на Н и на водородоподобните атоми. При преходи между поднивата на фината структура картината се усложнява, тъй като енергията вече зависи и от квантовите числа  $s$  и  $j$ . Разрешените преходи и в този случай могат да се определят точно от квантовата механика. Тя показва, че са разрешени преходи, за които квантовите числа се променят, както следва:

– пълно квантово число  $j$  и пълно магнитно квантово число  $m_j$

$$\Delta j = \pm 1, 0,$$

но преходът от  $j_{in} = 0$  към  $j_f = 0$  е забранен,

$$\Delta m_j = \pm 1, 0;$$

– орбитално квантово число  $l$  и магнитно квантово число  $m$

$$\Delta l = \pm 1,$$

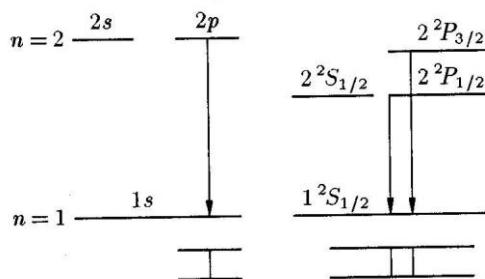
$$\Delta m = \pm 1, 0;$$

– спиново число

$$\Delta s = 0.$$

Ще подчертаем, че при поглъщане и излъчване на фотон спинът на електрона не се променя. Преходът  $\Delta l = 0$  за Н е винаги забранен.

Да приложим правилата за подбор към фините структури на фиг. 14-9. В атома на Н без отчитане на спина при преход от  $2p$  към  $1s$  наблюдаваме резонансната линия на Лайман  $\nu_\alpha^*$  (фиг. 14-10). При отчитане на спин-орбиталното взаимодействие нивото  $1s$  не се



Фиг. 14-10. При отчитане на спин-орбиталното взаимодействие (и релативистичните ефекти) линията  $\nu_\alpha^*$  от серията на Лайман се превръща в дублет.

променя – получаваме синглетното състояние  $1^2S_{1/2}$ , а нивото  $2p$  става дублет:  $2^2P_{3/2}$  и  $2^2P_{1/2}$ . В резултат на това синглетната линия на грубата

структура се оказва дублет със спектроскопични честоти  $\nu_1^*$  и  $\nu_2^*$  на съответните преходи:

$$\begin{aligned} \nu_1^* &\text{ при } {}^2P_{1/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}, \quad \Delta l = 1, \quad \Delta j = 0, \\ \nu_2^* &\text{ при } {}^2P_{3/2} \rightarrow {}^2S_{1/2}, \quad \Delta l = 1, \quad \Delta j = 1. \end{aligned} \quad (14.28)$$

При това  $\Delta\nu^* = \nu_2^* - \nu_1^* = 0,365 \text{ cm}^{-1}$ , а в дължини на вълните  $\Delta\lambda = 5,3 \cdot 10^{-4} \text{ nm}$ . Ще подчертаем, че разцепването на спектралната линия е малка величина в сравнение с дължината на вълната  $\lambda$  на линията  $\nu_\alpha^*$  ( $\lambda = 121,6 \text{ nm}$ ):  $\Delta\lambda / \lambda \approx 0,45 \cdot 10^{-5}$ .

## § 14.4. НОРМАЛЕН И АНОМАЛЕН ЕФЕКТ НА ЗЕЕМАН

Нормален (прост) ефект на Зеeman е разцепването на синглетна линия от грубата структура на триплет под действие на външно магнитно поле.

Такова разцепване се наблюдава в два различни случая:

1. когато сумарният спин на електроните на атома е равен на нула, а орбиталният момент е различен от нула:  $S = 0, L \neq 0$ ;
2. когато спинът и орбиталният момент са различни от нула и магнитното поле е достатъчно силно.

Да разгледаме по-подробно двата случая.

1.  $S = 0, L \neq 0$

В този случай външното магнитно поле взаимодейства с орбиталния магнитен момент на електроните. Всяко ниво от грубата структура с енергия  $E_{nl}$  ще получи допълнителна енергия  $\Delta E_p$ :

$$\Delta E_{pl} = m_l g_l \mu_B B = m_l g_l \omega_L \hbar. \quad (14.29)$$

Тук индексът  $l$  в  $m_l$  подчертава, че се имат предвид магнитните квантови числа на фиксираното орбитално число  $l$ . Очевидно под действие на магнитното поле нивото се разцепва на  $2l + 1$  поднива.

Да разгледаме две нива от грубата структура с орбитални квантови числа  $l_1$  и  $l_2$ . В магнитното поле при преход от поднивата с  $l_2$  към поднивата с  $l_1$  ще се излъчват кванти с енергия:

$$\hbar\omega = (E_{nl_2} + \Delta E_{pl_2}) - (E_{nl_1} + \Delta E_{pl_1}) = (E_{nl_2} - E_{nl_1}) + g_l (m_{l_2} - m_{l_1}) \omega_L \hbar. \quad (14.30)$$

Като отчетем, че  $g_l = 1$ , а  $E_{nl_2} - E_{nl_1} = \hbar\omega_0$  (тук  $\omega_0$  е честотата на спектралната линия от грубата структура), за честотата  $\omega$  получаваме

$$\omega = \omega_0 + (m_{l_2} - m_{l_1})\omega_L = \omega_0 + \Delta m \omega_L. \quad (14.31)$$

Но съгласно правилата за подбор  $\Delta m = \pm 1, 0$ , т.е. възможни са преходи, за които  $m_{l_2} - m_{l_1}$  приема стойности  $-1, 0, 1$ . Следователно спектралната линия  $\omega_0$  от грубата структура се разцепва на три линии:

$$\begin{array}{c} \omega_0 \\ \square \quad \downarrow \quad \square \\ \omega_0 - \omega_L, \quad \omega_0, \quad \omega_0 + \omega_L \end{array} \quad (14.32)$$

Такава тройна спектрална линия се нарича триплет на Лоренц. Подчертаваме, че това разцепване при  $S = 0$  се получава независимо от големината на магнитното поле, докато при  $S \neq 0$  – само при силно поле.

## 2. $S \neq 0, L \neq 0$

При достатъчно силно магнитно поле енергията на взаимодействие с орбиталния магнитен дипол (често казват с орбиталния момент) и със спиновия магнитен дипол (често казват спиновия момент) е много по-голяма от енергията на спин-орбиталното взаимодействие. (Истината е, че магнитното поле взаимодейства с магнитни диполи, но тъй като енергията на това взаимодействие се определя от съответните механични моменти, често казват, че магнитното поле взаимодейства със съответния момент на импулса. Това е жаргон – магнитното поле не взаимодейства с механичен импулс.) Тогава можем да пренебрегнем последната, т.е. подбивата на фината структура, и да смятаме, че нивото на грубата структура се разцепва в резултат на взаимодействие на магнитното поле с орбиталния и със спиновия момент. С други думи, магнитното поле е толкова силно, че разкъсва връзката между  $\mathbf{L}$  и  $\mathbf{S}$  и поотделно взаимодейства с  $\mathbf{L}$  и с  $\mathbf{S}$ .

Без или при слабо магнитно поле  $\mathbf{B}$  векторите  $\mathbf{L}$  и  $\mathbf{S}$  прецесират около вектора  $\mathbf{J}$  и интегралите на движението са  $J, J_z, L$  и  $S$ , а при силно магнитно поле  $\mathbf{B}$  те ( $\mathbf{L}$  и  $\mathbf{S}$ ) прецесират около  $\mathbf{B}$  и интегралите на движението са  $L, L_z, S$  и  $S_z$ .

В силно магнитно поле  $\mathbf{B}$  нивото от грубата структура с квантови числа  $l$  и  $s$  получава допълнителна енергия  $\Delta E_{p_l}$  и  $\Delta E_{p_s}$  в резултат на взаимодействието с орбиталния и със спиновия момент:

$$\begin{aligned} \Delta E_{p_l} &= m_l g_l \omega_L \hbar, \\ \Delta E_{p_s} &= m_s g_s \omega_L \hbar. \end{aligned} \quad (34.33)$$

Или общо допълнителната енергия е

$$\Delta E_p = \Delta E_{pl} + \Delta E_{ps} = (m_l + 2m_s)\omega_L \hbar. \quad (34.34)$$

Отчетохме, че  $g_l = 1$  и  $g_s = 2$ .

При преход от ниво с  $l_2$  и  $s_2$  към ниво с  $l_1$  и  $s_1$  се получава квант енергия:

$$\hbar\omega = [E_{n_{l_2}} + (m_{l_2} + 2m_{s_2})\omega_L \hbar] - [E_{n_{l_1}} + (m_{l_1} + 2m_{s_1})\omega_L \hbar]. \quad (14.35)$$

Означаваме с  $\omega_0 = (E_{n_{l_2}} - E_{n_{l_1}}) / \hbar$  честотата на прехода между несмутените от полето енергетични нива (между нивата на грубата структура) и от (14.35) за  $\omega$  получаваме:

$$\omega = \omega_0 + [(m_{l_2} - m_{l_1}) + 2(m_{s_2} - m_{s_1})]\omega_L. \quad (14.36)$$

Но съгласно правилата за подбор  $\Delta m_s = 0$ ,  $\Delta m_l = \pm 1, 0$ . Следователно спектралната линия се разцепва на лоренцов триплет  $(\omega_0 - \omega_L)$ ,  $\omega_0$  и  $(\omega_0 + \omega_L)$ .

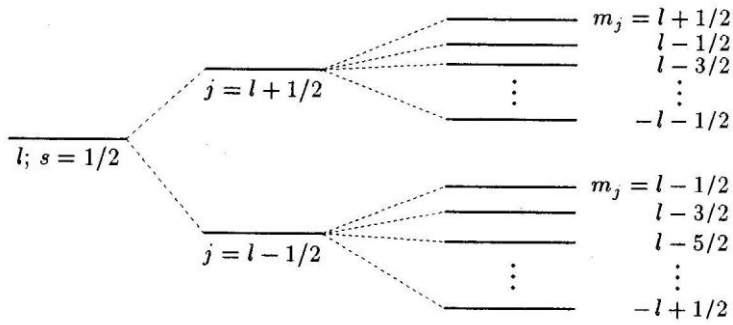
При слабо магнитно поле потенциалната енергия, която електронът придобива, е по-малка от разликата между енергиите на две съседни нива на фината структура. В този случай слабото външно поле взаимодейства с магнитния диполен момент  $\mu_j$  или както е прието да се казва – с пълния момент на импулса. Това взаимодействие се нарича аномален или сложен ефект на Зееман. Изменението на енергията се определя от:

$$\Delta E_p = m_j g_j \mu_B B = m_j g_j \omega_L \hbar. \quad (14.37)$$

За терм с определено пълно квантово число броят на разцепените нива в резултат от действието на полето се определя от броя на ориентациите на вектора  $\mathbf{J}$ , т.е. от  $m_j$ . В общия случай състоянието с орбитално число  $l$ , нивото на което след отчитане на спин-орбиталното взаимодействие се разцепва на две поднива с  $j = l + 1/2$  и  $j = l - 1/2$ . Слабото магнитно поле разцепва всяко от нивата и резултатът е показан на фиг. 14-11.

Състоянието с положителен спин, т.е. с  $j = l + 1/2$ , има  $2l + 2$  проекции на пълния момент  $\mathbf{J}$ :

$$m_j = -\left(l + \frac{1}{2}\right), -l + \frac{1}{2}, -l + \frac{3}{2}, \dots, -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, \dots, l + \frac{1}{2}. \quad (14.38a)$$



Фиг. 14-11. Сложен ефект на Зееман за електрон с число  $l$ ; нивото  $j = l + 1/2$  се раз-цепва на  $2l + 2$  нива с интервал  $\Delta E_p^+$ , а нивото  $j = l - 1/2$  – на  $2l$  с  $\Delta E_p^-$  ( $\Delta E_p^+ > \Delta E_p^-$ ).

Състоянието с отрицателен спин, т.е. с  $j = l - 1/2$ , има  $2l$  проекции на пълния момент **J**:

$$m_j = -\left(l - \frac{1}{2}\right), -l + \frac{3}{2}, -l + \frac{5}{2}, \dots, -\frac{1}{2}, +\frac{1}{2}, \dots, l - \frac{1}{2}. \quad (14.386)$$

Следователно при прилагане на слабо външно поле **B** двете нива на фината структура се разцепват на  $4l + 2$  нива.

## РЕЗЮМЕ

Всяко въртливо движение на заредена частица може да се разглежда като кръгов ток, който съответства на магнитен дипол с магнитен момент, определен от механичния момент на импулса, заряда на частицата и масата ѝ. (Строго погледнато, масата на частицата в числителя и знаменателя на магнитния момент се съкращава, т.е. магнитният момент не зависи от масата на (!).) Тъй като електронът в атома се описва с три различни момента на импулса **L**, **S** и **J**, той притежава и три магнитни диполни моменти, съответстващи на орбиталното, спиновото и пълното въртливо движение:  $\mu_l$ ,  $\mu_s$  и  $\mu_j$ . В атомната физика магнитният момент на атома се измерва в единици  $\mu_B = e\hbar / 2m_e$ . Тази величина се нарича магнетон на Бор. Отношението на магнитния диполен момент в единици на магнетона на Бор към момента на импулса в единици  $\hbar$  се нарича  $g$ -фактор на Ланде. Магнитните диполни моменти, изразени чрез  $g$ -факторите, имат следния вид:

$$\begin{aligned} \mu_l &= g_l \mu_B \sqrt{l(l+1)}, & \mu_s &= g_s \mu_B \sqrt{s(s+1)}, & \mu_j &= g_j \mu_B \sqrt{j(j+1)}, \\ g_l &= 1, & g_s &= 2, & g_j &= g_j(j, l, s). \end{aligned} \quad (14.21a)$$

Във външно магнитно поле диполите прецесират с честоти:

$$\omega_l = g_l \omega_L = g_l \frac{eB}{2m_e}, \quad \omega_s = g_s \omega_L = g_s \frac{eB}{2m_e}, \quad \omega_j = g_j \omega_L = g_j \frac{eB}{2m_e}.$$

В резултат електронът получава допълнителна потенциална енергия:

$$\begin{aligned} \Delta E_{pl} &= mg_l \mu_B B = mg_l \omega_L \hbar, & \Delta E_{ps} &= m_s g_s \mu_B B = m_s g_s \omega_L \hbar, \\ \Delta E_{pj} &= m_j g_j \mu_B B = m_j g_j \omega_L \hbar. \end{aligned}$$

В системата на покой на електрона относителното движение на положително зареденото ядро създава магнитно поле. То взаимодейства със спиновия магнитен момент на електрона (спин-орбитално взаимодействие), благодарение на което всички нива с  $l \neq 0$  се разцепват на две близки едно до друго енергетични поднива. Съвкупността от нивата, която се получава и при отчитане на спин-орбиталното взаимодействие, се нарича фина структура. Относителното изменение на енергията е пропорционално на квадрата на константата на фината структура  $\alpha^2$ . Взаимодействието на външното магнитно поле с електрон в атома се нарича ефект на Зееман. Различаваме два ефекта на Зееман – нормален (прост) и аномален (сложен).

Нормален или прост ефект на Зееман се нарича разцепването на синглетна спектрална линия от грубата структура на триплет под действие на външното поле. То се наблюдава при:

1.  $S = 0, L \neq 0$  и произволно по големина магнитно поле.
2.  $S \neq 0, L \neq 0$  и силно магнитно поле.

В първия случай външното магнитно поле взаимодейства с орбиталния момент на електроните. Всяко ниво от грубата структура с енергия  $E_{nl}$  получава допълнителна енергия  $\Delta U_l$  и се разцепва на  $(2l+1)$  поднива. Във втория случай магнитното поле е толкова силно, че енергията на взаимодействие с орбиталния и със спиновия момент е много по-голяма от енергията на спин-орбиталното взаимодействие. Това показва, че магнитното поле е толкова силно, че разкъсва  $LS$ -връзката и поотделно взаимодейства с  $\mathbf{L}$  и с  $\mathbf{S}$ . Нивото с фиксирано  $l$  се разцепва на  $((2l+1)+2)$  поднива.

Въпреки мултиплетността на нивата и в двата случая се получават три спектрални линии. Това се дължи на еквиливантността на поднивата и правилата за подбор.

Взаимодействието на слабо магнитно поле с електрон в атом се нарича аномален (сложен) ефект на Зееман. Магнитното поле е толкова слабо, че потенциалната енергия, която електронът придобива, е по-малка от разликата между енергиите на две съседни нива на фината структура. Слабото външно поле взаимодейства с магнитния диполен момент  $\mu_j$  или, с други думи, с пълния момент на импулса. В резултат

нивата на фината структура с фиксирано  $l$  се разцепват на  $(4l + 2)$  поднива.

## ВЪПРОСИ

1. При сложен ефект на Зеeman за термовете  $^2S_{1/2}$ ,  $^2P_{1/2}$  и  $^2P_{3/2}$  на Na определете: а) разцепването в единици  $\omega_L \hbar$ ; б) възможните преходи; в) разцепването на спектралните линии на преходите  $^2P_{1/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$  и  $^2P_{3/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$  в единици  $\omega_L \hbar$ . Как се отнасят в атом в магнитно поле циклотронната честота на електрона и честотата му на обикаляне около ядрото?
2. Какво е прецесия на орбитата?
3. Какво е ларморова честота на прецесия?
4. Какво съпоставяме на въртеливото движение на заредена частица?
5. Как се изменя орбитата на електрона, ако  $\mathbf{B}$  съдържа произволен ъгъл с равнината  $\hat{y}$ ?
6. Какво е прецесия на момента на импулса?
7. Нарисувайте картината на електрон в атом в B-поле.
8. Какво е съотношението между въртеливото движение на заряд и магнитно поле?
9. Как са свързани орбиталният магнитен момент и орбиталният момент на импулса?
10. Какво е магнетон на Бор?
11. Какво е жиромагнитно съотношение?
12. Какво става с механичните моменти на електрона във външно магнитно поле?
13. Каква е честотата на прецесия на механичните моменти на електрона във външно магнитно поле?
14. Каква е потенциалната енергия на взаимодействие на електрона с магнитно поле?
15. Как физически обясняваме експеримента на Щерн и Герлах?
16. Как ядрото действа на електрона?
17. Какво е спин-орбитално взаимодействие?
18. Каква е мултиплетността на нивата при спин-орбитално взаимодействие?
19. Какво е фина структура?
20. Как се разцепва нивото с  $n = 2$  на водорода при спин-орбиталното взаимодействие?
21. Какви са релативистките ефекти при нивото с  $n = 2$  на водорода?
22. Какви са правила за подбор във фината структура?
23. Какво става с линиите от грубата структура вследствие на спин-орбиталното взаимодействие?
24. Какво е аномален ефект на Зеeman?

25. Какво е нормален ефект на Зееман?
26. Какво е това лоренцовски триплет?
27. С какво взаимодейства магнитното поле при  $L = 0$  и  $S \neq 0$ ?
28. С какво взаимодейства магнитното поле при  $L \neq 0$  и  $S \neq 0$ ?

## ЗАДАЧИ

1. Определете магнитния момент  $\mu$ , скоростта и ларморовата честота на прецесия  $\omega_L$  на електрон в H-атом, движещ се по окръжност с радиус на Бор –  $a_0$  ( $a_0 = 0,5 \cdot 10^{-10}$  m) в магнитно поле  $B = 10^4$  T.
2. Определете възможните преходи между нивата  $3d$ ,  $3p$  и  $3s$  в Na.
3. Определете възможните преходи при ефект на Зееман в силно магнитно поле за резонансната линия на Na при преход към нивото  $3s$ .
4. При сложен ефект на Зееман за термовете  $^2S_{1/2}$ ,  $^2P_{1/2}$  и  $^2P_{3/2}$  на Na определете: а) разцепването в единици  $\omega_L \hbar$ ; б) възможните преходи; в) разцепването на спектралните линии на преходите  $^2P_{1/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$  и  $^2P_{3/2} \rightarrow ^2S_{1/2}$  в единици  $\omega_L \hbar$ .