24. 02. 2016г.

Макроикономика

Меги Лазарова
2 контр. - зад., 2 контр. - теория

avasilev@fmi.uni-sofia.bg - д-р Андрей Василев
meglena.laz@fmi.uni-sofia.bg

Микроикономиката се занимава с действията на отделните индивиди или фирми. Тя изучава поведението на конк. иконом. агенти, пазарите и стоките.
Икономически агент - всеки субект, който взима решения и съответно предприема действия с икономически характер.
Според класиците икономистите биват:
а) собственици на земя
б) работници
в) капиталисти
Според Маркс иконом. агенти се делят на:
а) капиталисти
б) работници
Иконом. агенти се разделят на групи, наречени сектори.
Институционални сектори:
В иконом. иконом. агенти се разпределят в следните институционални сектори:
а) нефинансови предприятия (фирми) - основната им дейност е произв. на стоки и услуги за пазарни цели
б) финансови предприятия - те произвеждат финансови

услуги (банки, застрахователни компании, пенсионни фондове инв. фондове, лизингови комп.)
в) нетърговски организации, обслужващи домакинствата
г) държавно управление (правителството)
д) домакинствата - те потребяват стоки и услуги и едновременно с това предлагат труд на предприятията

Инвестициите могат да бъдат така наречените заеми или ценните книжа, закупени на фондовия пазар.
Основна роля като иконом. агент в сектора финансови предприятия играе централната банка. (публична фин. институция, която има право да емитира пари и освен това може да държи валутните резерви на една държава)
Действията на центр. банка, целящи да повлияят на съст... на икономиката, се наричат парична политика.
Правителството включва институции, които имат закон., съдебна и изп. власт над иконом. агенти.
Действията на правителството, целящи да повлияят на съст. на икономиката, се нар. фискална политика.

Максимизиране на печалбите

Печалба - разликата м/у приходите, които дадена фирма получава, и разходите, които тя прави.
Ф-я на приходите - записване я като ф на брой действия, които фирмата предприема на пазара: $R(a_1, a_2, \ldots, a_n)$
Ф-я на разходите: $C(a_1, a_2, \ldots, a_n)$

Фирмата действа така, че да макс. печалбата.
Печалба: $R(a_1, a_2, ..., a_n) - C(a_1, a_2, ..., a_n)$
Възниква следната задача:

$$\max_{a_1, a_2, ..., a_n} (R(a_1, ..., a_n) - C(a_1, ..., a_n)),$$

$a^* = (a_1^*, a_2^*, ..., a_n^*)$ - опт. множество от действия на фирмата за пост. на max печалба.

$$\frac{\partial R(a^*)}{\partial a_i} = \frac{\partial C(a^*)}{\partial a_i}$$

Максимизиране на печалбите

p - вектора, съставен от цените за произв. и разход на фирмата. Тогава зад. за макс. на печалбата на една фирма ще има вида: $\pi(p) = \max p.y$, където y са т. нар. производствени единици (продукция)
$\pi(p)$ - ф-я на печалбата, може да се срещне в няколко варианта:

1) ако се налага да се реши краткосрочна произв. max задача, то тя ще има вида
$\pi(p, z) = \max p.y$, където $y \in Y(z)$ → множество, в което z е max количество на различни по вид продукции

2) ако фирмата произвежда само един продукт на пазара, то ф-ята на печалбата е
$\pi(p, w) = \max p.f(x) - w.x$
p - цената на продукцията, w - вектор, формиран от цените на факторите за производство, а производствените $\to f(x)$ разходи са измерени с помощта на вектор $x = (x_1, x_2, ..., x_n)$
В този случай за ф-ята на разходите можем да запишем $c(w, y) = \min w.x$, където z е max кол. от различните по вид продукции.

В краткосрочен план се разглежда следната ф-я на разходите:

$c(w, y, z) = \min w \cdot x$

Разходната ф-я $c(w, y)$ ни дава минималните разходи за производство на y произв. единици, когато цените на факт. за производство са w.

Условията от I-ви ред, необх. за решаването на краткосрочна произв. зад. са:

$$p \frac{\partial f(x^*)}{\partial x_i} = w_i \quad \text{за } i = 1, \dots, n,$$

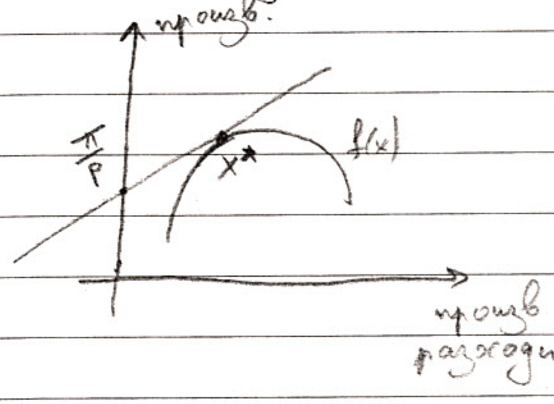
т.е. ст. на крайния продукт от всеки фактор на произв. трябва да бъде равна на неговата цена.

Условията могат да бъдат записани и така:

$p \cdot Df(x^*) = w$, където $Df(x^*) = \left(\frac{\partial f(x^*)}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f(x^*)}{\partial x_n} \right)$

Задача: Нека функцията на печалбите е зададена посредством равенството: $\pi = py - wx$

$$y = \frac{\pi + wx}{p} = \frac{\pi}{p} + \frac{w}{p} x$$



$f(x)$ - произв. ф-я

вдлъбната ф-я

Максимизирането на кол. печалба възниква, когато ъгловият коеф. на правата линия не печалбите е равен на ъгловия коеф. на произв. ф-я $\left(\frac{w}{p}\right)$.

Поведение на потребителя

Нека ~~б~~ m е фиксирана сума пари, която конкретен потребител притежава и нека $p=(p_1, p_2, \dots, p_k)$ е вектор, образуван от цените на стоки $1, 2, \dots, k$. Множеството на потребителския бюджет може да се зададе по следния начин:

$$B = \{ x \in X : p.x \leq m \}$$

Съставяме следната задача за максимизиране на предпочитанията от страна на потребителя:

$\max u(x)$, $p.x \leq m$ и $x \in X$ — p - цена на стоката, x - самата стоката

$u(x)$ е ф-я на полезност

или във вида:

$V(p, m) = \max u(x)$, т.че $px = m$

$V(p, m)$ - дава max полезност, която е постижима при опр. цени и доход; неявна ф-я на полезност.

X - потребителска кошница

БВП БНП институции

02.03.2016г. 1) До 30^те год. на XX в. доминира Класическа школа - последователи на Смит.

Идеи - предлагането автоматично задейства търсене на пазара - закон на Сей;

- цените имат значение за ценовото равнище на пазара, но не и за производството (количеството)

- рецесията може да възникне от проблеми с предлагането, но не и от липса на търсене (техни възгледи)

2) ~~До~~ 30^те год. на XX в. - Голяма депресия

Появява се Джон Мейнард Кейнс (1883-1946) - Кейнсианска школа - основна идея - самостоятелното значение на търсенето в икономиката, използват фискалната и парична политика

3) 70^те год. на XX в. - неокласическа школа - извежда макроикономически зависимости от микроикономически модели при конкретни изводи.

Важно за макроикономиката е статистическата информация предоставяна от:

- статистическите институти
- централните банки
- някои министерства със съответни функции
- браншови асоциации
- социологически агенции

Измерване на макроикономическите величини - основен измерител на производството е брутния вътрешен продукт (GDP)

БВП (GDP) - стойността на всички стоки и услуги, предназначени за крайно търсене произведени в дадена икономика за определен период от време (обикновено за 1 година)

Пр. Дадени са 6 фирми:
Фирма 1 произвежда продукция на ст. 30лв. Фирма 2 → 40лв
Фирма 3 → 55лв. Фирма 4 → 60лв. Ф.5 → 100лв. Ф.6 → 1...
Общо → 395лв

Продукцията на една фирма често се ползва като производствен фактор от други фирми. При това положение стойността на продукцията на дадена фирма ще включва и стойностите на продуктите на други фирми използвани в производството.
За да се избегне този проблем трябва да коригираме ст. на произв. от дадена фирма със ст. на използваните от нея продукции на други фирми. По този начин измерваме чистия принос на фирмата.
Този принос, дефиниран като разлика м/у ст. на произв. на фирмата (брутна продукция) и ст. на използваните в процеса продукти от др. фирми (междинно потребление) се нарича добавена стойност (ДС)

БВП = сума от ДС в икономиката за даден период

Производител	Междинно потребление (Купува за)	Брутна продукция (Продава за)	ДС
1		30	30
2	30	40	10
3	40	55	15
4	55	60	5
5	60	100	40

Добавена стойност = брутна продукция - междинно потребление
$БВП = \sum ДС = 110$ лв.

Начини за изчисляване на БВП

I н. Производствен метод - БВП е стойността на произв. стоки и услуги в икономиката за определен период от време (1 година)

II н. Доходен метод - разглежда ДС в икономиката като сбор от различните доходи, генерирани в процеса на производството

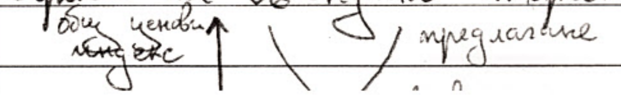
III н. Разходен метод - дели произведените стоки и услуги на такива, които са били използвани в рамките на националната икономика и такива, които са отишли в чужбина. Дели разходите на потребителски и инвестиционни

IV н. Разпределителен метод

Основни иконом. въпроси: Какво, как и за кого се произвежда? При пазарната икономика се произв. това, което максимално ще задоволи потребителя. Произв. се с цел да се максимизира печалбата и за тези, които могат да платят.

Капитал - съвкупност от всички стоки, суровини, машини, сгради, с които произв. нещо. Той е ограничен и играе голяма роля в производството, понеже това не са обикновени пари, а са пуснати в обръщение и носят печалба.

Криви на съвкупно търсене и предлагане



- Ценови индекс - отношението на избрана потребителска кошница по текущи цени към цените на същата потреб. кошница по базови цени

- Потребителски ценови индекс (CPI) - цената на живота на едно средно заможно семейство

Формули за БВП:

1. $БВП = \sum ДС$ $(GDP = \sum VA)$

2. $GDP = \sum p_i q_i$ p_i - цена на стоката q_i - кол. произведена стока

3. (за разпределителния метод за БВП) = сумата на трудовите възнаграждения (заплата), брутните спестявания на предприятията (печалбата, останала в предприятието), косвените данъци (данъци минус субсидии за производство)

субсидии - плащания от правителството към производителите на пазара с цел стимулиране на производството

$\boxed{GDP = W + GOS + TSP}$

W - трудови възнаграждения

GOS - брутни спестявания на предприятията

TSP - косвени данъци

4. $\boxed{GDP = C + I + E - M}$

C - крайно потребление

I - брутни инвестиции

E - износ (X)

M - внос

Брутен национален продукт (GNP) - измерва иконом. активност на всички домакинства и фирми на дадена държава, като включва и крайните резултати от дейността на граждани и фирми зад граница

GNP = GDP + Y -> нетните доходи, получени от чужбина

БНП
- реален (РБНП) - представлява сумата от всички стоки и услуги, измерени по цени на избрана базова година, към която се приравняват цените на всички други години
- номинален (НБНП) - представлява сумата от всички стоки и услуги, изчислена по действително платените за тях цени на пазара (текущи пазарни цени)

$q_1^t, q_2^t, \ldots, q_n^t$ - количества стоки за текущата година

$p_1^t, p_2^t, \ldots, p_n^t$ - цените на стоките за текущата година

1) $NGNP = \sum_{i=1}^{n} p_i^t q_i^t$ - номинален

2) $RGNP = \sum_{i=1}^{n} \tilde{p}_i q_i^t$ - реален

$\tilde{p}_i$ - цените на стоките за базовата (избрана от нас) година

8.03.2016 г.

Методи за изчисляване на брутния вътрешен продукт

1. БВП (GDP - Gross Domestic Product) - стойността на всички стоки и услуги, предназначени за задоволяване на крайното търсене и произведени ~~в~~ от дадена икономика за определен период от време

$$GDP = \sum_{i=1}^{n} p_i . q_i$$

p_i - цените на стоките
q_i - кол. произведени стоки

а) Производствен метод - той представя БВП като сума от добавените стойности, генерирани от агентите в икономиката, които от своя страна са групирани в иконом. сектори

$GDP = \sum VA$ VA - value added (добавена стойност)

базисни цени - цените на продукцията, които са образувани без да са начислени данъци в/у продуктите (ДДС, акцизи) и без да бъдат отчетени евентуални субсидии в/у продуктите.

б) Доходен метод - разглежда добавената ст. в икономиката като сбор от различните доходи, генерирани в процеса на производство.
Добавената стойност, създадена от едно предприятие, може да се разглежда като част, която е създадена от работниците, и част, която е създадена от собств. (предприемачите). Това своб. дава доходите от произв. на едните и на

другите и оттам идва наименованието доходен метод

брутен опериран излишък - отразява онази част от добавената стойност, която е създадена от предприемачите
амортизация - изхабяване
нетен вътрешен продукт = БВП - амортизацията на основния капитал

в) Разходен метод - този метод тръгва от идеята, че с произведеното в даден период от време сме направили нещо - изконсумирали сме го или сме го складирали. Произведеното от нас е било употребено по някакъв начин. Обикновено употр. е свързано с правенето на разходи и оттам този метод се нарича разходен. Разходният метод дели произв. стоки и услуги на такива, които са използвани в рамките на нац. икономика и такива, които са отишли за износ. Стоките и услугите, които са били използвани в нац. икономика могат да се разделят на 2 - стоки и услуги с текуща употреба (потребление); с употреба, която влияе в/у бъдещия произв. потенциал - инвестиции.

$$\boxed{Y = C + I + G + X - M}$$

Y - БВП, C - потребление (крайно), I - инвестиции
G - държавни разходи
X - износ на стоки
M - внос на стоки и услуги

$$\boxed{Y = W + GOS + TSP}$$
Y - БВП
W - трудови възнаграждения
GOS - брутни спестявания на предприятията
TSP - косвени данъци

За България - водещ метод е производственият

г) Разпределителен метод - определя БВП като сума на трудовите възнаграждения (работните заплати), брутните спест. на предприятията (печалбата, която е останала) и косвените данъци (данъци - субсидии)

2. Брутен национален продукт
(Gross National Product = GNP)
Измерва иконом. активност на всички домакинства и фирми на дадена страна. Към него се включват и крайните иконом. резултати, получени от дейности на български граждани и фирми зад граница

$$GNP = GDP + Y_f$$
нетни
Y_f - доходи получени от чужбина
(GNP = GNI)

3. Видове БНП
а) номинален БНП (NGNP) - сумата на всички стоки и услуги за крайно потребление, изчислена по действително платените цени за тях на пазара

$$NGNP = \sum_{i=1}^{n} p_i^t \cdot q_i^t$$
p_i^t - текущи цени на пазара
q_i^t - текущи кол. стоки и услуги на пазара

б) реален БНП (RGNP) – представлява сумата на ~~RGNP~~ всички стоки и услуги, измерени по цени на избрана базова година към която се приравняват цените на всички други години. Ако изберем за базисна година 1994 и $P_1^б, P_2^б, \dots, P_n^б$ са цените на стоките за тази година, то

$$RGNP = \sum_{i=1}^{n} P_i^б \cdot q_i^t$$

Стоядин Савов и Екатерина Сотирова – „Макроикономика"

Доход – надница (хонорар) + заплата, за личност

Приход – за фирма или държава

Основни икономически въпроси:
Какво се произвежда?
Как се произвежда?
За кого се произвежда?

Инвестиции – това са разходите за закупуване на ново оборудване и подмяна на старо, както и така наречената „жилищна инвестиция" – похарчването на пари за нови къщи и апартаменти. Нежилищната инвест. е харченето на пари за офис помещения (наеми) и оборудване.

Постоянен капитал
Оборотен капитал – може да се възстановява във времето

Потребление - извършва се от домакинствата и в него се включват покупките на стоки с голяма трайност (за нуждите на потребителя) - дом. уреди, хр. стоки, автомоб.

Нетен експорт = Износ - Внос ≥ 0 търговски излишък, < 0 търговски дефицит

4. Видове доходи

а) национален доход - общата сума от доходите на всички лица притежаващи фактори на произв. за даден период от време

б) личен доход - сумата, с която разполага отделният индивид в рамките на една държава преди да си плати данъците

в) личен разполагаем доход = личен доход - данъци

спестяване - разликата м/у дохода и потреблението

частно спестяване - разликата м/у личния разполагаем доход и потреблението

държавни спестявания = дохода, получен от държавата, - държавните разходи за стоки и услуги

доход, получен от държавата, = данъците - държавните трансфери и лихвите в/у държавен дълг

Ако държавните спестявания > 0 - държавен бюджетен излишък

Ако държавните спестявания < 0 - държавен бюджетен дефицит

Задачи: 1) Дадена е затворена икономика, в която е налице следното крайно потребление $C = 1200\$$, а инвестициите са $I = 400\$$. Намерете колко е БНП и колко са спестяванията.

$$GNP = C + I = 1600\$$$
$$S = GNP - C = 400\$$$

2) Дадена е затворена икономика със следните показатели:
$C = 1200$ billion $\$$, $I = 400$ billion $\$$, $G = 300$ billion $\$$
$F = 200$ billion $\$$ (държавни трансфери)
$N = 100$ billion $\$$ (лихви в/у държавния дълг)
$T = 400$ billion $\$$ (данъци)
Пресметнете GNP, S_p - частно спестяване, S_g - държавно спестяване, S - общо спестяване

$$GNP = C + I + G = 1900 \text{ billion } \$$$
$$S_p = PDI - C = 1800 - 1200 = 600 \text{ billion } \$$$
$$PDI = GNP + F + N - T = 1900 + 200 + 100 - 400 = 1800 \text{ billion } \$$$
личен разполагаем доход

$$S_g = T - F - N - G = 400 - 200 - 100 - 300 = -200 \text{ billion } \$$$
$$S = S_p + S_g = 600 - 200 = 400 \text{ billion } \$$$

16.03.2016г. Задачи: 1) Дадена е отворена икономика с показатели
$C = 1200$ mln $\$$ $I = 400$ mln $\$$ $G = 300$ mln $\$$
$X_n = -100$ mln $\$$ (нетен износ) $F = 200$ mln $\$$ (държавни трансфери)
$N = 100$ mln $\$$ (лихва по държавен дълг) $T = 400$ mln $\$$ (данъци)
а) $GNP = ?$ б) $S_p = ?$ в) $S_g = ?$ г) $S = ?$
д) $S_r = ?$ - спестявания на останалия свят

а) $GNP = C + I + G + X_n = 1200 + 400 + 300 - 100 = 1800$

$GNP = 1800$ mln \$

б) $S_p = PDI - C = GNP + F + N - T - C = 1800 + 200 + 100 - 400 - 1200 = 500$ $S_p = 500$ mln \$

в) $S_g = T - F - N - G = 400 - 200 - 100 - 300 = -200$

$S_g = -200$ mln \$

г) $S = S_p + S_g \cancel{+ S_r} = 500 - 200 \cancel{+100} = 300$ $S = 300$ mln \$

д) $S_r = -X_n = 100$ $S_r = 100$ mln \$

Пресмятане на стойността на потребителския ценови индекс. Пресмятане на инфлация

1. Ценови индекс (Price Index) - представлява претеглената по благата средна стойност на цените за даден текущ период от време, разделена на претеглената ср. стойност на същите блага по цени на базова година. Ценовият индекс е отношението на цената на избрана потребителска кошница по текущи цени към цената на същата потребителска кошница по базови цени. Индексът на потребителските цени изпреварва средното равнище на цените на потребяваните стоки и услуги на домакинствата. Оценяваната съвкупност от потребителски блага се нарича потребителска кошница.

2. Потребителски ценови индекси - CPI - това е индекс, който измерва цената на живот на едно средно семейство. Измерва цената на определена потребителска кошница от стоки и услуги, закупени от едно средно

семейство

3. Разлика м/у GDP дефлатор и CPI

1) Състои се във вида на стоките и услугите, които всеки един от тях обхваща. CPI участва само в изчисляването на стоките и услугите, които са закупени от потребителите, а ∀ цени на стоки и услуги, които са закупени от фирми и правителство, ще рефлектират в/у GDP дефлатора.

2) В GDP дефлатора се включват само цените на стоки, които се произв. на територията на дадена държава. Той не се влияе от промяна на цените на стоки за крайно потребление, които са внесени от чужбина. CPI се влияе от промени на цените на стоки, внесени от други държави и това е така, поради факта, че стоките-внос са част от потребителската кошница.

3) Засяга начина, по който цените на различните стоки се определят при дефлатора и CPI. CPI се базира в/у определена потребителска кошница от стоки и услуги, която се определя по фиксирани количества в определена базова година, докато GDP дефлатора използва количества от текущата година.

4. Ценови индекс на производителя - WPI - измерва цените на стоките на едро.

5. Формула за пресмятане на потребителския ценови индекс и GDP деф. на БВП.

1) Формула на Ласпер - с нея се пресмята индексът на потребителските цени

$$\underset{CPI}{L} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^t \cdot q_i^0}{\sum_{i=1}^{n} p_i^0 \cdot q_i^0} \cdot 100$$

q_i^0 - кол. на стоки от базисна година
p_i^0 - цени на стоките от базисна година
p_i^t - цени на стоки от текущата година
q_i^t - количества на стоките от текущата година

2) Формула на Пааше

$$P_{бор.деф.} = \frac{\sum_{i=1}^{n} p_i^t q_i^t}{\sum_{i=1}^{n} p_i^0 q_i^t} \cdot 100$$

Задачи: 1) В таблицата са представени данни за 2 вида стоки и услуги. Да се пресметнат L и P за 1991 и 1992 г., ако е известно, че 1990 е базова година.

		1990	1991	1992
1	p	1	2	3
	q	5	10	12
2	p	3	4	5
	q	8	5	4

$$L_{91} = \frac{2.5+4.8}{1.5+3.8} \cdot 100 = \frac{42}{29} \cdot 100 \approx 144$$

$$L_{92} = \frac{3.5+5.8}{1.5+3.8} \cdot 100 = \frac{55}{29} \cdot 100 \approx 189$$

$$P_{91} = \frac{2.10+4.5}{1.10+3.5} \cdot 100 = \frac{40}{25} \cdot 100 = 160$$

$$P_{92} = \frac{3.12+5.4}{1.12+3.4} \cdot 100 = \frac{56}{24} \cdot 100 \approx 233$$

2) Пресметнете индекса на потребителските цени за 1991, 1992 г. за 3 вида стоки и услуги и базова година 1990 г.

		1990	1991	1992
1	p	1	2	3
	q	4	5	7
2	p	2	2	5
	q	5	10	15
3	p	3	5	7
	q	10	12	14

$$L_{91} = \frac{2.4+2.5+5.10}{1.4+2.5+3.10} \cdot 100 = \frac{68}{44} \cdot 100 \approx 155$$

$$L_{92} = \frac{3.4+5.5+7.10}{1.4+2.5+3.10} \cdot 100 = \frac{107}{44} \cdot 100 \approx 243$$

$$P_{91} = \frac{2.5+2.10+5.12}{1.5+2.10+3.12} \cdot 100 = \frac{90}{61} \cdot 100 \approx 148$$

$$P_{92} = \frac{3.7+5.15+7.14}{1.7+2.15+3.14} \cdot 100 = \frac{194}{79} \cdot 100 \approx 246$$

Пресмятане на инфлацията

Инфлацията е темпът на нарастване на потребителския индекс и тя може да бъде пресметната по формулата:

$$infl = \frac{L_{t+1} - L_t}{L_t} \cdot 100 = \frac{CPI_{t+1} - CPI_t}{CPI_t} \cdot 100 = \frac{P_{t+1} - P_t}{P_t} \cdot 100$$

За последната задача да се пресметне инфлацията с помощта на L и P за периода 1991-1992 год.

$$infl = \frac{L_{92}-L_{91}}{L_{91}}\cdot 100 \qquad infl = \frac{P_{92}-P_{91}}{P_{91}}\cdot 100 = \frac{246-148}{148}\cdot 100 =$$

$$= \frac{98}{148}\cdot 100 \approx 66\%$$

$$= \frac{243-155}{155}\cdot 100 = \frac{88}{155}\cdot 100 \approx 57\%$$

23.03.2016г. Задачи: 1) $infl = \frac{189-144}{144}\cdot 100 = \frac{45}{144}\cdot 100 \approx 31\%$

$infl = \frac{233-160}{160}\cdot 100 \approx 45\%$ } за периода 1991-1992.

Идеална формула на Фишър: $\boxed{I=\sqrt{LP}}$

2) Пресметнете темповете на инфлацията:

$$infl = \frac{CPI_{85}-CPI_{84}}{CPI_{84}} = \frac{3,8}{96,2}\cdot 100 = 3,95\%$$

	CPI	infl
1984г.	96,2	–
1985г.	100	3,95%
1986г.	104,2	4,2%
1987г.	108,7	4,32%
1988г.	113,1	4,05%
1989г.	118,7	4,95%

3) Пресметнете темповете на инфлацията:

	CPI	infl
1984г.	96,9	–
1985г.	100	3,2%
1986г.	101,7	1,7%
1987г.	103,1	1,37%
1988г.	105,1	1,98%
1989.	107,8	

4) Намерете БНП като сума на разходите и сума на доходите, ако е известно следното:

– Потребителски разход (C) – 120 млрд. лв.
+ Ренти и нетни лихви – 15,3 млрд. лв.
Потребление на правителството (C_G) – 11,2 млрд. лв.
Данъци без субсидии по производството (TSP) – 1,4 млрд. лв.
Печалба на фирми (FP) – 34 млрд. лв.
Покупки на местните власти (LAE) – 4 млрд. лв
Експорт (X) – 80,4 млрд. лв.
Амортизация – 42,6 млрд. лв. (пари за нови машини)
Брутни инвестиции (I) – 88 млрд. лв. от субсидии
Импорт (M) – 56,3 млрд. лв.
Заплати и доходи от труд и самонаемане (W) – 154 млрд. лв

$$\sum \text{разходи} = C + C_G + I + LAE + \overset{X}{E} - M = 120 + 11,2 + 88 + 4 + 80,4 - 56,3 = 247,3$$

$$\sum \text{приходи} = W + TSP + FP + \text{амортизация} + \text{ренти и нетни лихви} = 15,3 + 1,4 + 34 + 154 + 42,6 = 247,3$$

5) Да се изчисли БВП (GDP) и БНП

1989 г.	1990 г.	1991 г.	
60,7	268,7	468,1	Частно потребление C_p
7,1	108,1	195,2	Публично потребление C_{pub}
15,3	96	131,6	Частни инвестиции I_p
4,1	21,6	26,1	Публични инвестиции I_{pub}
26,2	25,9	3,3	Промяна в запасите Δ
22,6	160,5	190,3	Експорт (E)
17,6	120,5	205,8	Импорт (M)
−4,6	−31,9	−30,1	Нетни доходи от чужбина (Y_f)

само за БНП

чуждите граждани са произвели повече от нашите граждани на тяхната територия

$C = C_p + C_{рив}$ $\quad I = I_p + I_{рив}$

$GDP = C + I + E - M + \Delta$

$GDP_{89} = 67,8 + 19,4 + 22,6 - 17,6 + 26,2 = 118,4$

$GNP_{89} = GDP_{89} - Y_{\text{з}} = 118,4 + 4,6 = 123$

$GDP_{90} = 376,8 + 117,6 + 25,9 + 160,5 - 120,5 = 560,3$

$GNP = 560,3 + 31,9 = 592,2$

$GDP_{91} = 808,8$

$GNP_{91} = 808,8 + 30,1 = 838,9$.

За така получените стойности по години за GDP да се пресметне стойността на дефлатора за 1989г., 1990г., 1991г.

$NGDP_{89} = GDP_{89} = 118,4$

$NGDP_{90} = 560,3$

$NGDP_{91} = 808,8$

1989	1990	1991	
633,8	560,3	521,2	RGDP
118,4	560,3	808,8	NGDP
18,6%	100%	155,18%	d

→ дадено

базова година

$$GDP_{defl} = \frac{NGDP}{RGDP} \cdot 100 = d$$

Номинален и реален лихвен процент

Номиналният лихвен процент е този, който вихдаме без да отчитаме инфлацията, а реалният е този, при който се отчита инфлацията

Връзка м/у номинален и реален лихвен процент:
i^N - номинален лихвен %
i^r - реален лихвен %
π - темп на нарастване на инфлацията
Уравнение на Фишер:

$$1+i^N=(1+i^r)(1+\pi)$$

$$i^N=i^r(1+\pi)+\pi$$

Σ_1 - сумата на цените в бъдещ момент
Σ_0 - сумата на цените в настоящ момент
P_1 - индексът на потребителските цени в бъдещ момент
P_0 - индексът -//- в настоящия момент

$$i^r=\frac{\frac{\Sigma_1}{P_1}+\frac{\Sigma_0}{P_0}}{\frac{\Sigma_0}{P_0}} \qquad \pi=\frac{P_1-P_0}{P_0} \Rightarrow 1+\pi=\frac{P_1}{P_0}$$

$$\pi\,\%=\frac{P_1}{P_0}.100-100$$

Задачи: 1) Дадена е 12% годишна инфлация. Даваме назаем 1200лв., като в края на годината очакваме да получим 1450лв. При какъв номинален лихвен процент ще участваме в кредитна сделка от такъв тип?

$$1200+1200.i^r\%=1450$$

$$1200+1200.\frac{x}{100}=1450 \qquad 12x=250 \qquad x=20,8\%=i^r$$

$$i^N=\left(\frac{20,8}{100}(1+0,12)+0,12\right).100=0,35.100=35\%$$

2) $i^N=?$ заем 2000лв. → в края 2300лв.
$\pi=12\%$

3) Фирма е взела 400лв. заем при $i^{r} = 5\%$
Фирмата има приходи в размер на 200лв и разходи:
Работни заплати - 100лв.
Материали - 40лв.
Лихвени плащания - 20лв. (други ≠ заем)
$\pi = 30\%$. Какво ще стане с печалбата на тази фирма?

4) Темпът на нарастване на NGDP е 6%, а темпът на нарастване на RGDP е 1%.
Известно е, че $CPI_{98г} = 110$ в началото на годината.
Намерете стойността на $CPI_{99г}$

30.03.2016г. 3) Печалба = Приходи - Разходи

$\pi = 30\% = 0,3 \quad i^{r} = 0,05$

$i^{N} = (1+0,05).(1+0,3) - 1 = 0,365 \quad i^{N} = 36,5\%$

Приходи: 200лв. $\xrightarrow{infl\ 30\%}$ 260лв.

Разходи: 100лв. $\xrightarrow{infl\ 30\%}$ 130лв.

40лв. $\xrightarrow{infl\ 30\%}$ 52лв.

20лв. $\xrightarrow{infl\ 30\%}$ 26лв.

208лв.

~~Вз.~~ Лихва в/у заема $400.0,365 = 146$лв.

Разходи: $208 + 146 = 354$лв.

Инвестираме заема 400лв. → 520лв.

Печалба: $780 - \cancel{20}\, 354 = 426$лв

4) n - темп на нарастване на NGDP

g - темп на нарастване на RGDP

$(1+n) = (1+\pi)(1+g)$

$1+0,06=(1+\pi)(1+0,01)$ $1+\pi=\frac{1,06}{1,01}=\frac{106}{101}$ $\pi=\frac{5}{101}=0,0495$

$\pi=4,95\%$

$$\pi=\frac{CPI_{99}-CPI_{98}}{CPI_{98}}\cdot 100 \qquad 4,95=\frac{CPI_{99}-110}{110}\cdot 100$$

$CPI_{99}-110=\frac{4,95.110}{100}$ $CPI_{99}=115,4$

1) Дадено е, ~~ч~~ $CPI_{98}=125$ $CPI_{99}=148$
Темпът на нарастване на $NGDP=10\%$. Намерете темпа на нарастване на $RGDP=?$

$$\pi=\frac{CPI_{99}-CPI_{98}}{CPI_{98}}=\frac{23}{125}\approx 18,4\%$$

$n\to NGDP$ $g\to RGDP$

$(1+n)=(1+\pi)(1+g)$ $1+0,1=(1+0,184)(1+g)$

$1+g=\frac{1,1}{1,184}=0,929$ $g=-0,07$

$RGDP=-7\%$

Безработица и заетост

1. Работна сила: Заети + Активно търсещите работа безработни

Безработица: може да се измери като абс. и относителна величина чрез т.нар. норма на безработицата

Норма на безработицата: $\frac{\text{брой ~~заети~~ безработни}}{\text{работна сила}}$

Норма на заетост: $\frac{\text{брой заети}}{\text{работна сила}}$

Норма на безработица + Норма на заетост = 1

$$\text{Коефициент на участие} = \frac{\text{Работна сила}}{\text{Население в трудоспособна възраст}}$$

БВП, БНП, ценови потр. индекс, безработица, ...

2. Видове безработица

а) фрикционна - възниква когато напускаме стара работа и сме в процес на търсене на нова работа. Обикновено тази безработица е доброволна и е нормално да Ǝ

б) структурна - предизвиква се от несъответствия м/у квалификационната структура на търсената и предлаганата работна сила което е свързано предимно с появата на нови дейности и отрасли и съкращаването на съществуващи

в) класическа - можещите и активно желаещи да работят хора са повече от тези на свободните работни места при ~~на~~ установените реални работни заплати

г) циклична (Кейнсианска) - предизвиква се от промените в обема на реалния БНП

Задачи: 1) Населението в трудоспособна възраст е 5 млн. души, безработните са 0,5 млн. души. Нормата на безраб. = ?, Коеф. на участие = ? Заетите са 4 млн. души. Норма на заетост = ?

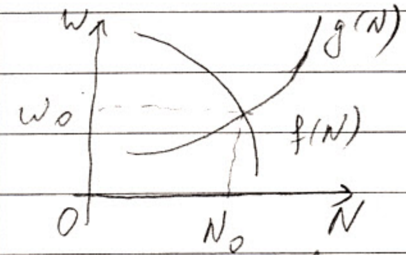
$$\text{Норма на безраб.} = \frac{0,5}{4,5} = 11\%$$

$$\text{Коеф. на участие} = \frac{4,5}{5} = 90\%$$

Норма на заетост = $\frac{4}{4,5}$ = 89%

2) Нас. в трудоспособна възраст е 10 млн., заети - 8,5 млн., безработни - 0,7 млн. Норма на заетост = ? Коеф. на участие в раб. сила = ?

Равновесие на трудовия пазар



N - безработица
w - номинално средно почасово заплащане

g(N) - крива на предлагане на труд
f(N) - агрегирана крива на търсене на труд

Население в трудоспособна възраст (Working age population)

Работна сила
заети
безработни

Извънработна сила
Това са хората, които не работят и не си търсят работа.

Работната заплата се измерва в кол. от стоки и услуги, които могат да се закупят от нея

~~w - н~~

L - трудов ресурс, използван в производството
w. L - възнаграждението за труда

Фактори на производство - труд, земя, капитал

P-общо ценово равнище (общ ценови индекс)
Y - производството в реално изражение (има аналог на RGDP)
Y.P - производството в номинално изражение

$$Y.P = W.L + \beta.W.L = (1+\beta).W.L$$

β - възнаграждението от други ресурси

$$\ln(Y.P) = \ln(1+\beta).W.L = \ln(1+\beta) + \ln W.L = \ln(1+\beta) + \ln W + \ln L$$

$$\ln Y + \ln P$$

$$\frac{1}{Y(t)}.Y'(t) + \frac{1}{P(t)}.P'(t) = \frac{1}{W(t)}.W'(t) + \frac{1}{L(t)}.L'(t)$$

$$\frac{\dot{Y}}{Y} + \frac{\dot{P}}{P} = \frac{\dot{W}}{W} + \frac{\dot{L}}{L}$$

$$\frac{Y}{L} = \frac{\text{обем на производството}}{\text{часове, използвани за произв.}} = \text{производ. на труда}$$

$$\frac{\dot{W}}{W} - \frac{\dot{P}}{P} = \left(\frac{\dot{Y/L}}{Y/L}\right)$$ → темп на нарастване на производ. на труд

$$\frac{\dot{W/P}}{W/P} = \frac{\dot{Y/L}}{Y/L}$$ - за да нарастне работната заплата трябва да нарастне производ. на труда

Задачи: 3) Инфлацията в нач. на годината е 10%. Темпът на нарастване на почасовото заплащане е 6%, а темпът на нарастване на производ. на труд е 3%. Пресметнете инфлацията в края на год.

6.04.2016. Зад: 1) Кривата на AD е зададена с уравнението $Y = 4000 + \frac{2000}{P}$ като P е ценово равнище, а Y е реалният брутен национален продукт. Известно е, че потенциалният GNP е $Y^* = 5000$. Да се намери:

а) равновесното ценово равнище P^*

б) графиките на AS и AD

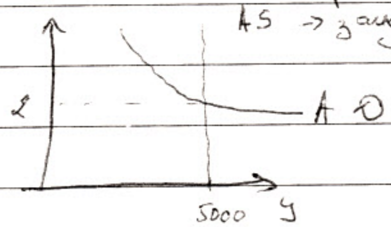
в) да се намери стойността на Y при фиксирани цени ($P = 1$)

г) ако $P = 3$ да се намери Y

Какво може да се каже за ценовото равнище?

а) $5000 = 4000 + \frac{2000}{P^*}$ $P^* = 2$

б) AS → защото никъде не е казано в условието



AD - aggregated demand

AS - aggregated supply

в) $Y = 4000 + 2000 = 6000$

г) $Y = 4000 + \frac{2000}{3} = 4667$

Норма на безработица. Естествена норма на безработица

Закон на Оукън: За 1 % при който се намира над ест. норма на безработица се оказва, че RGNP е 3% под потенциалния и обратно.

Законът се дава чрез формулата:

$$\frac{Y - Y^*}{Y^*} = -3(u - u^*)$$

Y - реален GNP Y^* - потенциален GNP
u - норма на безработица в конкретния момент
u^* - ест. норма на безработица

Зад. 1) Дадена е следната норма на безработица по години:

Год.	норма (u)
1991	0,05
1992	0,04
1993	0,05
1994	0,06

$u^* = 6\%$

а) Намерете разликата м/у потенциалния GNP и RGNP, т.е. $Y - Y^* = ?$

б) Ако се знае, че годишните RGNP = 2000, то тогава каква ще е стойността на пот. GNP?

а) 1991: $\frac{Y-Y^*}{Y^*} = -3(0{,}05-0{,}06) = 0{,}03$

т.е. $Y - Y^*$ е 3%

1992: $Y - Y^* = 6\%$

1993: 0,03

1994: 0,06 ? → 0

б) $Y = 2000$ 1993: $\frac{Y-Y^*}{Y^*} = 0{,}03$

$2000 - Y^* - 0{,}03Y^* = 0$ $Y^* = \frac{2000}{1{,}03} = 1941$ пот. GNP

Аналог. за другите години

13.04.2016 г. Зад. 1) За четири поредни години са извлечени следните данни за CPI

год.	CPI	infl
2011	400	-
2012	440	10%
2013	462	5%
2014	462	0

$infl = \frac{440-400}{400} \cdot 100 = 10$

а) пресметнете темпа на инфлация за посочените години

б) фирма е сключила договор, такъв че $\frac{\Delta W}{W} = 0,1$, т.е. има нарастване на номиналната работна заплата с 10% всяка година. Какво ще се случи с реалната работна заплата?

в) ако се допусне, че договорът, който е сключила фирмата е индексиран, т.е. $\frac{\Delta W}{W} = 0,05 + 0,5 \cdot \frac{\Delta CPI}{CPI}$, то какво би се случило с реалната работна заплата?

а) $infl_{2013} = \frac{22}{440} \cdot 100 = \frac{1}{20} \cdot 100 = 5\%$

б) $\frac{\Delta W}{W} = 0,1$ или 10%, т.е. заплатите всяка год. ще се покачат с 10%

В реално изр. раб. заплата няма да се промени през 2012 г., а през 2013 и 2014 г. реалната заплата ще се покачи

в) 2012 г. : $\frac{\Delta W}{W} = 0,05 + 0,5 \cdot 0,1 = 0,05 + 0,05 = 0,1$ или 10%

2013 г. : $\frac{\Delta W}{W} = 0,05 + 0,5 \cdot 0,05 = 0,05 + 0,025 = 0,075$ или 7,5%

2014 г. : $\frac{\Delta W}{W} = 0,05 + 0,5 \cdot 0 = 0,05$ или 5%

2) Дадена е следната норма на безработица по години:

y	u
1960	0,054
1961	0,065
1962	0,054
1963	0,055

а) ако ест. норма на безработица е била 5%, т.е. $u^*=0,05$ то изчислете разликата м/у пот. БНП и реалния БНП за периода 1960-1968г.

б) ако реалният GNP е бил 832,5 билиона $ през 1963г., то изчислете потенциалния GNP през следващата година

в) какво може да се каже за ценовото равнище през тези години?

3) Дадени са следните данни:

y	CPI
1960	88,7
1961	89,6
1962	90,6
1963	91,7

а) пресметнете инфлацията за '61, '62, '63г.

б) Ако предположим, че нар. на заплатите на група работници, които са сключили договор за работа за 2год. от 1962г., е $\frac{\Delta W}{W} = 0,01$. Какво ще се случи с реалната работна заплата, измерена с помощта на CPI?

в) Ако доп., че раб. договори са индексирани, т.е. $\frac{\Delta W}{W} = 0,005 + 0,5 \cdot \frac{\Delta CPI}{CPI}$, то какво ще се случи с реалната работна заплата?

<u>Модел на затворена икономика</u>

Доходът е равен на сума от потреблението, инвестициите и държавните разходи, т.е.

$Y = C + I + G$

$C = a + b \cdot Y_d$ $\quad Y_d = Y - t \cdot Y = (1-t) \cdot Y \to$ доход $\quad t$-данък $\quad 0 < t < 1$

a - автономно потребление (жизнен минимум) в - пределна стойност към потребление

$$Y = a + b(1-t).Y + I + G$$

$$Y[1-b(1-t)] = a + I + G$$

$$Y = \frac{1}{1-b(1-t)}(a + I + G)$$

$$m_a = \frac{1}{1-b(1-t)}$$

↓

мултипликатор в затворена икономика

Модел на отворена икономика

$$Y = C + I + G + X$$

$$C = a + b.Y_d = a + b(1-t).Y$$

$$X = g - m.Y \quad , m, g \geq 0$$

g - обем на нетния износ, който не зависи от доходите

m - пределна склонност към внос

$$Y = C + I + G + X = a + b(1-t).Y + I + G + g - m.Y$$

$$Y - b(1-t).Y = a + I + G + g - m.Y$$

$$Y - b(1-t).Y + m.Y = a + I + G + g$$

$$Y(1-b(1-t)+m) = a + I + G + g$$

$$Y = \frac{1}{1-b(1-t)+m}(a + I + G + g)$$

↓

мултипликатор за отворена икономика

$$m_o = \frac{1}{1-b(1-t)+m} \qquad m_o < m_a$$

① Дадена е затворена икономика със следните показатели:

$C = 100 + 0{,}9 . Y_d$

$I = 300$ млн. лв

$G = 200$ млн. лв.

$t = 0{,}2$

а) Намерете стойността на дохода Y и мултипликатора

б) Ако G нарасне със 100 млн. лв., то каква ще бъде стойността на дохода Y?

в) Какво би станало, ако $I \downarrow 30$ млн. лв. и $G \downarrow 30$ млн. лв.

а) $m_a = \frac{1}{1-b(1-t)} = \frac{1}{1-0{,}9(1-0{,}2)} = \frac{1}{1-0{,}9.0{,}8} = \frac{1}{1-0{,}72} = \frac{1}{0{,}28} = 3{,}57$

$Y_1 = m_a(a + I + G) = 3{,}57(100 + 300 + 200) = 3{,}57.600 = 2142{,}84$ млн.

б) $\Delta Y = ?$

$\frac{\Delta Y}{\Delta G} = m_a \Rightarrow \Delta Y = m_a . \Delta G = 3{,}57.100 = 357$ млн. лв.

$Y_2 = Y_1 + 357 = 2142{,}84 + 357 = 2499{,}84$ млн. лв.

$G \uparrow 100 \Rightarrow G_1 = 200$ млн. лв. $G_2 = 200 + 100 = 300$ млн. лв.

$Y_2 = m_a(a + I + G_2) = 3{,}57(100 + 300 + 300) = 2499{,}84$ млн. лв.

в) $\Delta Y = m_a(\Delta G + \Delta I) = m_a(-30 - 30) = -3{,}57.60 = -214{,}2$ млн. лв.

② Дадена е затворена икономика със следните показатели

$a = 120$ $G = 150$ млн. лв.

$b = 0{,}8$ $I = 240$ млн. лв.

$t = 0{,}15$

Намерете:

а) $Y = ?$ $m_a = ?$

б) Ако $I \uparrow$ с 40 млн. лв. и $G \uparrow$ с 20 млн. лв., то колко е Y?

в) Какво би се случило с дохода Y, ако $I \downarrow 30$ млн. лв. и $G \downarrow 20$ млн. лв.

(3) Дадена е отворена икономика със следните показатели:

$C = 100 + 0{,}9 . Y_d$ $t = 0{,}2$ $I = 200$ млн. лв.

$G = 200$ млн. лв. $X = 100 - 0{,}12 . Y$

Намерете:

а) стойността на дохода Y и m_0?

б) ако $G \uparrow 300$ млн. лв, то какво ще се случи с дохода Y?

$Y = 1500$ $m_0 = \frac{1}{1 - 0{,}9 . 0{,}8 + 0{,}12} = \frac{1}{1 - 0{,}72 + 0{,}12} = 2{,}5$

$\Delta Y = \Delta G . m_0 = 2{,}5 . 300 = 750$

$Y_2 = \Delta Y + Y_1 = 750 + 1500 = 2250$

IS-модел

$Y = C + I + G + X$

$C = a + b . Y_d$ а - жизнен минимум; автономно потребление; в - пределна склонност към потребление

$I = e - d . R$

$X = g - m . Y - n . R$

$g, m, n > 0$

R - реален ~~по~~ лихвен %

e - константа, измерваща онази част от инвестицията, която не зависи от лихвения %

d - коефициент, който измерва колко намалява инвестицията когато лих. % се покачи с 1%

n - коефициент, който измерва как нетния експорт намалява, когато лих % се увеличава с 1%

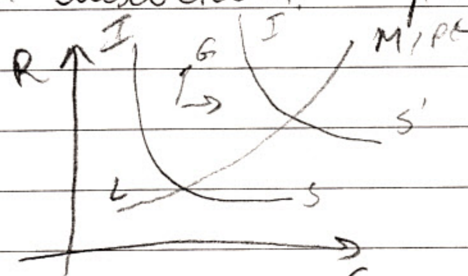
g - обемът на нетния износ, който не зависи от дохода Y

m - пределна стойност на внос

$$Y = a + b(1-t).Y + e - d.R + G + g - m.Y - n.R$$ или

$$Y = \frac{1}{1-b(1-t)+m}(a+e-d.R+G-n.R+g)$$

IS кривата показва връзката м/у инвестиции и спестявания. Тя е непрекъснатата ф-я, която показва съотв. м/у реалния доход и лихвения процент.



M^d - търсене на пари; ф-я на дохода, ценовото равнище и реалния лихвен процент

$M^d = f(Y, P, R)$

Y, P - правопропорционални с M^d

R - обратнопропорц. на M^d

M^s - предлагане на пари

Предлагането на пари е екзогенна величина (външна за системата) (определя ги ЦБ)

$M^d = M^s$ - настъпва равновесие на паричния пазар

Търсене на пари в реално отношение

$\frac{M^d}{P} = k.Y - h.R$ k, h - коефициенти

$M^d = (k.Y - h.R).P$

④ Даден е IS-модел, за който:

$Y = C + I + G + X$ $X = 100 - 0{,}12.Y - 500.R$

$C_d = 100 + 0{,}9.Y_d$ $G = 200$

$\frac{M^d}{P} = 0{,}8.Y - 2000R$ $M^s = 800$

$t = 0{,}2$ $P = 1$

$I = 200 - 500R$

Намерете

а) равновесният доход $Y^* = ?$

б) равновесният лихвен процент $R^* = ?$

в) уравнението на IS кривата

г) уравнението на LM кривата

в) $Y = 100 + 0{,}9(1-0{,}2) \cdot Y + 200 - 500R + 200 + 100 - 0{,}12Y - 500R =$

$= 600 + 0{,}6 \cdot Y - 1000R$

$0{,}4 \cdot Y = 600 - 1000R$

$Y = 1500 - 2500R$

г) LM дава равновесие $\Rightarrow M^d = M^s$

б) $0{,}8 \cdot Y - 2000R = 800$

$1200 - 2000R - 2000R = 800$

$4000R = 400 \qquad R = 0{,}1$

а) $Y = 1500 - 250 = 1250$

20.04.2016г. ① Даден е IS-модел, за който:

$Y = C + I + G + X \qquad G = 100\$$

$C = 400 + 0{,}9 \cdot Y_d \qquad t = 0{,}5$

$I = 300 - 2000 \cdot R \qquad M = 180\$$

$X = 100 - 0{,}05 \cdot Y - 1000R \qquad P = 1$

$M = (0{,}4Y - 1000R) \cdot P$

а) Намерете IS кривата

б) Намерете LM кривата

в) Намерете равновесния доход Y^* и равновесния лихвен процент R^*.

а) $Y_d = Y - t \cdot Y = 0{,}5 \cdot Y$

$Y = 400 + 0{,}9 \cdot 0{,}5 \cdot Y + 300 - 2000R + 100 + 100 - 0{,}05 \cdot Y - 1000R$

$0{,}6Y = 900 - 3000R \qquad Y = 900 \cdot \frac{10}{6} - 3000 \cdot \frac{10}{6} R$

Y_d - разполагаем доход

$Y = 1500 - 5000R$

б) $0,4Y - 1000R = 180$

$0,4Y = 1000R + 180$

$Y = 2500R + 450$

в) $2500R + 450 = 1500 - 5000R$

$7500R = 1050$

$R^* = \frac{105}{750} = \frac{21}{150} = \frac{7}{50} = 0,14$

$Y^* = 2500 \cdot \frac{7}{50} + 450 = 800$

(2) Изведете кривата на съвкупно търсене (AD) и покажете с колко се променя Y ако държавните разходи G нарастват със 100, и M^s също нарастват със 100.

а) Намерете уравнението на IS_c, LM_c, AD_c

б) Намерете стойността на мултипликатора

в) Намерете изменението на дохода ΔY.

~~а) IS_c: $Y = C + I + G + X$~~

$C = 100 + 0,9Y_d$ $t = 0,2$ $I = 200 - 500R$ $X = 100 - 0,12Y - 500R$

$M^s = P(0,8Y - 2000R)$ $G = 200$ $M^s = 800$ $P = 1$

а) IS_c: $Y = C + I + G + X = 100 + 0,9 \cdot (1 - 0,2) \cdot Y + 200 - 500R + 200 + 100 - 0,12 \cdot Y - 500R = 600 + 0,6Y - 1000R$

~~$0,16Y = 600 - 1000R$~~

~~$\boxed{Y = 3750 - 6250R}$~~

$800 = 0,8Y - 2000R$

$0,8 \cdot Y = 800 + 2000R$

$\boxed{Y = 1000 + 2500R}$ LM: $\boxed{Y = 1000 + 2500R}$

$0,4Y = 600 - 1000R$

IS: $\boxed{Y = 1500 - 2500R}$ $R = \frac{1500 - Y}{2500} = 0,6 - 0,0004Y$

$1000 + 2500R^* =$

$Y = 1000 - 2500 \cdot R + 2,5 \cdot G$

$R = \frac{1000}{2500} - \frac{1}{2500} \cdot Y + \frac{2,5}{2500} \cdot G = 0,4 - 0,0004 \cdot Y + 0,001 \cdot G$

$LM_c \quad \frac{M^S}{P} = 0,8 \cdot Y - 2000 \cdot R$

$\frac{M^S}{P} = 0,8 \cdot Y - 2000(0,4 - 0,0004 \cdot Y + 0,001 \cdot G)$

$\boxed{\frac{M^S}{P} = 1,6 \cdot Y - 800 - 2G}$

$800 = 1,6 \cdot Y - 800 - 2G$

$1600 = 1,6 \cdot Y - 2G$

$1,6 \cdot Y = 1600 + 2G$

$Y = 1000 + 1,25G$

$AD \rightarrow$ връзка м/у $Y, \frac{M^S}{P}$ и G

$\frac{M^S}{P} = 0,8 \cdot Y - 2000 \cdot (0,4 - 0,0004 \cdot Y + 0,001 \cdot G) =$

$= 0,8Y - 800 + 0,8 \cdot Y - 2G = 1,6 \cdot Y - 800 - 2G$

$1,6 \cdot Y = \frac{M^S}{P} + 800 + 2G$

$AD: \boxed{Y = 0,625 \cdot \frac{M^S}{P} + 500 + 1,25 \cdot G}$

б) $m_0 = \frac{1}{1 - b(1-t) + m} = \frac{1}{1 - 0,9 \cdot 0,8 + 0,12} = \frac{1}{1 - 0,72 + 0,12} = \frac{1}{1 - 0,6} = \frac{1}{0,4} = 2,5$

в) $\Delta Y = m_0 \cdot (\Delta G + \Delta M^S) = 2,5 \cdot 200 = 500$

③ Даден е следният модел на отворена икономика:

$Y = C + I + G + X$ а) IS_c и $LM_c = ?$

$C = 150 + 0,91 Y_d$ б) R^*, Y^*, C^*, X^*, I^*

$I = 300 - 400R$ в) $AD_c = ?$

$X = 100 - 0,1 \cdot Y - 300R$ г) с колко трябва да нарасне M^S,

$\frac{M^S}{P} = 0,85 \cdot Y - 1500R$ за да се увеличи Y^* със 100

$P = 2 \quad M = 1000 \quad G = 200$

4) Даден е модел на отворена икономика, в който потреблението е функция на разполагаемия доход и лихвения процент

$Y = C + I + G + X \quad C = 100 + 0{,}9 \cdot Y_d - 1000R \quad I = 200 - 500R$

$X = 100 - 0{,}12 \cdot Y - 500 \cdot R \quad \frac{M}{P} = 0{,}8Y - 2000R$

$G = 200 \quad t = 0{,}2 \quad M = 800 \quad P = 1$

Намерете а) IS_c? б) AD_c? в) Ако $G \uparrow 100$ и $M^s \uparrow 100$, то с колко ще нарасне Y?

Y_t - доход в момент t, който е в реално изражение

m_t - пари в момент t, които имаме налични

b_t - пари в момент t, които са в номинално изражение т.е. инвестирани в ценни книжа

P - ценово равнище

R - реален лихвен процент

~~$P \cdot Y_1$~~ $P \cdot y_1$ - доход в номинално изражение

Тогава е в сила:

$P \cdot y_1 + m_0 + b_0(1+R) = P \cdot c_1 + m_1 + b_1$,

където c_1 е потреблението в първи период

I-ви период: $P \cdot y_1 + b_0(1+R) = P \cdot c_1 + b_1 \quad (1)$

II-ри период: $P \cdot y_2 + b_1(1+R) = P \cdot c_2 + b_2 \quad (2)$

От (2) изразяваме b_1, т.е.

$b_1 = \frac{P \cdot c_2}{1+R} + \frac{b_2}{1+R} - \frac{P \cdot Y_2}{1+R}$ и заместваме b_1 в (1)

$P \cdot y_1 + b_0(1+R) = P \cdot c_1 + \frac{P \cdot c_2}{1+R} + \frac{b_2}{1+R} - \frac{P \cdot Y_2}{1+R}$

$\underbrace{P \cdot c_1 + \frac{P \cdot c_2}{1+R}}_{\text{настоящата стойност към началото на I-ви период}} = P \cdot y_1 + \frac{P \cdot Y_2}{1+R} + b_0(1+R) - \frac{b_2}{1+R} \rightarrow$ крива на бюджетно ограничение в номинален вид

Крива на бюджетно ограничение в реален вид

$c_1 + \frac{c_2}{1+R} = y_1 + \frac{y_2}{1+R} + \frac{b_0}{P}(1+R)$ c_1 - потребление през I период

c_2 - –"– II период

27.04.2016г. (1) Дадени са следните величини в реално изражение:

$y_1 = 200$ лв. доход през I период $y_2 = 220$ лв. през II период $b_0 = 20$ лв. - bond, облигация

$b_2 = 0$ $p = 2$ - ценово равнище $c_1 = 190$ лв. $R = 0,1$ $c_2 = ?$

$$p \cdot c_1 + \frac{p \cdot c_2}{1+R} = p \cdot y_1 + \frac{p \cdot y_2}{1+R} + b_0(1+R) - \frac{b_2}{1+R}$$

$$2 \cdot 190 + \frac{2 \cdot c_2}{1,1} = 2 \cdot 200 + \frac{2 \cdot 220}{1,1} + 20 \cdot 1,1$$

$$\frac{2 \cdot c_2}{1,1} = 20 + 400 + 22$$

$$2 \cdot c_2 = 1,1 \cdot 442$$

$$c_2 = 1,1 \cdot 221$$

$$c_2 = 243,1 \text{ лв.}$$

221
221
2431

(2) $C = 200 + 0,9 \cdot Y^P$, Y^P - перманентен доход

$Y^P = 0,7 \cdot Y^d + 0,3\, Y^{d-1}$ Y^d - разполагаем доход, получен в момента Y^{d-1} - разполагаем доход, получен в минал период

а) $Y^d = 6000$ през първата и втората година, каква е ст. на потреблението през втората година?

б) $Y^d = 6000$ през първата и втората година, а $Y^d = 7000$ през третата и всяка следваща година, то намерете потреблението през третата и четвъртата година.

а) $Y^P = 0,7 \cdot 6000 + 0,3 \cdot 6000 = 6000$

$C_2 = 200 + 0,9 \cdot 6000 = 5600$

б) ~~$Y^P = 0,7$~~ $Y_1^d = Y_2^d = 6000$ $Y_3^d = Y_4^d = 7000$

$Y_3^P = 0,7 \cdot 7000 + 0,3 \cdot 6000 = 4900 + 1800 = 6700$

$C_3 = 200 + 0,9 \cdot 6700 = 200 + 6030 = 6230$

$Y_4^P = 0,7 \cdot 7000 + 0,3 \cdot 7000 = 7000$

$C_4 = 200 + 0,9 \cdot 7000 = 6500$

(1) от миналия път

а) $Y = C + I + G + X$

$Y = 100 + 0{,}9\,Y^d - 1000.R + 200 - 500R + 200 + 100 - 0{,}12Y - 500R$

$= 600 + 0{,}9.0{,}8.Y - 2000R - 0{,}12Y =$

$= 600 + 0{,}6.Y - 2000R$

$0{,}4Y = 600 - 2000R$

$Y = 1500 - 5000R$

$LM: \; 800 = 0{,}8Y - 2000R \qquad 0{,}8Y = 800 + 2000R$

б) $Y = 100 + 0{,}9.0{,}8Y - 1000R + 200 - 500R + G + 100 - 0{,}12Y - 500R$

$Y = 400 + G + 0{,}6.Y - 2000R$

$0{,}4.Y = 400 + G - 2000R$

$Y = 1000 + 2{,}5.G - 5000R$

$\frac{M^S}{P} = 0{,}8.Y - 2000R$

$5000R = 1000 + 2{,}5.G - Y$

$R = 0{,}2 + \frac{2{,}5}{5000}.G - \frac{1}{5000}.Y$

$\frac{M^S}{P} = 0{,}8.Y - 400 - \frac{2}{5}.2{,}5.G + 0{,}4.Y$

$\frac{M^S}{P} = 1{,}2.Y - 400 - G$

$1{,}2.Y = \frac{M^S}{P} + 400 + G$

$Y = \frac{5}{6}\frac{M^S}{P} + \frac{1000}{3} + \frac{5}{6}G$

$Y = 0{,}83\frac{M^S}{P} + 333{,}3 + 0{,}83G$

(3) Известно е, че потреблението в момент t е:

$C_t = 300 + 0{,}9Y_t^P$

$Y_t^P = 0{,}6.Y_t^d + 0{,}3.Y_{t-1}^d + 0{,}1.Y_{t-2}^d$

а) Ако $Y_1^d = Y_2^d = Y_3^d = 8000$, то намерете стойността на потреблението през третата година $c_3 = ?$

б) $Y_4^d = Y_5^d = Y_6^d = Y_7^d = 9000 \qquad c_4, c_5, c_6, c_7 = ?$

в) Намерете пределната склонност към потребление в кратък период (SRMPC) и пределната склонност към потребление в дълъг период (LRMPC) = ?

LRMPC е коеф. пред перманентния доход в момент t, т.е. пред Y_t^P

SRMPC е коеф. пред разполагаемия доход в момент t

Инвестиции

$\boxed{I = e - d.R}$, където e - константа, измерваща онази част от инвестицията, която не зависи от R

d - коеф., измерващ с колко намалява инвестицията когато лихвения % се покачи с 1%

I - инвестиции

$\boxed{I_t = K_t^* - K_{t-1}}$, където K_t^* - кол. капитал, което искаме да имаме в икономиката в момент t

$\boxed{I_t = s(K_t^* - K_{t-1})}$, $0 < s < 1$ s - скорост с която се доближаваме до желания коефициент

$K_t^* = f(Y, W, R) = k.\frac{W}{R^k}.Y$ k - константа

W - номинално изражение на работната заплата

$\boxed{I_t = k.\frac{W}{R^k}.Y - K_{t-1}}$

① $I = 0,5(K^* - K_{t-1})$ $K^* = 0,25\frac{Y}{R}$ $d = 0$

а) $K_1^* = ?$ ако $Y_1 = 1000$, $R = 0,1$

б) $I_1 = ?$ $K_0 = 150$

в) Ако Y, R са конст. $(K_1^* = K_2^*)$, то намерете I_2 и I_3

а) $K_1^* = 0,25.\frac{1000}{0,1} = 0,25.10\,000 = 2\,500$

б) $I_1 = 0,5.(2500 - 150) = 0,5.2350 = 1175$

в) $\cancel{I_2 = 0,5(2500 - 1175) = 0,}$

$\cancel{I_1 = 0,5(K_1^* - K_0)}$

$\cancel{0,5 \cdot K_1^* = I + K_0 \, 0,5 = 1175 + 0,5 \cdot 150}$

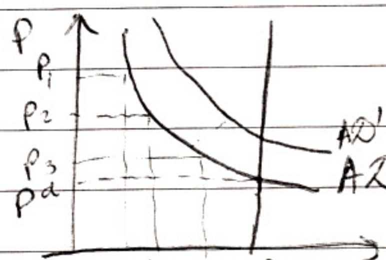
$I_2 = 0,5(2500 - K_1) = 0,5 \cdot 1175 = 587,5$

$\boxed{K_1 = I_1 + K_0}$ $\quad K_1 = 1325$

$K_2 = I_2 + K_1 = 587,5 + 1325 = 1912,5$

$I_3 = 0,5(2500 - 1912,5) = 294$

1.05.2016г. Зависимост м/у дохода и ценовото равнище



Формула за инфлацията

1) $\Pi = \dfrac{f(Y_{-1} - Y^p)}{Y^p}$ $\quad Y_{-1}$ - доход в предходен период

2) $\Pi = \dfrac{f(Y_{-1} - Y^p)}{Y^p} + \Pi^e$ $\quad \Pi^e$ - очаквана инфлация в бъдещ период

Ако темповете на нарастване на инфлацията са постоянни, то $\Pi_{-1} = \Pi^e$

3) $\Pi = \dfrac{f(Y_{-1} - Y^p)}{Y^p} + \Pi_{-1}$

Какво би станало, ако нарастне паричното предлагане M^s_s? $M^s \uparrow \to Y \uparrow \; R \downarrow \; \Pi \uparrow \; P \updownarrow$

При фискална политика $\to$ увеличават се държавните разходи $\Rightarrow Y \uparrow \; \Pi \uparrow \; P \updownarrow$

① $Y = 500 + 1,25G + 0,625 \cdot \frac{M^s}{P}$

$Y^P = 1250 \quad G = 200 \quad M^s = 800$

$\pi = \frac{Y_{-1} - 1250}{1250} + \pi^e$

а) $\pi^e = 0 \quad P_0 = 0,8 \quad \pi_0 = 0$

По какъв начин ще се променят ~~инфлац~~ π, P, Y, докато $\frac{|Y - Y^P|}{Y^P} < 0,01$

б) Как се променят π, P, Y, ако $\pi^e = \pi_{-1}$ $P_0 = 0,8$, $\pi_0 =$

година	инфлация	P	Y
0	0	0,8	1375
1	0,1	0,88	1318
2	0,05	0,924	1291
3	0,031	0,96	1271
4	0,017	0,98	1262

1293

$Y_0 = 500 + 250 + 0,625 \cdot \frac{800}{0,8} =$
$= 750 + 0,625 \cdot 1000 = 1375$

$\boxed{P_1 = P_0 + \pi_1 \cdot P_0} \qquad \pi_1 = \frac{1375 - 1250}{1250} = \frac{125}{1250} = 0,1$

$P_1 = 0,8 + 0,1 \cdot 0,8 = 0,88$

$Y_1 = 500 + 250 + 0,625 \cdot \frac{800}{0,88} = 750 + 568 = 1318$

$\pi_2 = \frac{1318 - 1250}{1250} = \frac{68}{1250} = 0,05$

$P_2 = P_1 + \pi_2 \cdot P_1 = 0,88 \cdot 1,05 = 0,924$

$Y_2 = 750 + 0,625 \cdot \frac{800}{0,924} = 750 + 541 = 1291$

② $Y = 500 + 1,25G + 0,625 \cdot \frac{M^s}{P}$

$Y^P = 1250 \quad G = 200 \quad M^s = 800$

Държавните разходи G са ~~покачван~~ 250 за всеки сл. период. $Y_0 = Y^P$ $P_0 = 1$, $\pi_0 = 0$, $\pi_1 = 0$, $\pi = \frac{Y_{-1} - Y_P}{Y_P} + \pi^e$

а) Ако $\pi^e = 0$, то намерете π, P, Y за следващите 5 години.

б) Ако $\pi^e = \pi^{-1}$, то намерете π, P, Y за следващите 6 години.

год.	инфлация	P	Y
0	0	1	1250
1	0	1	1312,5
2	0,05	1,05	1283
3			
4			
5			

$Y_0 = 500 + 250 + 0,625.800 =$
$= 1250$

$P_1 = 1 \quad Y_1 = 500 + 1,25.250 +$
$+ 500 = 1000 + 312,5$

$\cancel{P_2 = 1+}$

$\pi_2 = \frac{1313 - 1250}{1250} = \frac{63}{1250} = 0,05$

$P_2 = 1 + 0,05$

$Y = 500 + 1,25.250 + 0,625.\frac{800}{1,05} = 1283$

③ Дадена е следната крива на търсене:

AD_c: $Y = 667 + 1,11.G + 1,11\frac{M^S}{P}$

$\pi = \frac{Y_{-1} - 1500}{1500} + \pi^e$

$Y^P = 1500$, $G = 200$, $M^S = 550$

а) $\pi, P, Y = ?$, ако $\pi^e = 0$ във всеки бъдещ период и $P_0 = 1,4$. за 5 год. период

б) $\pi, P, Y = ?$, ако $\pi^e = \pi_{-1}$ и $P_0 = 1,4$ $\pi_0 = 0$ за 4 год. период

④ AD_c: $Y = 500 + 1,25.G + 0,625.\frac{M^S}{P} + Z_d$

Z_d е екзогенна величина, която влияе в/у съвкупното търсене. $\pi = \frac{Y_{-1} - Y^P}{Y^P} + \pi^e$ $Y^P = 1250$, $G = 200$, $M^S = 800$

а) ако $Y_0 = Y^P$, $\pi_1 = 0$, $\pi^e = 0$, $P_0 = 1$, $Z_d = -100$ за всяка следваща година, то $\pi, P, Y = ?$ $|Y - Y^P| < 0,01.Y^P$

б) Как може ЦБ да елиминира влиянието на екзогенната величина Z_d?

Модел на Самюелсън - Хикс

Чрез мултипликатора се задава връзката м/у доходи и инвестиции. $m = \frac{\Delta Y}{\Delta I}$
Акселераторът ~~дав~~ създава условия чрез промяната в дохода да се стимулират инвестициите.
$\nu = \frac{\Delta I}{\Delta Y}$
Моделът изследва динамиката на производството.
Специфични особености на модела:
1) Очакваните стойности на потреблението и спестяването са определени чрез закъснения, което води до непредвидени фактически спестявания.
2) Очакваните инвестиции са равни на фактическите спестявания
3) Очакваното и фактическото потребление съвпадат.

Моделът е за затворена икономика.

Макроикономическо тъждество:
$Y_t = C_t + I_t + g$, g - държавни разходи, const
C_t - потребление в момент t
$C_t = \gamma + c_1 . Y_{t-1} + c_2 . Y_{t-2} + \ldots$
c_1, c_2 - коефициенти, опр. пределната склонност към потребление. или това са потребителски разходи, които се формират в зависимост от дохода и зависят от неговия размер в предшестващия период.
$c_1 + c_2 + \ldots = c \in (0,1)$ $c_i \geq 0$
γ - автономно потребление (C_a); разходи, които не зависят от дохода; потреблението, което винаги съществува и винаги трябва да бъде направ

I_t - производствени инвестиции

$I_t = \nu_1(Y_{t-1} - Y_{t-2}) + \nu_2(Y_{t-2} - Y_{t-3}) + \dots$ отчита изменението във времето

$\nu_1 + \nu_2 + \dots = \nu, \quad \nu_i > 0$

Прост модел на Самюелсън-Хикс със закъснение 2 периода:

При простия модел $Y_t = C_t + I_t + A_t$ се предполага, че потреблението C_t има вида:

$$C_t = \gamma + c_1 Y_{t-1} + c_2 Y_{t-2},$$

а очакваните инвестиции имат вида:

$$I_t = \cancel{\nu_1 Y_{t-1} + \nu_2 Y_{t-2}} = \nu(Y_{t-1} - Y_{t-2})$$

A_t - автономни инвестиции в момент t

За простия модел макроикономическото тъждество е следното:

$$Y_t = C_t + I_t + A_t$$

$$Y_t = \gamma + c_1 Y_{t-1} + c_2 Y_{t-2} + \nu(Y_{t-1} - Y_{t-2}) + A_t$$

$$Y_t = \underbrace{\gamma + A_t}_{B_t} + (c_1 + \nu) Y_{t-1} + (c_2 - \nu) Y_{t-2}$$

$$\boxed{Y_t = B_t + (c_1 + \nu) Y_{t-1} + (c_2 - \nu) Y_{t-2}}$$

$c = c_1 + c_2 \qquad c_1 = c - c_2$

$$Y_t = B_t + (c - c_2 + \nu) Y_{t-1} + (c_2 - \nu) Y_{t-2}$$

$$\boxed{Y_t = c \cdot Y_{t-1} + (\nu - c_2)(Y_{t-1} - Y_{t-2}) + B_t}$$

Усложнен модел на Самюелсън-Хикс със закъснение 3 периода:

В този случай потреблението е

$$C_t = \gamma + c_1 Y_{t-1} + c_2 Y_{t-2} + c_3 Y_{t-3}$$

$$c_1 + c_2 + c_3 = c$$

$$I_t = \nu_1(Y_{t-1} - Y_{t-2}) + \nu_2(Y_{t-2} - Y_{t-3}) \qquad \nu_1 + \nu_2 = \nu > 0$$

$$Y_t = C_t + I_t + A_t$$

$$Y_t = (\nu + c_1) Y_{t-1} - (\nu_1 - \nu_2 - c_2) Y_{t-2} - (\nu_2 - c_3) Y_{t-3} + B_t$$

Полагане $c = c_1 + c_2 + c_3$ $c' = c_2 + c_3$ $c'' = c_3$

кумулативни коефициенти които отчитат склонност към потребление

$$\boxed{Y_t = c_1 Y_{t-1} + (\nu_1 - c')(Y_{t-1} - Y_{t-2}) + (\nu_2 - c'')(Y_{t-2} - Y_{t-3}) + B_t}$$

Ако разполагаме с частно решение $\overline{Y}_t$ на уравнението, то $y_t = Y_t - \overline{Y}_t$ удовлетворява следното:

- За простия модел:

  ~~$Y_t = c_4$~~ $y_t = c \cdot y_{t-1} + (\nu - c_2)(y_{t-1} - y_{t-2})$

- За сложния модел:

  $y_t = c y_{t-1} + (\nu_1 - c')(y_{t-1} - y_{t-2}) + (\nu_2 - c'')(y_{t-2} - y_{t-3})$

18.05.2016г.

Линейни математически модели в икономиката

1. Математически модели - в тези модели могат да бъдат описани с линейни уравнения с една променлива или с линейни диференчни уравнения от първи ред. За описанието и изследването на иконом. явления са необходими редица осн. понятия като фактори за произв., стоки, цени, пазари и т.н. Икономиката има за цел да определя връзката м/у тези понятия. Математико-икономическия модел включва няколко основни м. , които представят абстрактно

осн. понятия и връзките м/у тях. Моделите могат да бъдат:

а) статични – решенията на системата уравнения се търсят по такъв начин, че когато бъдат намерени се тълкуват като точка на равновесие

б) динамични – при динамичните модели разгл. величини зависят от времето, като се интересуваме от еволюцията на величината от даден начален момент t_0 да бъдем момент T. Зависимостта от времето може да бъде непрекъсната или дискретна. За непр. зависимост говорим, когато всяка разгл. величина е ф-я на времето $f(t)$, $t \in [t_0, T]$. Дискретна зависимост – целият разгл. интервал от време е разделен от под интервали, в които разгл. величини се считат за постоянни. Подинтервалите се номерират с цели числа $0, 1, 2, \ldots, t, t+1, \ldots$, а ст. на ф-я f в t-тия интервал се озн. с f_t. Дискретните модели са удобни, защото при произв. и реализацията на почти всяка стока е необх. осъществяването на опр. технологичен цикъл, чиято продълж. не може да се намали под определен минимум.

Пазар → 1 стока (цена) → търсене D, предлагане S

$$D_t = D(p_t) \quad p_t \text{ - цената в момент } t$$
$$S_t = S(p_{t-1}) \quad p_{t-1} \text{ - цената в предишния момент}$$

$$D_t = \alpha + \beta . p_t + \gamma . p_{t-1} \quad \alpha, \beta, \gamma \text{ - const}$$

2. Графично изследване на модели

1) Линеен статичен модел

$S = S(p)$ - предлагане $\quad D = D(p)$ - търсене

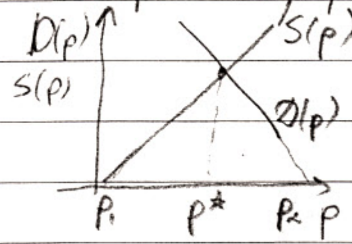
тук липсва зависимост от времето

Равновесна цена: $S(p) = D(p)$ → ако се предложи кол. S от стоката, то това кол. ще бъде изкупено изцяло без излишък $S - D$ или недостиг $D - S$

Ако S и D зависят линейно от цената p, то:

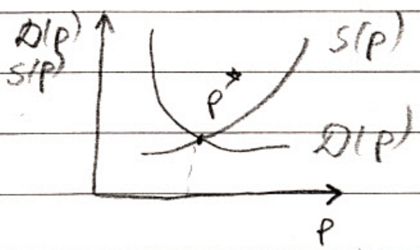
$D(p) = a + \alpha . p$, $\quad a, b, \alpha, \beta \in \mathbb{R}$

$S(p) = b + \beta p$ $\quad \alpha < 0, \beta > 0$



$D(p)$ е деф. в инт. $[0, p_2]$

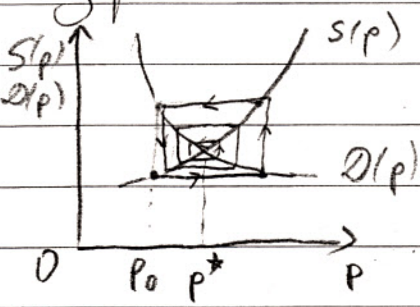
$S(p)$ -||- $[p_1, +\infty)$



2) Модел на паяжината

$D = D(p_t)$ $\quad S = S(p_{t-1})$

Допускаме, че във всеки момент t $\exists$ равновесие на пазара $(S_t = D_t)$



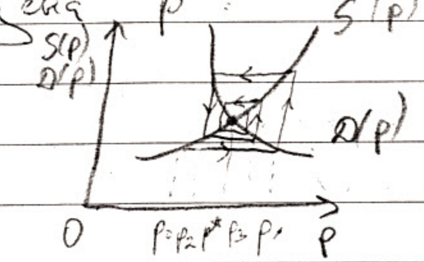
Интересува ни дали пазарната цена p_t се приближава или отдалечава от равновесната цена p^* при изменението на t.

На пазара непр. се повтаря следната поредица от събития:

1) предлагане на кол. ~~S(t)~~ $S_t = S(p_{t-1})$, съответстващ на цената от предходния период p_{t-1}

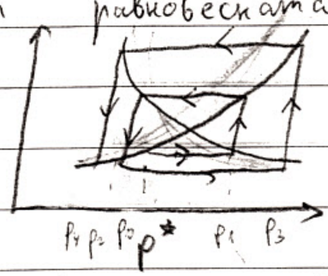
2) намира се нова цена p_t, за която е в сила равенството $S_t = D_t$. p_t е изходен пункт за следващия $(t+1)$ период.

1сл. Когато цената p_t се приближава към равновесната цена p^*:



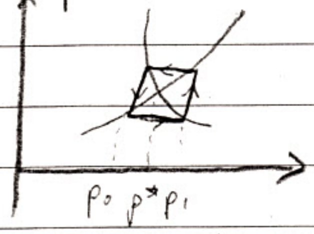
e_t затихват;
устойчиво p_t се приближава към p^*

2сл. Когато новата (истинската) цена p_t се отдалечава от равновесната p^*:



e_t са взривни
p_t издухва

3сл. p_t се колебае (~~осцилира~~ осцилира) около p^*



$e_t = p_t - p^*$ - отклонението на истинската цена от равновесната

3. Диференчни уравнения от I ред - Това са уравнения от вида: $\varphi(t, f_t, \Delta f_t) = 0$, където f_t е неизвестна функция с Д.О. $\{0\} \cup \mathbb{N}$, а $\Delta f_t = f_{t+1} - f_t$ за $\forall t \in \{0\} \cup \mathbb{N}$ е т.нар. крайна кразлика от I ред

Линейните диференциални уравнения от I ред с постоянни кофициенти имат вида:

(1) $\alpha . f_t + \beta \Delta f_t = g_t$ α, β - const, g_t - ф-я .

Може да се срещне и следното линейно диференчно у-е (2) $c_0 f_{t+1} + c_1 f_t = g_t$, където $c_0 = \beta$, $c_1 = \alpha - \beta$

Ако $c_0 \neq c_1 \neq 0$ правим полагането $c = -\frac{c_1}{c_0}$, $h_t = \frac{g_t}{c_0}$ и равенството (2) приема вида

(3) $f_{t+1} - c f_t = h_t$ за $c \in \mathbb{R}$

Когато $h_t \equiv 0$ получаваме хомогенно диференчно у-е:

(4) $f_{t+1} - c f_t = 0$

Нека f_t^0 е частно решение на уравнението (3)

Тогава общото решение на (3) се дава с

$f_t = f_t^0 + z_t$, където z_t е решението на (4)

$z_t = z_0 . c^t$ $t = 0, 1, 2, \ldots$ z_0 - const

$f_t = f_t^0 + z_0 . c^t$ - решението на (3)

<u>Зад.</u> Намерете частните решения f_t^0 на у-ето $f_{t+1} - c . f_t = h_t$ за $c \in \mathbb{R}$, ако е известно, че

а) $h_t = A$ за $A \in \mathbb{R}$

б) $h_t = A . \lambda^t$ за $A, \lambda \in \mathbb{R}$

в) $h_t = At + B$ за $A, B \in \mathbb{R}$

а) $f_{t+1} - c.f_t = A$, то тогава частното решение $f_t^0 = C$ при $c \neq 1$ или $f_t^0 = C.t$ при $c = 1$

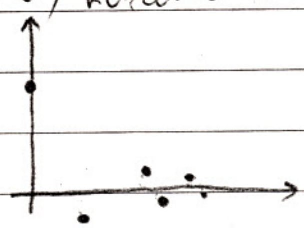
б) $f_{t+1} - c.f_t = A.\lambda^t$ за $A, \lambda \in \mathbb{R}$ частното решение е $f_t^0 = C.\lambda^t$ при $c \neq \lambda$ и $f_t^0 = C.t.\lambda^t$ при $c = \lambda$.

в) $f_{t+1} - c.f_t = At + B$ за $A, B \in \mathbb{R}$ частното решение е $f_t^0 = Ct + D$ при $c \neq 1$ и $f_t^0 = t(Ct + D)$ при $c = 1$.

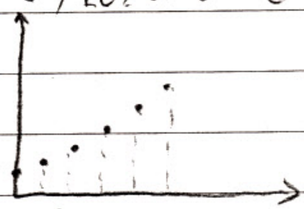
Решението $z_t = z_0 . c^t$, където $z_0 > 0$ е фиксирано число в зависимост от стойностите на коеф. c може да има следното графично поведение:

а) когато $0 < c < 1$ решението е със затихващо поведение

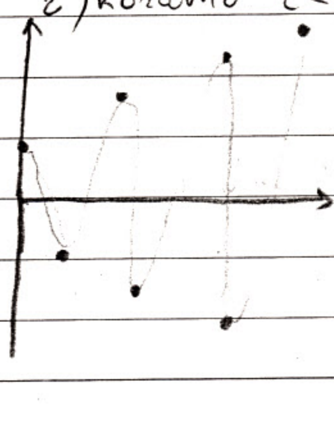
б) когато $-1 < c < 0$ решението е осцилиращо и затихващо



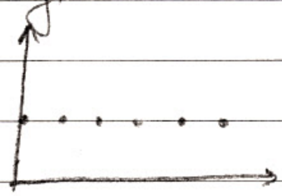
в) когато $c > 1$ решението е монотонно и избухващо



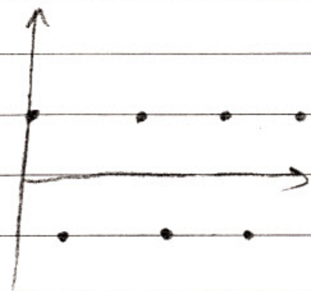
г) когато $c < -1$ решението е осцилиращо и избухващо



д) когато $c = 1$ решението е с постоянна амплитуда



е) когато $c = -1$ решението е осцилиращо с постоянна амплитуда



Самюелсън - Хикс

Частното решение $\bar{Y}_t$ е основна тенденция в изменението на Y_t, а y_t е отклонението от нея

Изследване на решенията на простия модел на Самюелсън - Ж Хикс

Нека разгледаме уравнението: диф. у-е от II ред

(2.5) $Y_t = c.Y_{t-1} + (\nu - c_2)(Y_{t-1} - Y_{t-2})$

Полагаме $\nu - c_2 = w$

(2.7) $Y_t = c.Y_{t-1} + w.(Y_{t-1} - Y_{t-2})$

c - склонност към потребление $c \in (0,1)$

s - склонност към спестяване $s \in (0,1)$

w може да бъде както >0, така и <0

$\boxed{c+s=1}$ основно тъждество

$\Rightarrow s = 1-c$ или $c = -s+1$ $\quad w + c = \nu - c_2 + c$

Поведението на решенията на у-е (2.7) зависи от корените λ_1 и λ_2 на неговия хар. полином, т.е. тръгваме от (2.7.) и получаваме

$$Y_t = c.Y_{t-1} + w.Y_{t-1} - w.Y_{t-2}$$

$Y_t - (c+w)Y_{t-1} + w.Y_{t-2} = 0$ - хомогенно диференчно у-е от II ред

$Y_t - (w-s+1).Y_{t-1} + w\,Y_{t-2} = 0$ и хар полином има вида

$$f(\lambda) = \lambda^2 - (w-s+1)\lambda + w$$

Св-ва на хар. полином $f(\lambda)$ се проверяват след като се попълни таблицата

λ	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$
$f(\lambda)$	$+\infty$	$2(2+c_1)+s>0$	w	s	$+\infty$

Хар полином може да се запише и във вида:

$$f(\lambda) = \lambda^2 - (2+c_1).\lambda + w$$

1) Когато $f(0) = w > 0$ $\exists$ 2 разл. корена $\lambda_1 \in (0,1)$ и $\lambda_2 \in (-1,0)$ $\lambda_1 + \lambda_2 = \frac{w-s+1}{1} = 2+c_1 > 0$ и $\lambda_1 > |\lambda_2|$

2) Когато $f(0) = w = 0$ корените са $\lambda_1 = c$ и $\lambda_2 = 0$, защото $\lambda^2 - (w-s+1)\lambda + w = 0$

При условие, че $w > 0$, то $\exists$ на реалните корени зависи от разположението на върха на параболата $y = f(\lambda)$ т.е. на точката $A = (\lambda_0, f(\lambda_0))$, където $\lambda_0 = \frac{1}{2}(w-s+1) = \frac{1}{2}(2+c_1) > 0$

За $\lambda_0 = \frac{1}{2}(w-s+1) \Rightarrow f(\lambda_0) = -\frac{1}{4}\left[w^2 - 2w(s+1) + (1-s)^2\right]$

25.05.2016г.

Паяжинен модел при линейни функции на търсене и предлагане

Нека $D_t = a + b.p_t$, $b < 0$ $S_t = a_1 + b_1.p_{t-1}$, $b_1 > 0$

Пазарът е в равновесие, т.е. $D_t = S_t$

$a + b.p_t = a_1 + b_1 p_{t-1}$

(1) $b.p_t - b_1 p_{t-1} = a_1 - a$ (диференчно у-е от I ред)

Частно решение на това диференчно у-е е

$p_e = \frac{a_1 - a}{b_1 - b_1}$

Хомогенно решение:

$z_t = A.\left(\frac{b_1}{b}\right)^t$, където A е константа

Общото решение на диф. у-е (1) е:

(2) $p_t = p_e + z_t = \frac{a_1 - a}{b - b_1} + A\left(\frac{b_1}{b}\right)^t$

Търсим A. Намираме я с помощта на началната ст. ~~на~~ p_0

$A = p_0 - \frac{a_1 - a}{b - b_1} = p_0 - p_e$

Ако $p_0 = p_e$, то $p_t = p_e$ за $\forall t$, т.е. частното решение е равновесната цена

Ако $p_0 \neq p_e$, то имаме отклонение $e_t = p_t - p_e$, което в случая е $A.\left(\frac{b_1}{b}\right)^t$ и то има няколко ~~вида~~ ~~по~~ основни типа поведение.

Тъй като $b < 0$ $b_1 > 0$, $\frac{b_1}{b} < 0 \Rightarrow$ Отклонението e_t е винаги осцилиращо

$|b_1| > |b|$ тук e_t е избухващо

$|b_1| = |b|$ e_t е с постоянна амплитуда

$|b_1| < |b|$ e_t е затихващо (с течение на времето се доближава до равновесната цена)

Зад. Дадени са функциите на търсене (D_t) и на предлагане (S_t). Да се намери пазарната цена p_t да се ~~опере~~ определи характера на решението. При зададена начална цена p_0 да се пресметнат числените ст. на пазарната цена p_t за $t = 1, 2, 3, 4$.

а) $D_t = 100 - 2p_t$, $S_t = -20 + 3p_{t-1}$, $p_0 = 75$

б) $D_t = 80 - 4p_t$, $S_t = -10 + 2p_{t-1}$, $p_0 = 18$

в) $D_t = 80 - p_t$, $S_t = -10 + p_{t-1}$, $p_0 = 50$

г) $D_t = 20 + p_t$, $S_t = -10 + 2p_{t-1}$, $p_0 = 31$.

а) $D_t = S_t$ $\quad 100 - 2p_t = -20 + 3p_{t-1}$ $\quad 2p_t + 3p_{t-1} = 120$

$a = 100 \quad b = -2 \quad a_1 = -20 \quad b_1 = 3$

$p_e = \frac{-20-100}{-2-3} = \frac{120}{5} = 24$

$z_t = A.\left(-\frac{3}{2}\right)^t$

$p_t = 24 + A.\left(-\frac{3}{2}\right)^t$

$p_0 = 75 \quad 75 = 24 + A \quad A = 51$

$p_t = 24 + 51\left(-\frac{3}{2}\right)^t$

$|b_1| = 3 > |b| \Rightarrow e_t$ е осцилиращо и издухващо

б) $D_t = S_t$ $\quad 80 - 4.p_t = -10 + 2p_{t-1}$ $\quad 45 = 2p_t + p_{t-1}$

$p_e = 15 \quad z_t = A.\left(-\frac{1}{2}\right)^t$

$p_t = 15 + A\left(-\frac{1}{2}\right)^t$

$p_0 = 18 \quad 18 = 15 + A \quad A = 3$

$p_t = 15 + 3\left(-\frac{1}{2}\right)^t \Rightarrow e_t$ е осцилиращо и затихващо

в) $D_t = 80 - p_t$ $\quad S_t = -10 + p_{t-1}$ $\quad 80 - p_t = -10 + p_{t-1}$

$90 = p_t + p_{t-1}$ $\quad p_e = 45$ $\quad z_t = A.(-1)^t$

$p_t = 45 + A.(-1)^t$ $\quad p_0 = 50 \quad A = 5$

$p_t = 45 + 5.(-1)^t \Rightarrow e_t$ е осцилиращо с постоянна амплитуда

г) $D_t = 20 - p_t$ $\quad S_t = -10 + 2p_{t-1}$ $\quad 20 - p_t = -10 + 2p_{t-1}$

$30 = p_t + 2p_{t-1}$ $\quad p_e = 10$ $\quad z_t = A.(-2)^t$

$p_t = 10 + A.(-2)^t$

$p_0 = 31 \Rightarrow A = 21 \quad p_t = 10 + 21(-2)^t$

~~решението~~ осцилиращо и избухващо

Обобщен паяжинен модел

Нека $D_t = a + b.p_t \quad S_t = a_1 + b_1.\bar{p}_t \quad (1)$

$\bar{p}_t$ - очакваната цена през периода t

Нека p_N е нормалната цена, т.е. това е цената, която производителите очакват постепенно да се установи на пазара.

Тук се полага $\bar{p}_t = p_{t-1} + c(p_N - p_{t-1})$ за $c \in (0,1)$, т.е. считаме, че очакваната цена е величина, получена чрез корекция на p_{t-1}, която в периода t е известна в зависимост от отклонението ѝ от нормалната цена. Смисълът на константата „c" е, че достигането на p_N няма да стане изведнъж (при $c = 1$), а с течение на времето.

Допускаме, че пазарът е бил известно време в равновесие и познаваме съответната равновесна цена p_e. Тогава, ако в изследвания период пазарът не е в равновесие, най-естествено е да положим $p_N = p_e$. При това предположение от (1) в модела получаваме следното диференчно уравнение:

$b.p_t - b_1(1-c)p_{t-1} = a_1 + b_1.c.p_e - a$ с решение:

$p_t = A\left[\frac{b_1(1-c)}{b}\right]^t + p_e.$

Условието за затихване на отклонението е:

$|b_1(1-c)| < |b|$

При $|b_1(1-c)| = |b|$ има отклонения с постоянна амплитуда.

Зад. Дадени са функциите на търсене $D_t = 100 - 2p_t$ и предлагането $S_t = -20 + 3.\bar{p}_t$, където $\bar{p}_t = p_{t-1} + c(p_N - p_{t-1})$ $c \in (0,1)$ е очакваната цена, а p_N е нормалната цена. Нека $D_t = S_t$. Ако $p_N = 24$, то намерете пазарната цена p_t и да се изследва поведението ѝ при $c = \frac{1}{3}$, $c = 0,5$ и $c = 0,2$.

$$100 - 2p_t = -20 + 3(p_{t-1} + c(24 - p_{t-1}))$$
$$100 - 2p_t = -20 + 3p_{t-1} + 3c(24 - p_{t-1})$$
$$100 - 2p_t = -20 + 3p_{t-1} + 72c - 3cp_{t-1}$$
$$120 - 72c = 2p_t + (3 - 3c)p_{t-1}$$

$c = \frac{1}{3}$ $\quad 120 - 24 = 2p_t + 2p_{t-1}$

$96 = 2p_t + 2p_{t-1}$ $\quad p_N = p_e = 24$

$z_t = A(-1)^t$

$p_t = 24 + A(-1)^t \to$ отклонения с пост. амплитуда

$c = \frac{1}{2}$ $\quad 120 - 36 = 2p_t + \frac{3}{2}p_{t-1}$

$168 = 4p_t + 3p_{t-1}$

$p_N = p_e = 24$ $\quad z_t = A.(-\frac{3}{4})^t$

$p_t = 24 + A.(-\frac{3}{4})^t \to$ ~~отклонения~~ затихващо

$c = 0,2$ $\quad 120 - 72.0,2 = 2p_t + 3.0,8.p_{t-1}$

$120 - 14,4 = 2p_t + 2,4p_{t-1}$

$105,6 = 2p_t + 2,4p_{t-1}$

$p_t = 24 + A(-\frac{2,4}{2})^t = 24 + A(-1,2)^t \Rightarrow$ избухващо

Зад. Нека националният доход се разпределя по 0,52 и 0,48 съответно за работниците и за собствениците. Ако работниците претендират за 0,6 дяла и получат увеличението, а собствениците запазят своя дял, изменяйки цените, то пресметнете ръста на инфлацията при условие, че националният доход остава постоянен.

Зад. Националният доход се разпределя

$W_t = 0,52 \quad E_t = 0,48$

$Y_t = 0,52 + 0,48 = 1 \quad E_t = a . Y_t$

$a = 0,48$ (дял на собствениците, той се запазва)

$b = 0,6$

$p_t = p_0 . \left(\frac{b}{1-a}\right)^t = p_0 . \left(\frac{0,6}{1-0,48}\right)^t = p_0 . (1,1538)^t =$

$= p_0 (1+0,1538)^t \Rightarrow$ инфлацията е $15,38\%$

Диференчни уравнения от II-ри ред

Диференчно у-е от II ред е уравнение от вида

$c_2 . f_t + c_1 . f_{t-1} + c_0 . f_{t-2} = g_t$,

където c_0, c_1, c_2 са известни константи, а $g(t)$ е известна ф-я, $c_0 \neq 0$ и $c_2 \neq 0$

Хомогенното у-е на уравнение (1) има вида:

$f_t + a_1 f_{t-1} + a_2 f_{t-2} = 0$, $a_1 = \frac{c_1}{c_2}$, $a_2 = \frac{c_0}{c_2}$

Полагаме $f_t = \lambda^t$ и получаваме следното у-е.

$\lambda^t + a_1 \lambda^{t-1} + a_2 \lambda^{t-2} = 0 \rightarrow$ хар. полином

$\lambda^{t-2}(\lambda^2 + a_1 \lambda + a_2) = 0$

1) $\lambda = 0$

2) $\lambda^2 + a_1\lambda + a_2 = 0$ и това е хар. у-е на диференчното у-е от II ред

Корените са $\lambda_{1,2} = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_2}}{2}$, където $\Delta = a_1^2 - 4a_2$

Изследване на корените λ_1, λ_2:

1) Когато $\Delta > 0$ λ_1, λ_2 са реални

λ_1^t и λ_2^t удовлетворяват $y_t + a_1 y_{t-1} + a_2 y_{t-2} = 0$

и общото решение в този случай е:

$y_t = A_1 \lambda_1^t + A_2 \lambda_2^t$ $A_1, A_2 - const$

Моделиране на икономическия растеж при екзогенна норма на спестяване и технологичен прогрес

Прието е, че обемът на реалния БВП в 2 последователни периода $t-1$ и t се измерва с темпа на растеж g_t, т.е. $Y_t = (1+g_t) Y_{t-1}$

или $g_t = \frac{Y_t - Y_{t-1}}{Y_{t-1}}$

В краткосрочен план например в 2 последователни тримесечия Y_t се колебае и може да намалява

В дълъг период статистическите данни показват, че БВП нараства.

Основите на теорията на иконом. растеж са положени още в трудовете на класиците Адам Смит, Дейвид Рикардо, Томас Малтос, а в по-ново време - Франк Рамзи и Йозиф Шумпетер. Съвременната теория на иконом.

растеж започва със статията на Рамзи, публикувана през 1920г. По-късно в статиите на Харод и Домар се търси обединяване на идеите на иконом. анализ на Кейнс и теорията на иконом. растеж. Важни моменти представляват и изследванията на Солоу и Суон, Кас и Купманс, Ромър, Лукас и др.

Производствена функция

Първа стъпка към разбиране и моделиране на икономическия растеж е схващането, че при по-големи обеми на физическия капитал K и работната сила L както и при по-съвършена технология на производството, произведената продукция Y нараства. Зависимостта на Y от обемите на входните количества x_i, $i=1 \div n$ на отделните фактори на производството (капитал, труд, енергия, суровини) се нарича производствена ф-я, т.е.

$$(1)\ Y = F(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

Най-често се среща $n=2$ и $x_1 = K$ (капитал), $X_2 = L$ (труд)

output = произведена продукция, inputs - входни кол.

За производствената ф-я се предполага, че:

1) $F_{x_i} > 0$ за $\forall\, i = 1 \div n$

2) $F_{x_i x_i} < 0$ за $\forall\, i = 1 \div n$ (2)

Това условие показва, че увеличаването на $\forall$ ресурс води до нарастване на продукцията.

Друго предположение за производствената ф-я е, че тя е положително хомогенна от първа степен, т.е.

$$(3)\quad F(\lambda x_1, \lambda x_2, \dots, \lambda x_n) = \lambda F(x_1, x_2, \dots, x_n) \text{ за } \lambda > 0$$

Това св-во се нарича постоянна възвращаемост по отношение на мащаба, т.е. ако увеличим λ пъти входните ресурси, то също толкова ще нарастне и продукцията.

Ако диференцираме ф-ята $F(\lambda x_1, \dots, \lambda x_n) = \lambda F(x_1, \dots, x_n)$ по λ и заместим $\lambda = 1$ то получаваме

$$(4)\quad \sum_{i=1}^{n} F_{x_i} \cdot x_i = F(x_1, \dots, x_n) \rightarrow \text{формула на Ойлер}$$

През 1963 г. Инада формулира условия, важни за изследването на иконом. растеж:

$$(5)\quad \lim_{x_i \to 0} F_{x_i} = +\infty \text{ и } \lim_{x_i \to +\infty} F_{x_i} = 0$$

при произволно фиксирани стойности на останалите променливи.

Много често производствената ф-я се нарича ф-я на Коб-Дъглас.

Нека P_i - цената на единица обем от i-тия ресурс

p - общото ценово равнище на продукцията

Тогава номиналната печалба от производството е:

$$(6)\quad \Pi = p \cdot F(x_1, \dots, x_n) - \sum_{i=1}^{n} P_i \cdot x_i$$

Необходимо условие за оптималност или максимизиране на печалбата е $\Pi_{x_i} = 0$

$$(7)\quad \Pi_{x_i} = p \cdot F_{x_i}(x_1, \dots, x_n) - P_i = 0 \qquad F_{x_i} = \frac{P_i}{p} \Big/ \cdot \frac{x_i}{y}$$

$$(8)\quad \frac{x_i F_{x_i}}{y} = \frac{P_i x_i}{p \cdot y}$$

Равенството (8) показва, че еластичността F_{x_i} ~~отн.~~ x_i е частта от БВП $= p \cdot y$, която съотв. на i-тия ресурс.

$$\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i F_{x_i}}{y} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i X_i}{P.y} \Rightarrow \frac{F}{F} = \frac{\sum_{i=1}^{n} P_i X_i}{P.y}$$

$$\Rightarrow P.y = \sum_{i=1}^{n} P_i X_i \qquad \Pi = P.y - P.y = 0$$

Това равенство показва, че max ст. на печалбата при тези предположения е 0 и това винаги е така при съвършена конкуренция.

Пр. Ако ресурсите са 2 вида: капитал K и труд L

$y = F(K, L)$

Тогава условията (8) имат вида:

$$\alpha = \frac{K.F_K}{F} = \frac{P_K.K}{P.y} \qquad \beta = \frac{L.F_L}{F} = \frac{P_L.L}{P.y}$$

$$F(K,L) = A.K^{\alpha}L^{\beta} \qquad A = const$$

$\alpha + \beta = 1$