# спец. "Приложна математика", междинен изпит по комплексен анализ, 7 юни 2016г.

**Време за работа: 90 минути**

**25 точки общо**

Задача 1. (4т.) Нека неконстантната функция $f(z) = u(x,y) + iv(x,y)$, $z = x + iy$ е холоморфна в точката $z_0$. Вярно ли е, че функцията $g(z) = v(x,y) + iu(x,y)$ е холоморфна в точката $z_0$. Обосновете отговора си.

Задача 2. (2т.) Вярно ли е твърдението:

А) $|\sin z|^2 + |\cos z|^2 < 1, \ \forall z \in \mathbb{C}$

Б) $\log(-1)^2 = 2\log(-1)$

Задача 3. (4т.) Съществува ли функция $f(z)$ холоморфна в $\{z \in \mathbb{C}: |z| < 1\}$ и такава, че $\left(\frac{1}{n}\right) = \frac{i^n}{n}$ ? Обосновете отговора си.

Задача 4. (6т.) Нека $f(z)$ е холоморфна в $\{z \in \mathbb{C}: 0 < |z| < 1\}$, непрекъсната е в $\{z: 0 < |z| \leq 1\}$ и $|f(z)| \leq ln\frac{1}{|z|}$. Да се докаже, че $f(z) \equiv 0$.

Задача 5. (9т.) Чрез теоремата за резидуумите да се пресметне

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2+1)^2(x^2+2x+2)}$$