

Задание 2

Софтуер за научни изчисления

Приложна математика, II курс

Задача 1. Напишете функция $eig[A_]$, която приема матрица A и диагонализира симетричната матрица $B = AA^T$, т.е. намира представяне от вида $B = T\Lambda T^{-1}$, където Λ е диагонална матрица. Като използвате това представяне, намерете обратната матрица на матрицата B и нейната детерминанта.

Задача 2. Да се напише функция $VandermondeMatrix[nodes_]$, която генерира матрицата на Вандермонд

$$A = \begin{bmatrix} 1 & x_0 & x_0^2 & \cdots & x_0^n \\ 1 & x_1 & x_1^2 & \cdots & x_1^n \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 & \cdots & x_n^n \end{bmatrix},$$

където x_0, \dots, x_n са елементите на списъка $nodes$.

Например $VandermondeMatrix[\{2, 4, 5\}]$ трябва да генерира матрицата

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 1 & 4 & 16 \\ 1 & 5 & 25 \end{bmatrix}.$$

Задача 3. Като използвате функцията $VandermondeMatrix$, напишете функция $LagrangePolynomial[nodes_, values_, x_]$ по следния начин. Нека x_0, x_1, \dots, x_n са елементите на списъка $nodes$. Нека y_0, y_1, \dots, y_n са елементите на списъка $values$. Тогава функцията трябва да връща полинома

$$p(x) = a_0 + a_1x + \cdots + a_nx^n,$$

чиито коефициенти удовлетворяват системата

$$a_0 + a_1x_0 + \cdots + a_nx_0^n = y_0$$

$$a_0 + a_1x_1 + \cdots + a_nx_1^n = y_1$$

...

$$a_0 + a_1x_n + \cdots + a_nx_n^n = y_n$$

Например $LagrangePolynomial[\{0, 1, 2\}, \{1, 2, 5\}, x]$ трябва да връща полинома $1 + x^2$.

Като използвате написаната функция, решете следната задача.

В таблицата са дадени данни за населението на САЩ в млн. в периода 1920-1990.

| Година | 1920 | 1930 | 1940 | 1950 | 1960 | 1970 | 1980 | 1990 |
|-----------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
| Население | 106.46 | 123.08 | 132.12 | 152.27 | 180.67 | 205.05 | 227.23 | 249.46 |

Да се намери полином, описващ изменението на населението през този период, като минава през дадените точки.

Постройте графиката на полинома и точките в една координатна система.

Задача 4. Да се напише функция $symmetry[index_]$, която изобразява симетричното изображение на разгледаното на упражнениия изображение на совалка. Ако $index = 0$, $index = 1$, $index = 2$, $index = 3$, симетрията трябва да бъде съответно по отношение на началото на координатната система, оста x , оста y , равнината Oxy .