

Задание 1

Софтуер за научни изчисления

Приложна математика, II курс

Задача 1. В таблицата са дадени данни за населението на света:

год.	1900	1910	1920	1930	1940	1950	1960	1970	1980	1990	2000
население (млн.)	1650	1750	1860	2070	2300	2560	3040	3710	4450	5280	6080

Намерете квадратна и кубична функция, които приближават данните. В един ред постройте следните графики:

1. Илюстрирайте графично, като изобразите графиките на функциите и точките в една координатна система.
2. Скоростта на нарастване на населението като функция на годината.

Графиките да бъдат визуализирани така, че информацията да бъде прегледна.

Като използвате по-доброто според вас приближение, оценете населението в 1925 година.

Задача 2. Относителната плътност на въздуха ρ е измерена на различна височина с висока точност. Резултатите от измерванията са систематизирани в следната таблица: Намерете линейна и квадратна функция,

h, km	0	1.525	3.05	4.575	6.1
ρ	1	0.8617	0.7385	0.6292	0.5328

които приближават данните. В един ред постройте следните графики:

1. Илюстрирайте графично, като изобразите графиките на функциите и точките в една координатна система.
2. Скоростта на изменение като функция на височината.

Графиките да бъдат визуализирани така, че информацията да бъде прегледна.

Като използвате по-доброто според вас приближение, оценете плътността на височина 4km.

Задача 3. Дефинирайте по части линейна функция (начупена линия) $g(x)$, която съвпада с функцията $f(x) = \sqrt{x}$ в точките 0.1, 0.2, 0.3, 0.4, 0.5. Визуализирайте двете графики и точките, в които функциите съвпадат, в една координатна система така, че информацията да бъде прегледна.

Намерете $\int_{0.1}^{0.5} g(x)dx$ и сравнете с $\int_{0.1}^{0.5} f(x)dx$.

Задача 4. Дефинирайте по части линейна функция (начупена линия) $g(x)$, която съвпада с функцията $f(x) = \ln x$ в точките 1, 1.4, 1.8, 2. Визуализирайте двете графики и точките, в които функциите съвпадат, в една координатна система така, че информацията да бъде прегледна.

Намерете $\int_1^2 g(x)dx$ и сравнете с $\int_1^2 f(x)dx$.

Задача 5. Като използвате функцията Manipulate, изследвайте графично броя на корените на уравнението

$$\sqrt{x^3 + 2} + \sin x = 3ax^2 + 3 \sin a$$

в интервала $[0, 1]$ в зависимост от параметъра a , който приема стойности между 0.1 и 3. Като заглавие на графиката да се изобразява интеграл от дясната страна на уравнението в граници от 0 до 1 за съответната стойност на a .

Задача 6. Като използвате функцията Manipulate, изследвайте графично броя на корените на уравнението

$$\arctan^2 4x + x = 0.1 + ax^2 + \sin x$$

в интервала $[0, 0.2]$ в зависимост от параметъра a , който приема стойности между -5 и 10. Като заглавие на графиката да се изобразява интеграл от дясната страна на уравнението в граници от 0 до 1 за съответната стойност на a .

Задача 7. Като използвате функцията Manipulate покажете, че функцията $f(x) = \sin x$ локално може да се приближи с допирателната си в точката $x_0 = 1$. За целта да се визуализира графиката на функцията и нейната допирателна в интервала $[1, 1 + \delta]$ за различни стойности на δ . Написаният в Mathematica код трябва да позволява промяната на функцията $f(x)$ и точката x_0 , т.е. техните стойности не трябва да се използват явно във функцията Manipulate.

Задача 8. Като използвате функцията Manipulate, илюстрирайте графично Теоремата за крайните нараствания. За тази цел за функцията $f(x) = \sin x$ покажете, че в интервала $[0, 1]$ съществува точка ξ такава, че допирателната в нея е успоредна на секущата, съвпадаща с $f(x)$ в точките 0 и 1. Написаният в Mathematica код трябва да позволява промяната на функцията $f(x)$ и точката x_0 , т.е. техните стойности не трябва да се използват явно във функцията Manipulate.