A MATHEMATICAL **INTRODUCTION TO ECONOMICS**

First published 1982
Reprinted 1983, 1985, 1987

Basil Blackwell Limited
108 Cowley Road, Oxford OX4 1JF, England

ISBN 954-07-1405-2
Университетско издателство „Св. Климент Охридски“

Съдържание

Предговор

Тази книга е увод в икономиката за студенти с добра подготовка по математика. Тя не е увод в „математическата икономика", нито може да служи като увод в математиката за икономисти. Има някои особености, които потенциалният читател, бил той студент или преподавател, трябва предварително да знае, и целта на този предговор е именно да изясни тези особености.

Книгата води началото си от курса лекции за студенти първа година, които четох в Лондонската школа по икономика (London School of Economics) от 1975 до 1979 г. Особеността на тази школа е, че там учат значителен брой добре подготвени по математика студенти, за да оправдае предлагането на отделен курс по икономика за тях, но докато преработвах бележките от лекциите си и работех върху тази книга, аз се опитвах да я ориентирам към по-широка аудитория от потенциални читатели.

По принцип предполаганата математическа база е скромна — добро познаване на математическия анализ на една променлива, което най-общо може да се сравни с подготовката по математика при английското ниво „А" на обучение*. Всъщност книгата изисква ниво на математическо мислене и разбиране, което едва ли би имал студент, който не е минал или не минава в момента университетски курс по математика или друга дисциплина с математическа основа.

Не предполагам каквато и да е предварителна подготовка по икономика, но студент, който е взел встъпителния курс по икономика, не ще открие тук директно повторение на онова, което вече знае.

Четири са основните групи студенти, към които е ориентирана тази книга. Първата е категорията студенти, за които беше предназначен лекционният ми курс — първокурсници, изучаващи курс по математически и количествени подходи в икономиката или комбиниран курс по икономика и математика. За тях книгата може да

---

* *Бел. прев.* Приблизително отговаря на обучението по математика в първи курс на техническите ВУЗ.

бъде основен учебник. Материята не е лесна, тъй като темпото е бързо, с изключение на някои отпускащи отклонения, но преимуществото на математическия подход към икономиката е, че той въвежда студента много по-далеч и много по-бързо отколкото при традиционния встъпителен курс. Несъмнено много от преподавателите ще сметнат, че един строго теоретичен подход към икономиката лишава студента от необходимия институционален и исторически фон и ще препоръчат допълнителни материали за четене, макар че съдържанието на тази книга не е напълно лишено от препратки към „реалния свят".

Освен това има студенти, изучаващи традиционен курс по икономика, но притежаващи математически способности, които искат да използват. За тях тази книга ще бъде допълнително четиво, към което ще прибягват от време на време при обучението си по теория на икономиката. Надявам се, че те, поне понякога, ще са приятно изненадани от лекотата, с която чрез малко математика се доказват твърдения, които иначе трябва да се обясняват надълго и нашироко, ако се използва чисто словесен подход.

Третата група включва студенти по математика и инженерни или природонаучни специалности, които вземат един-два семестъра по икономика. Въпреки че могат да научат много, ако изучават икономиката по този начин, без ни най-малко да искам да засегна обществените науки и да ги упрекна в неяснота, все пак се съмнявам, че само тази книга ще е достатъчна за нуждите им. Използването на допълнителни институционни и исторически текстове за обща подготовка е препоръчително.

Последната група са студентите, които са завършили математически ориентирани специалности, но имат слаба или нямат никаква подготовка по икономика, и които започват сериозно следдипломно обучение по икономика. Такива студенти биха предпочели да минат голяма част от материята доста бързо и са готови да работят усилено, така че едно математически ориентирано въведение в предмета ще съответства на техните нужди.

Противоречиви съображения влияеха върху решението ми относно включването или изключването на някой материал, но основният ми мотив беше, че моята цел е да преподавам икономика, а не математически методи. Първата глава е посветена на анализа на търсенето и предлагането, където сме принудени да приемем истинността на твърденията, доказани в следващите три глави. Би било по-елегантно да оставим тази тема за по-късен етап, но това би лишило читателя от възможността да навлезе в познаваемо реалистични икономически проблеми още в началото, а също би породило необходимостта от представяне на най-трудната математическа материя в самото начало.

В глави 2–4, които разглеждат микроикономическата теория за конкурентното поведение на производители и потребители, широко се използват функциите на себестойността и разходите. В тези глави, освен че ще получи значителни икономически познания, читателят ще осъзнае силата на някои основни, но твърде прости математически трикове и важността на силно икономическото теоретизиране на условието, което тези фактори оптимизират. Едно незадължително за курса приложение доразвива нещата, като въвежда и използва функцията на печалбата, а студентът, който овладее целия този материал, ще е добре подготвен и, надявам се, добре мотивиран да изучава по-фундаменталните аспекти на теорията на дуализма.

Основен пропуск относно макроикономиката е липсата на сериозно и систематично обсъждане на теорията за общото равновесие. Едно формализирано разглеждане на тази тема изисква математически методи, които са доста по-сложни от всички, използвани в останалите глави; а едно неформализирано разглеждане според мен не би било от голям интерес или полза. Концепцията за общото равновесие се въвежда в глава 5, която разглежда икономиката на благоденствието, но по-голямата част от анализа на благоденствието се провежда в условията на неформализирано, частично равновесие. По моя преценка математическите и концептуалните изисквания за строго разглеждане на фундаменталните въпроси на икономиката на благоденствието са неподходящи за един встъпителен курс.

Точно както разглеждането на поведението на конкурентните представители служи за въвеждане на читателя в основите на теорията на дуализма, така и теорията на несъвършено конкурентните пазари, изложена в глава 6, представя някои от понятията в теорията на игрите. Тук се надявам, че студентите ще имат мотивация да изучат този проблем по-подробно.

Само две глави са посветени на макроикономиката. Тези глави в по-голяма степен от останалата част на книгата запазват характера на лекционни бележки. Тук математиката има по-обикновена роля отколкото при голяма част от микроикономиката — тя просто се използва за по-ефективна работа в техническите подробности на макроикономическите модели, отколкото може да се постигне при нематематически подход. „Визията“ върху макроикономиката, представена тук, е ограничена. Тъй като общата теория на равновесието не бе разгледана в главите, отнасящи се до микроикономиката, подходът в макроикономиката при липса на равновесие не може да бъде дискутиран, а „новата класическа“ макроикономика, в която рационалните очаквания имат ключова роля, е засегната само накратко. Иконометрията не се обсъжда никъде в тази книга, а това също ограничава обхвата на макроикономическата част. Нека обаче не изглежда, че само се оправдавам — читателят на тази книга ще навлезе много по-дълбоко в материята, отколкото е обичайно за темите на една уводна книга, и ще получи теоретична основа за главните съвременни проблеми на макроикономиката: кейнсианци против монетаристи, стагфлация, макроикономика на предлагането, и т.н. — към всеки от тях е осигурен подходът, без да са представени в завършен вид.

Вече споменах, че основната ми цел е да преподавам икономика. Разнообразните задачи след всяка глава играят важна роля в това отношение. Някои имат функцията да допълват детайли по теоретичната структура, които са пропуснати в текста, други предоставят на студентите възможността да развият и упражнят технически умения, но по-голямата част целят да позволят на студентите да приложат икономическата теория към действителни икономически ситуации и да развият икономическата интуиция. Много от тези задачи могат да се решат, като се използва малко или изобщо не се използва математика. Броят на задачите може да изглежда доста внушителен и студентите да се нуждаят от указания кои да изберат, но най-малкото трябва да опитат да решат онези задачи, които са упоменати в текста. Отговори или упътвания за получаването им за някои от задачите са дадени в края на книгата.

Няма увод за математическата част, който да представя всички методи, използвани в книгата, нито уводна глава, в която да се определя „що е икономика“, или да се обясняват основни понятия като равновесие или различие между външни и вътрешни променливи. Причината да не се включат такива глави е моето убеждение, че новите математически техники и новите концепции се усвояват по-лесно чрез практика и приложение.

Някои от разделите в книгата са отбелязани със звездички — те съдържат по-сложен материал, който може да се пропусне, без да се губи последователността. Със звездичка са отбелязани и най-трудните задачи.

Приел съм някои стандарти, които може да разтревожат математиците-пуристи. При максимализиране на функция обикновено приемам без изрично да го предполагам, че съществува максимум; при диференциране (или повторно диференциране) на функция приемам без изрично да го предполагам, че функцията може да се диференцира. Когато с думи се обяснява едно слабо неравенство, почти винаги използвам термините, отнасящи се за строго неравенство — така например описвам ненамаляваща функция като „растяща" функция. Първото от тези допускания се прави с цел да се избегнат математически въпроси, които са прекалено сложни на този етап, а второто — за яснота на изказа. Надявам се, че никой читател няма да страда от този факт.

Равенствата са номерирани последователно в рамките на всяка глава. Равенството с номер (17) във втора глава се споменава като номер (17), но в другите глави същото равенство е означено с (2.17).

Задължен съм в много отношения. Курсът, по чийто бележки е написана тази книга, първоначално се четеше в Лондонската школа по икономика от Франк Хан, а после — от Стийв Никъл. От тях аз наследих значително количество материали, включително задачи, и голяма част от този материал е съхранен под една или друга форма в тази книга. Благодарен съм на бившите ми колеги от школата Стийв Глейстър, Ричард Джакмън и особено на Боб Гулд за техните коментари, критика и дискусии. Получих обширни, полезни и поощрителни бележки от Джон Хей и от друг, анонимен читател. Не винаги съм приемал даваните ми съвети и запазвам пълната отговорност за съществуващите грешки и недостатъци. Благодарен съм на Академичния съвет на Лондонския университет за разрешението да използвам въпроси, давани на изпити в този университет. Трябва да отбележа, че дадените отговори на някои от задачите не ангажират по никакъв начин Лондонския университет. Накрая бих искал да отбележа, че съм задължен на Мариана Тапас и Джун Джарман за напечатването на многото чернови на ръкописа.

Университет на Съсекс

Аласдър Смит

[illegible]

NT

VII

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

[illegible]

ГЛАВА 1

Предлагане и търсене

1.1. *Увод*

Значителна част от тази книга фокусира вниманието ни върху ролята на цените при определяне на разпределението на ресурсите, т.е. при определяне какви стоки да се произвеждат и кой е потребителят на произведените стоки. Поради това започваме с наблюдението как се определят цените и какво въздействие имат те върху производството и потреблението.

Фактът, че се съсредоточаваме върху системата на цените (или „пазарния механизъм“) при обсъждане на разпределението на ресурсите не трябва да се възприема в смисъл, че тази система е единствена и представлява възможно най-добрия начин за едно общество да организира икономическите си дейности. Убедителна причина за да започнем оттук е, че изучаването на системата на цените ни учи на някои важни принципи, които могат да бъдат приложени при изследването на други методи за икономическа организация.

Ключът към задълбочения анализ за определяне на цените и на въздействието, което те оказват, е първо да разгледаме *поотделно* поведението на производители и потребители на стоки, а след това тяхното взаимодействие на пазара. В следващите глави ще разгледаме по-подробно как хората, които предлагат стоки за продажба, биха могли да реагират на цените, а също така и какво би било поведението на потребителите. Удобно е обаче да започнем с едно твърде повърхностно виждане за поведението на потребители и производители и по този начин да стигнем колкото е възможно по-бързо до същността на системата на цените.

Нека p е *цената* на една стока. Нека y е *предлагането* на тази стока, т.е. общото количество на стоката, което продавачите на тази стока искат да продадат. Нека x е *търсенето* на стоката, т.е. общото количество, което потребителите на стоката искат да купят. Простите предположения, които правим относно поведението на продавачите и купувачите, са, че: (i) количеството стока, което продавачите искат да продадат, зависи от цената, като предлагането нараства с нарастването на цената, т.е.

$$y = y(p), \quad y'(p) > 0, \tag{1}$$

където $y'(p)$ е производната на y относно p; (ii) количеството стока, търсено от потребителите, зависи от цената, като търсенето намалява когато цената расте, т.е.

$$x = x(p), \quad x'(p) < 0, \tag{2}$$

където $x'(p)$ е производната на x. Функцията $y(p)$ се нарича ***функция на предлагането***, а $x(p)$ — ***функция на търсенето***.

На този етап единственото оправдание да приемем, че предлагането е нарастваща функция на цената, а търсенето — намаляваща функция на цената, е апелирането към здравия разум. Ако цената расте, бизнесът по предлагането на стоката става по-печеливш и си струва да се плаща на работниците повече, за да работят извънредно; да се инвестира в разширяването на бизнеса става по-привлекателно и хората, ангажирани в други дейности, ще бъдат отклонени от тях и пренасочени към този бизнес с перспективата да предлагат стоки на висока цена. Всички тези сили ще принудят предлагането да расте с нарастването на цената. Що се отнася до търсенето, едно покачване на цената се отразява зле на потребителите и прави тази стока по-скъпа относно други стоки, които потребителят би могъл да купи, така че може да се очаква типичният потребител да намали количеството стока, което той желае да купи. Наистина едно покачване на цената би могло да принуди някои потребители да сведат покупката на тази стока до нула. Всичко това ще доведе до спадане на търсенето когато цената се покачва. По-нататък, в глави 2 и 4, ще бъдат развити по-детайлни и строги теории на поведението на „предлагащите“ и „търсещите“. Между другото ще видим и по-ясно, че извеждането на кривите на предлагането и търсенето се нуждае от предположението, че и търсещите, и предлагащите са *приемащи цената*. Това ще рече, че всеки отделен потребител или производител гледа на цената на стоката като на нещо, върху което той индивидуално няма нито влияние, нито контрол.

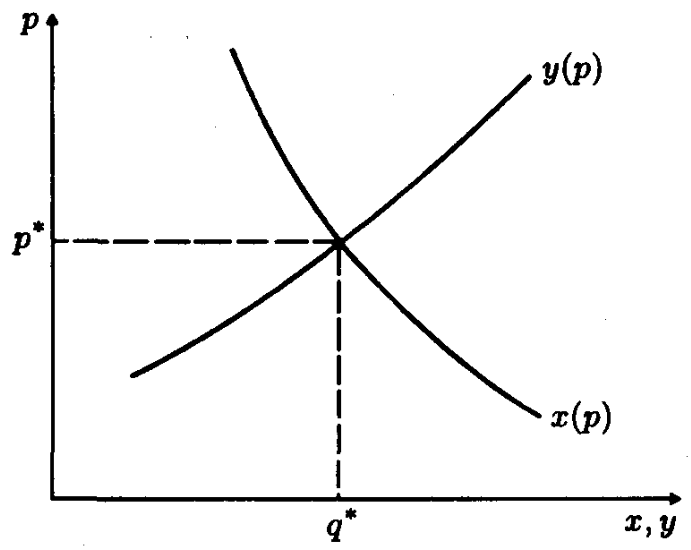
1.2. *Равновесие и стабилност*

Можем да начертаем графиката на функциите $y(p)$ и $x(p)$ на една и съща фигура. Макар да е общоприето в математиката да се чертаят графики, при които независимата променлива е на хоризонталната ос, в този конкретен случай почти винаги се прилага обратното разположение и ние ще отчитаме p по вертикалната ос, както е показано на фиг. 1.1.

Графиките на $y(p)$ и $x(p)$ се наричат съответно крива на предлагането и крива на търсенето. Точката на пресичането им е от особено значение. Цената p^*, която се определя от

$$y(p^*) = x(p^*), \tag{3}$$

т.е. цената, при която количеството, което търговците искат да продадат, е равно на количеството, което потребителите искат да купят, се нарича ***равновесна цена***, а количеството $q^* = y(p^*) = x(p^*)$ е равновесното количество.



Фиг. 1.1. Равновесие на търсенето и предлагането

Тъй като кривата на предлагането се възвишава нагоре, а кривата на търсенето се спуска надолу, следва, че има най-много една равновесна точка. (Лесно е да се начертаят криви на търсене и предлагане, които не се пресичат в точка, в която p^* и q^* са положителни величини. Тъй като отрицателните цени и отрицателните количества са без смисъл, ще трябва самостоятелно да помислите какво може да стане в такива случаи. Вж. упражнения 1.2 и 1.4.)

Значението на равновесната точка най-добре се вижда, като се анализира ситуацията при останалите цени. Ако p е различно от p^*, тогава предлагането е различно от търсенето и не е възможно всички предлагащи и всички търсещи да постигнат това, което желаят.

Ако p е по-голямо от p^*, то $y(p)$ надвишава $x(p)$ или предлагането е по-голямо от търсенето. Потребителите биха искали да купят по-малко от онова, което търговците искат да продадат, така че една част от стоките ще останат непродадени у търговците. Възможно е в отговор на това неудовлетворените търговци да намалят цената. От друга страна, ако p е по-малко от p^*, то търсенето ще надвишава предлагането и потребителите няма да могат да купят количеството, което искат. Възможно е такъв дефицит да принуди незадоволените потребители да предложат по-висока цена. Следователно *изглежда*, че ако започнем от цена, различна от равновесната, тя с течение на времето ще се придвижи към равновесната точка, тъй като *свръхтърсенето* увеличава цената, а *свръхпредлагането* я намалява. Ако това действително е така, би трябвало да кажем, че p^* е стабилна равновесна цена. В действителност стабилността не може да се докаже с такъв прост аргумент: трябва много по-внимателно да анализираме поведението на предлагащите и търсещите в случаите, когато няма равновесие на пазара, както и да сравним със ситуацията на други пазари.

Съвременно пазарите могат да приемат различни форми. За някои стоки предлагащите и търсещите се срещат на определено място, за да осъществят сделки помежду си. В други случаи предлагащите и търсещите са в постоянен контакт по телефона или използват друго средство за комуникация. При повечето стоки обаче предлагащите и търсещите са разпръснати, разделени един от друг и не непременно напълно информирани за всичко, което става. Теорията, описана по-горе, е едно приемливо приближение на действителността в много от случаите и едно неформално доказателство за стабилността, което е достатъчно, за да ни убеди, че пазарната цена ще е във или близо до равновесната точка. (Трябва да е очевидно още от пръв поглед, че нестабилното равновесие не представлява голям интерес за нас.) По-нататък обаче ще разгледаме няколко случая, които не се вписват в тази теория. Следващият раздел е посветен на пример за пазар, в който равновесието може и да не бъде стабилно.

1.3. *Цикълът на паяжината*

На повечето пазари за селскостопански стоки по времето, когато фирмите вземат решения относно производството, те не могат да знаят пазарната цена, на която ще продават продуктите си. Един производител на яйца например трябва да купи, храни и отглежда пилетата, преди да може да продава яйца. Да предположим, че количеството яйца, които той предоставя за продажба всяка година, зависи от решенията, които е взел предишната година. Ако цените на яйцата са високи, той ще иска да продаде много яйца, а ако цените са ниски — да продаде малко, но ако взема решението си сега, трябва да *прогнозира* какви ще са цените през *следващата* година. Той може да използва цените от настоящата година като най-добра база за прогнозиране на цените през следващата година.

Прост пример за подобна ситуация се дава по следния начин:

$$y_t = bp_{t-1}, \quad x_t = \alpha - \beta p_t, \tag{4}$$

където b, α и β са положителни константи, а индексите t и $t-1$ се отнасят за различните години: предлагането през годината t зависи от цената през предишната година, защото това е прогнозната цена на производителя за цените през годината t, докато потребителите реагират на цената в текущия момент. През годината t предлагането е y_t и ако яйцата не могат да се съхраняват, цената трябва да бъде на нивото, при което се осигурява изкупуването на цялото количество от предлаганите продукти. Тогава

$$\alpha - \beta p_t = bp_{t-1}, \tag{5}$$

така че цената през всяка гоаина е свързана с цената от предишната година посредством равенството

$$p_t = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{b}{\beta}p_{t-1}. \tag{6}$$

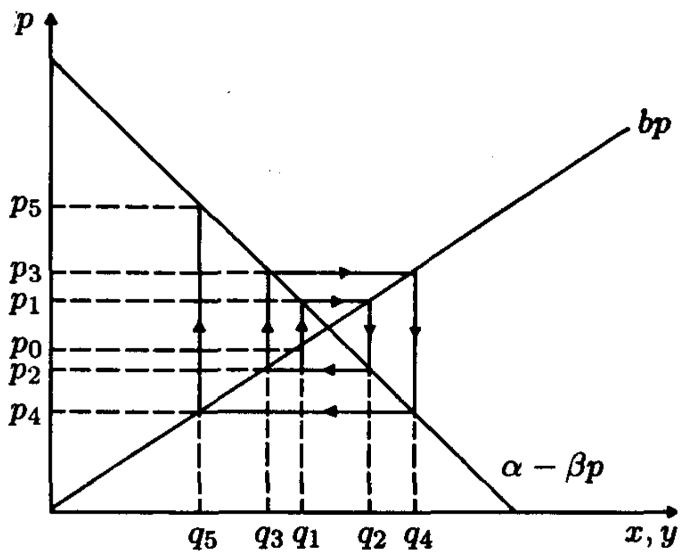
Цената p_t, която удовлетворява равенството (5) за дадено p_{t-1}, е *пазарната клирингова* цена, тъй като тя изравнява търсенето и предлагането. В модела от предишния раздел пазарната клирингова цена беше наречена равновесна цена, тъй като при нея и предлагащите и търсещите биха осъществили намеренията си. В този модел пазарен клиринг и равновесна точка не са едно и също. Предлагащите планират да продадат y_t *на цена* p_{t-1}, но този план ще бъде изпълнен само ако цената p_t е равна на p_{t-1}. Следователно равновесната цена p^* е онази, която удовлетворява $p_t = p_{t-1} = p^*$ и равенството (6), така че

$$p^* = \frac{\alpha}{\beta} - \frac{b}{\beta}p^*, \tag{7}$$

от което следва, че $p^* = \dfrac{\alpha}{b+\beta}$, $q^* = \dfrac{b\alpha}{b+\beta}$. Ако извадим (7) от (6), ще получим

$$p_t - p^* = -\frac{b}{\beta}(p_{t-1} - p^*), \tag{8}$$

така че ако $b > \beta$, то $p_t - p^*$ има по-голяма абсолютна стойност (и обратен знак) в сравнение с $p_{t-1} - p^*$. Всяка година цената се отдалечава все повече от равновесната точка, така че равновесието е нестабилно. Този случай е илюстриран на фиг. 1.2, където движението на цената и количеството във времето очертава траектория, показваща защо това явление е известно като „цикъл на паяжината“. Лесно е да се забележи обаче, че ако $b < \beta$, цикълът на паяжината ще бъде стабилен — цените ще доближават равновесната точка. На читателя се предоставя (вж. упражнение 1.3) да начертае графиката за случая на стабилно равновесие и да посочи причините, поради които нестабилният цикъл на паяжината не е много приемлив.



Фиг. 1.2. Нестабилен цикъл на паяжината

1.4. *Сравнителна статика: Ефектът от данъка върху оборота*

Ако равновесната точка на пазара на една стока е стабилна, то действителната цена и количеството би трябвало в повечето случаи да имат стойности, близки до техните равновесни. Анализът на промените на пазарното равновесие в резултат от промени на условията следователно ще покаже приблизително какво става с действителната цена и количество. Изследването на промените на равновесието в резултат от промени на условията се нарича *сравнителна статика.*

Да разгледаме пазар, където данъкът върху оборота в размер t се начислява върху всяка продадена стока. Ако предлагащият получи цената p, то потребителят трябва да плати цената π, където

$$\pi = p + t. \tag{9}$$

Предлагането е функция на p, а търсенето — функция на π, така че в равновесната точка

$$y(p) = x(\pi). \tag{10}$$

За дадена стойност на t (9) и (10) са система уравнения с две неизвестни p и π. Без да знаем точния вид на функциите y и x, не можем да решим уравненията относно p и π. Но можем да обсъдим какво ще се случи, ако се t се промени.

Да предположим, че за някоя стойност на t цените p и π са стойности, които удовлетворяват (9) и (10). Ако t се увеличи, p и π също трябва да се променят, за да удовлетворяват (9) и (10). Това означава, че (9) и (10) определят p и π като неявни функции на t („неявни", защото в общия случай не можем действително да решим уравненията за p и π). Като се има предвид, че и p, и π са функции на t, можем да диференцираме и двете страни на уравненията (9) и (10) по отношене на t, за да получим

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} + 1, \tag{11}$$

$$y'(p)\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = x'(\pi)\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}t}, \tag{12}$$

където, за да получим (12) от (10), сме използвали правилото за диференциране на функция от функция. Причината (11) и (12) да бъдат изпълнени е фактът, че равновесната точка се определя от верността на (9) и (10), така че когато t се мени, промяната на π трябва да бъде равна на промяната на $p+t$, а промяната на y трябва да бъде равна на промяната на x, за да се запази равновесието на пазара.

Можем да решим (11) и (12) относно $\mathrm{d}p/\mathrm{d}t$ и $\mathrm{d}\pi/\mathrm{d}t$ и да получим

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \frac{x'(\pi)}{y'(p) - x'(\pi)}, \tag{13}$$

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}t} = \frac{y'(p)}{y'(p) - x'(\pi)}. \tag{14}$$

От $x'(\pi) < 0$ и $y'(p) > 0$ следва, че $\mathrm{d}p/\mathrm{d}t < 0$ и $\mathrm{d}\pi/\mathrm{d}t > 0$. Промяната в количеството се получава от която и да е страна на уравнение (12), тъй като $q = y(p) = x(\pi)$ и следователно

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{x'(\pi)y'(\pi)}{y'(p) - x'(\pi)}, \tag{15}$$

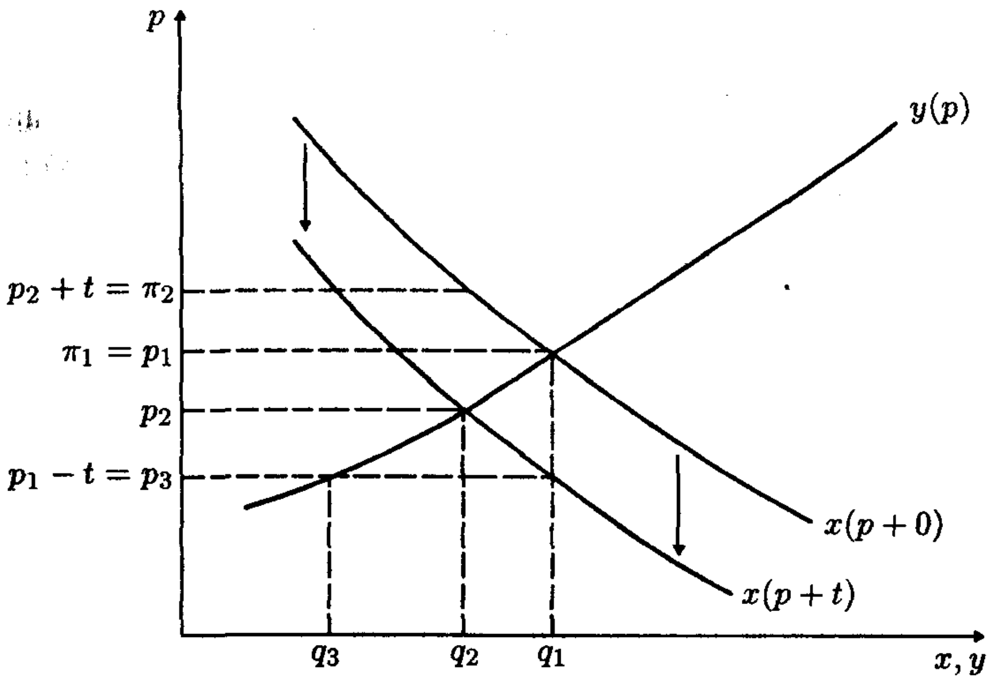
така че $\mathrm{d}q/\mathrm{d}t < 0$. Увеличаването на данъка завишава цената, която плаща потребителят, и намалява цената, получена от търговеца, като в крайна сметка намалява продаденото количество стока.

Би трябвало да забележите, че нищо не беше казано по въпроса, кой всъщност плаща свръхданъка на правителството. В действителност анализът показва, че е все едно кой носи бремето на данъка. Това, което има значение, е, че има разлика между p и π и че разширяването на тази разлика изисква както p да намалява, така и π да расте. Степента, с която p намалява и π нараства, определя и степента, в която данъкът се плаща съответно от предлагащия стоката и от потребителя.

Представянето на всичко това във вид на диаграма може да помогне за изясняването на проблема. На фиг. 1.3 p е върху вертикалната ос. При $t = 0$, $\pi = p$ и ще имаме равновесие при цена p_1 и количество q_1. Налагането на данъка t премества кривата на търсенето вертикално надолу на разстояние t. Например при цена π_2 и при липса на данък потребителите биха консумирали количеството стока q_2. При наличие на данък на стойност t само когато цената p приеме стойност $p_2 = \pi_2 - t$, потребителите ще имат цена π_2, на която те ще искат да консумират количеството q_2.

В действителност цената p_2 е новата равновесна стойност на p, защото на тази цена продавачите предлагат q_2, което е търсенето на потребителите при цена $\pi_2 = p_2 + t$. Разликата $\pi_2 - \pi_1$ е частта от данъка, която се поема от потребителите, докато $p_1 - p_2$ е частта, която пада върху продавача. Заедно те се допълват до t.

Въпросът кой в действителност носи отговорността да плаща t на правителството тук не е съществен, което може да се види по следния начин. Да предположим, че пазарът е в равновесие при (p_1, q_1)



Фиг. 1.3. Ефектът от данъка върху оборота

и при липса на данък. Тогава продавачите налагат на купувачите задължението да платят t на правителството. Ако потребителите продължат да плащат цената $\pi_1 = p_1$ продавачите ще получат само $p_1 - t$ след данъка и предлагането ще падне на q_3, докато търсенето ще остане на ниво q_1. Ще има свръхтърсене, което ще тласне нагоре равновесната цена до ниво p_2: продавачите ще прехвърлят част от данъка на потребителите.

Би трябвало да забележите, че в диаграмата кривата на търсенето се премества, докато кривата на предлагането остава фиксирана, което се дължи само на факта, че сме поставили p вместо π на вертикалната ос. За Вас остава (упражнение 1.8) да начертаете алтернативната диаграма с π на вертикалната ос и да покажете, че резултатът в действителност е абсолютно същият. Макар че някои данъци върху оборота имат вида на фиксирана парична такса върху всяка продадена единица (данъкът върху алкохолните напитки във Великобритания например), по-честата форма на данъка върху оборота е когато се събира фиксиран процент от цената на продавача. Тогава $\pi = p(1 + t)$, където t е размерът на данъка върху оборота. Например ако размерът на данъка върху оборота е 15%, то $t = 0{,}15$, а π е 1,15 пъти p. На Вас се предоставя (упражнение 1.9) да намерите сравнителното статично въздействие върху p, π и q на промяната в процента на данъка в този случай.

1.5. *Функции на повече от една променлива*

Не е трудно да се посочат и други променливи освен цената на стоката, които биха могли да повлияят върху предлагането и търсенето. Би трябвало да очакваме например, че търсенето се влияе от доходите на потребителя, така както се влияе от цената. Да запишем това така:

$$x = x(p, m), \tag{16}$$

където m е средният доход на потребителя на този пазар. Математически казано, x е функция на повече от една независима променлива. Това е естествено разширение на понятието за функция на една променлива. Например бихме могли да имаме

$$x = 10p^{-1}m^2 + 5m. \tag{17}$$

За да намерим стойността на x, е необходимо да знаем стойностите на p и m; по такъв начин на всяка двойка стойности на p и m съответства единствена стойност на x.

Функция на повече от една променлива можем да диференцираме относно само една от променливите. Това ни дава ***частна производна***. Например частната производна на функцията (17) относно m се намира, като се разглежда p като константа, така че x е функция само на m и намирайки производната на x относно m се получава

$$\frac{\partial x}{\partial m} = 20p^{-1}m + 5. \tag{18}$$

Аналогично, разглеждайки m като константа, стигаме до

$$\frac{\partial x}{\partial p} = -10p^{-2}m^2. \tag{19}$$

Символът ∂ се използва вместо означението за производна d, за да ни напомни, че има и други променливи във функцията, които се оставят фиксирани, но математическата операция и нейната интерпретация са същите както при обикновеното диференциране. $\partial x/\partial m$ ни показва степента на въздействие върху x в резултат от промяната на m, като оставяме p постоянно.

Ако от своя страна p и m са функции на други променливи, получаваме различни приложения на правилото за диференциране на функция от функция. Ако $p = p(z)$, то x може да бъде записано като функция на z и m, дефинирано чрез $x(z,m) = x(p(z),m)$, и прилагането на правилото за диференциране на функция от функция ни дава, че z влияе на x чрез p, така че да бъде в сила

$$\frac{\partial x}{\partial z} = \frac{\partial x}{\partial p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z}, \tag{20}$$

където означението отново ни напомня, че x е функция и на m, което е константа в процеса на диференциране. Ако имаме $m = m(w)$, то степента на въздействие на w върху x се изразява чрез

$$\frac{\partial x}{\partial w} = \frac{\partial x}{\partial m}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}w}. \tag{21}$$

Ако и p, и m са функции на една и съща променлива, например $p = p(z)$ и $m = m(z)$, то x е в крайна сметка функция само на z. Степента на въздействие на z върху x може да бъде получена посредством следната проста аргументация. Да си мислим, че степента на въздействие на z върху p и m се осъществява на два етапа: първо, промяна на z променя p, като m е константа, след това се променя m при константа p. Степента на въздействие върху x при първия етап се дава чрез $(\partial x/\partial p)(\mathrm{d}p/\mathrm{d}z)$, докато степента на въздействие при втория етап се дава чрез $(\partial x/\partial m)(\mathrm{d}m/\mathrm{d}z)$. Цялата степен на въздействие върху x е сумата от степента на въздействие при двете стъпки, така че

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}z} = \frac{\partial x}{\partial p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}z} + \frac{\partial x}{\partial m}\frac{\mathrm{d}m}{\mathrm{d}z}, \tag{22}$$

(където използването на обикновения символ за диференциране в лявата страна на (22) отразява факта, че x в крайна сметка е функция на единствената променлива z).

Накрая да разгледаме възможността $p = p(m)$. В действителност това е същото както в предишния случай с $m = z$, така че $\mathrm{d}m/\mathrm{d}z = 1$. По такъв начин (22) води до

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}m} = \frac{\partial x}{\partial p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}m} + \frac{\partial x}{\partial m}. \tag{23}$$

Тук си струва да обърнем внимание на разликата между $\partial x/\partial m$ и $\mathrm{d}x/\mathrm{d}m$, първото от които ни дава степента на прякото въздействие на m върху x, а второто — степента на общото въздействие, когато се взема под внимание и зависимостта на p от m.

1.6. *Сравнителна статика: Влиянието на потребителския доход*

Ако както и преди предлагането зависи от цената, но търсенето зависи и от цената и от дохода на потребителя, то равновесието се дефинира посредством равенството

$$y(p) = x(p, m). \tag{24}$$

Ако m се промени, то и x ще се промени и за да се запази равновесието, y ще трябва също да се промени, откъдето следва, че е необходимо да се промени и p. Поради това (24) означава, че p е неявна функция на m. Когато m се мени, ако пазарът трябва да остане в равновесие, то и двете страни на (24) трябва да се променят в една и съща степен, така че

$$y'(p)\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}m} = \frac{\partial x}{\partial p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}m} + \frac{\partial x}{\partial m}, \tag{25}$$

където лявата страна се получава чрез непосредственото прилагане на правилото за диференциране на сложна функция относно лявата страна на (24), докато дясната страна е както в (23).

За краткост често е удобно да се използват индекси за означаване на диференцирането, независимо от това дали е обикновено или частно. Така че можем да пишем y_p вместо $y'(p)$, x_p вместо $\partial x/\partial p$ и x_m вместо $\partial x/\partial m$.

Ако решим (25) относно $\mathrm{d}p/\mathrm{d}m$, получаваме

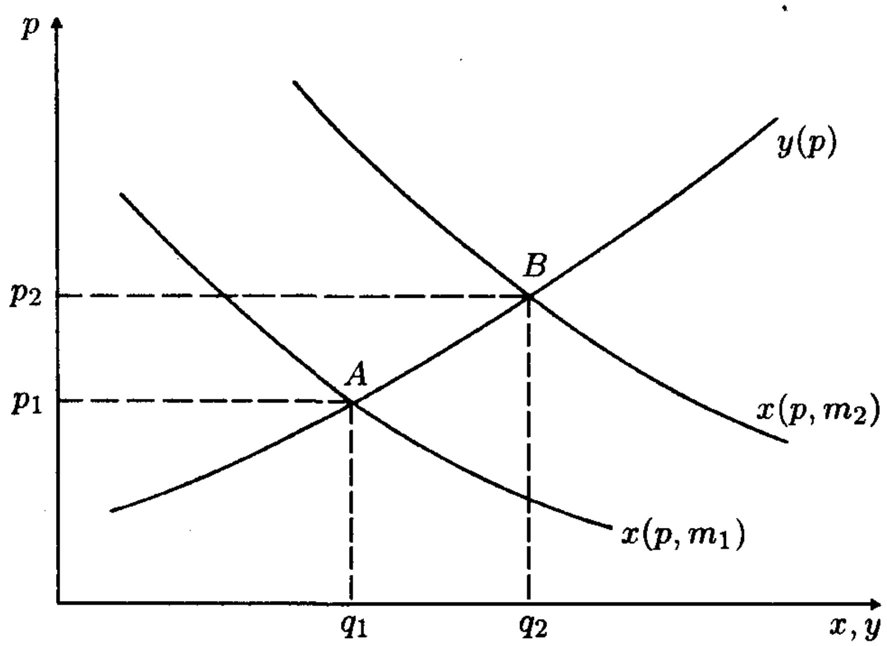
$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}m} = \frac{x_m}{y_p - x_p}, \tag{26}$$

а тъй като равновесното продадено количество q е равно както на $y(p)$, така и на $x(p, m)$, която и да е от страните на (25) ни дава степента на въздействието на m върху q:

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}m} = \frac{x_m y_p}{y_p - x_p}. \tag{27}$$

Както и преди, $y_p > 0$ и $x_p < 0$, докато за повечето стоки е смислено да предположим, че $x_m > 0$. Така че $\mathrm{d}p/\mathrm{d}m > 0$ и $\mathrm{d}q/\mathrm{d}m > 0$: едно покачване в дохода на потребителя повишава в условията на равновесие както цената, така и количеството продадена стока.

Всичко това може да бъде илюстрирано на диаграма. За дадена стойност на m може да бъде начертана кривата на търсенето, показваща, че x намалява, когато p расте. Кривата на предлагането е както преди. Фиг. 1.4 показва резултата от нарастването на m. При всяка стойност на p потребителите биха търсили повече, понеже доходът им е по-висок. Покачването на дохода придвижва кривата на търсенето надясно и премества равновесната точка нагоре по кривата на предлагането от A в B.



Фиг. 1.4. Резултатът от повишаването на доходите

1.7. *Екзогенни и ендогенни променливи*

Към всеки от примерите на сравнителната статива, които разгледахме по-горе, ние подхождахме като правехме предположения за това как някои променливи са свързани с други. Това ни позволяваше да опишем ситуацията посредством няколко уравнения. Често използвана терминология е да кажем, че сме описали ситуацията чрез един „модел".

Във всеки от нашите модели има по няколко променливи, чиито равновесни стойности се определят от модела. Те се наричат *ендогенни променливи*. Променливи, чиито стойности се определят извън модела, се наричат *екзогенни променливи*. В модела на данъка върху оборота p, π и q са ендогенни, докато t е екзогенна променлива, понеже се определя от правителството. В модела, включващ влиянието на дохода на потребителя, p и q са ендогенни, докато m

е екзогенна променлива. Сравнителната статика е всъщност анализ на влиянието на изменението в екзогенните променливи върху стойностите на ендогенните.

В диаграмата на търсенето и предлагането една екзогенна промяна може да се изразява в преместването на едната от двете или и на двете криви, докато изменението при ендогенните променливи се представя от резултантното преместване на равновесната точка като сечение на кривите по протежение на друга крива.

Важно е да се отбележи, че много различни екзогенни променливи биха могли да имат влияние върху отделни пазари. Например предлагането на една селскостопанска стока ще зависи от времето. Това можем да моделираме посредством

$$y(p,r,s) = x(p,m), \tag{28}$$

където r са валежите от дъжд, а s — продължителността на слънчевото греене (всяко от тях измерено в подходящи мерни единици). Тогава въздействията от изменението на r или s върху пазарното равновесие могат да бъдат анализирани по същия начин както въздействията от изменението на m.

Могат да бъдат разглеждани даже твърде незначителни неща като например изменение в модата. Бихме могли да означим

$$y(p) = x(p,f) \tag{29}$$

където $\partial x/\partial f > 0$. Тази „фиктивна променлива“ f просто е средство, което ни позволява да представим математически едно отместване във функционалната зависимост между x и p. Единиците, в които f се измерва, са произволни. Анализът на резултата от изменението на f следва съвсем аналогично анализа на промяната в дохода.

1.8. *Сравнителна статика с кръстосано ценови въздействия*

Търсенето или предлагането на една стока е нормално да бъде повлияно от цените на други стоки: търсенето на чай от цената на кафето, предлагането на вълна от цената на овнешкото месо и т.н. Следователно равновесието на един пазар ще зависи от равновесието на други пазари.

Да разгледаме например въздействието от субсидирането на кафето върху цената на чая. Равновесието на пазарите за кафе и чай се задава съответно чрез равенствата

$$y^{\mathrm{t}}(p^{\mathrm{t}}) = x^{\mathrm{t}}(p^{\mathrm{t}}, \pi^{\mathrm{c}}), \tag{30}$$

$$y^{\mathrm{c}}(p^{\mathrm{c}}) = x^{\mathrm{c}}(p^{\mathrm{t}}, \pi^{\mathrm{c}}), \tag{31}$$

$$\pi^{\mathrm{c}} = p^{\mathrm{c}} - s, \tag{32}$$

където p^{t} е цената на чая, p^{c} — цената, получавана от предлагащите кафе, докато π^{c} е цената, плащана от потребителите на кафе, s е субсидията, а y^{t}, y^{c}, x^{t}, x^{c} са съответно предлагането на чай и кафе и търсенето на чай и кафе. Диференцирайки двете страни на трите равенства и заествайки третото в първите две, получаваме

$$y^{\mathrm{t}}_{\mathrm{t}} \frac{\mathrm{d}p^{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}s} = x^{\mathrm{t}}_{\mathrm{t}} \frac{\mathrm{d}p^{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}s} + x^{\mathrm{t}}_{\mathrm{c}} \left(\frac{\mathrm{d}p^{\mathrm{c}}}{\mathrm{d}s} - 1 \right), \tag{33}$$

$$y^{\mathrm{c}}_{\mathrm{c}} \frac{\mathrm{d}p^{\mathrm{c}}}{\mathrm{d}s} = x^{\mathrm{c}}_{\mathrm{t}} \frac{\mathrm{d}p^{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}s} + x^{\mathrm{c}}_{\mathrm{c}} \left(\frac{\mathrm{d}p^{\mathrm{c}}}{\mathrm{d}s} - 1 \right), \tag{34}$$

където $y^{\mathrm{t}}_{\mathrm{t}} = \mathrm{d}y^{\mathrm{t}}/\mathrm{d}p^{\mathrm{t}}$, $x^{\mathrm{t}}_{\mathrm{c}} = \partial x^{\mathrm{t}}/\partial \pi^{\mathrm{c}}$ и т.н. Като решим тази система от уравнения относно $\mathrm{d}p^{\mathrm{t}}/\mathrm{d}s$ и $\mathrm{d}p^{\mathrm{c}}/\mathrm{d}s$, получаваме

$$\frac{\mathrm{d}p^{\mathrm{t}}}{\mathrm{d}s} = \frac{-x^{\mathrm{t}}_{\mathrm{c}} y^{\mathrm{c}}_{\mathrm{c}}}{(y^{\mathrm{t}}_{\mathrm{t}} - x^{\mathrm{t}}_{\mathrm{t}})(y^{\mathrm{c}}_{\mathrm{c}} - x^{\mathrm{c}}_{\mathrm{c}}) - x^{\mathrm{t}}_{\mathrm{c}} x^{\mathrm{c}}_{\mathrm{t}}}, \tag{35}$$

$$\frac{\mathrm{d}p^{\mathrm{c}}}{\mathrm{d}s} = \frac{(-y^{\mathrm{t}}_{\mathrm{t}} - x^{\mathrm{t}}_{\mathrm{t}})(x^{\mathrm{c}}_{\mathrm{c}} - x^{\mathrm{t}}_{\mathrm{c}} x^{\mathrm{c}}_{\mathrm{t}})}{(y^{\mathrm{t}}_{\mathrm{t}} - x^{\mathrm{t}}_{\mathrm{t}})(y^{\mathrm{c}}_{\mathrm{c}} - x^{\mathrm{c}}_{\mathrm{c}}) - x^{\mathrm{t}}_{\mathrm{c}} x^{\mathrm{c}}_{\mathrm{t}}} \tag{36}$$

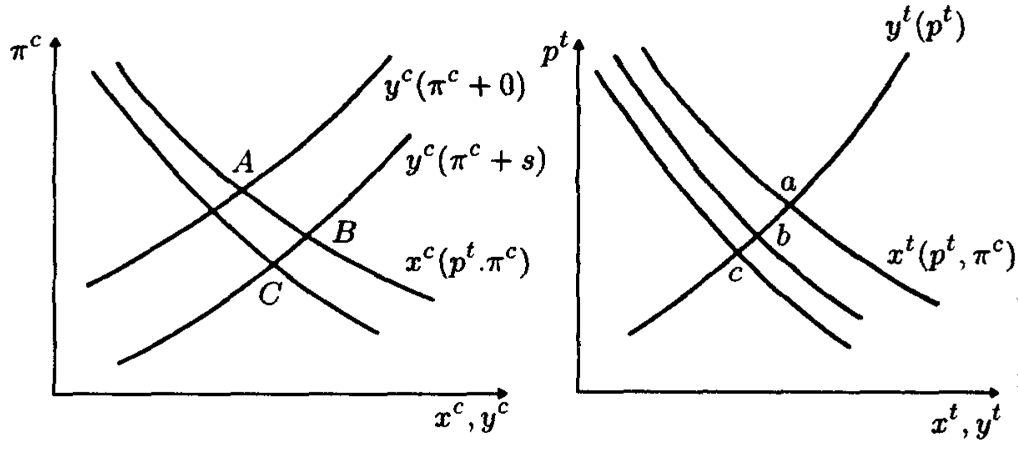
и следователно

$$\frac{\mathrm{d}\pi^{\mathrm{c}}}{\mathrm{d}s} = \frac{-(y^{\mathrm{t}}_{\mathrm{t}} - x^{\mathrm{t}}_{\mathrm{t}})\, y^{\mathrm{c}}_{\mathrm{c}}}{(y^{\mathrm{t}}_{\mathrm{t}} - x^{\mathrm{t}}_{\mathrm{t}})(y^{\mathrm{c}}_{\mathrm{c}} - x^{\mathrm{c}}_{\mathrm{c}}) - x^{\mathrm{t}}_{\mathrm{c}} x^{\mathrm{c}}_{\mathrm{t}}}. \tag{37}$$

Смислено е да приемем, че $y^{\mathrm{t}}_{\mathrm{t}} > 0$, $y^{\mathrm{c}}_{\mathrm{c}} > 0$, $x^{\mathrm{t}}_{\mathrm{t}} < 0$, $x^{\mathrm{c}}_{\mathrm{c}} < 0$, като това обикновено ще бъдат нашите предположения. Допълнително можем да предполагаме, че $x^{\mathrm{t}}_{\mathrm{c}} > 0$, $x^{\mathrm{c}}_{\mathrm{t}} > 0$. Въпреки това тези предположения не са достатъчни, за да ни позволят да изведем знака на всеки от горните изрази. Възможно е обаче да се твърди, че $(y^{\mathrm{t}}_{\mathrm{t}} - x^{\mathrm{t}}_{\mathrm{t}})(y^{\mathrm{c}}_{\mathrm{c}} - x^{\mathrm{c}}_{\mathrm{c}}) - x^{\mathrm{t}}_{\mathrm{c}} x^{\mathrm{c}}_{\mathrm{t}} > 0$, въпреки че последната част на този израз е отрицателна, тъй като това означава, че изменението на цената има по-силно въздействие върху свръхтърсенето на собствения пазар, отколкото върху свръхтърсенето на другия пазар. С това допълнително предположение можем да получим, че $\mathrm{d}p^{\mathrm{t}}/\mathrm{d}s < 0$ и $\mathrm{d}\pi^{\mathrm{c}}/\mathrm{d}s < 0$, така че една субсидия за консумацията на кафе намалява цената за консуматорите както на кафето, така и на чая.

Интересен за отбелязване факт относно този анализ е, че той изнася на преден план комплексността на проблема, който на пръв поглед изглежда много прост. „Една субсидия към консумацията на кафе ще намали цената за потребителите, даже и ако част от субсидията се изземе от доставчика, който изисква по-висока цена; а по-ниската цена на кафето ще намали търсенето на чай, което пък ще снижи цената на чая" — тази аргументация изглежда смислена, но ние видяхме, че е необходимо да направим предположение за един твърде сложен израз, за да бъде изводът правилен.

Подход към проблема, основаващ се на диаграма (фиг. 1.5), показва същността на това затруднение. Ако представим графично предлагането и търсенето на кафе в зависимост от потребителската цена π^c, ефектът от нарастваща субсидия е преместване надолу на кривата на предлагането със стойността на нарастването. Ако p^t би била постоянна, то равновесната точка ще се премести от A в B (фиг. 1.5).



Фиг. 1.5. Ефектът от субсидия на кафето върху пазарите на чай и кафе

Спадът относно π^c ще стане причина кривата x^t да се премести надолу, тъй като търсенето на чай реагира на падането на цената на кафето и равновесието на пазара на чай се премества от a до b на фиг. 1.5. Спадът на p^t ще намали търсенето на кафе, премествайки равновесието в C, което от своя страна ще въздейства върху пазара на чай, като го премести в c, което от своя страна... За да се избегне абсурдният извод, че малка субсидия на консумацията на кафе би могла да причини безкрайна спирала надолу в цените на кафето и чая, ще ни бъде необходимо предположение, което постепенно да спре процеса. Предположението, че $(y_t^t - x_t^t)(y_c^c - x_c^c) - x_c^t x_t^c > 0$, прави именно това. (Обсъждането в този параграф фактически ни внушава, че ако това условие не би било изпълнено, то равновесието не би било стабилно.)

1.9. *Еластичност*

В сравнителните статични задачи, които досега разглеждахме, действителният размер на въздействието в резултат на екзогенни изменения зависи от размерите на различни производни: (13) и (14) показват, че разделянето на тежестта на данъка между продавачи и купувачи зависи от относителния размер на $x'(\pi)$ и $y'(p)$; (26) и (27) показват, че резултатът от нарастването на доходите зависи от размерите на y_p, x_p и x_m.

В много икономически контекстове обаче размерът на една производна не е много полезна мярка, тъй като по принцип тя зависи от мерните единици. Ако предлагането на една стока се измерва в тонове, а цената — в долари, твърдението $y'(p) = 4$ означава, че нарастване от един долар в цената на стоката би трябвало да увеличи предлагането приблизително с 4 тона. Това означава ли, че предлагането е в *съизмеримо* съответствие с измененията на цените? Ние не знаем, тъй като ни е необходима допълнителна информация, за да можем да кажем дали промяната на цената или промяната на предлагането е голяма или не: в частност би ни било необходимо да знаем сегашната цена и предлагане. Нарастването на цената с един долар е голямо, ако текущата цена е 3 долара; то е малко нарастване, ако цената е 300 долара. Нарастването на предлагането с 4 тона е голямо, ако текущото предлагане е 10 тона, но то е малко, ако текущото предлагане е 1000 тона.

Една алтернативна мярка, отразяваща адекватно изменението на предлагането относно цената, е ***еластичността на предлагането***, дефинирана чрез

(38)
$$e_{yp} = \frac{p}{y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}p}$$

Основният момент в тази мярка е, че

(39)
$$\frac{p}{y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}p} \cong \frac{p}{y}\frac{\Delta y}{\Delta p} = \frac{\Delta y/y}{\Delta p/p},$$

където Δy е изменението в предлагането, причинено от малко изменение Δp в цената, и където $\cong$ означава „приблизително равно на“. Производната на една функция е само приблизително равна на частното на действителните изменения в зависимите и независимите променливи, но грешката в приближението може да направите колкото искате малка, като се разгледа изменение Δp, което е достатъчно малко. Сега дясната страна на (39) е частно от пропорционализирани (или в проценти) изменения на y и x. По този начин еластичността на предлагането измерва ефекта от измененията в цената или измененията в предлагането, където всяко изменение е изразено като съотношение. Например еластичност на предлагането равна на 2 означава, че 1% изменение в цената ($\Delta p/p = 0{,}01$) ще причини изменение в количеството приблизително 2% ($\Delta y/y \cong 0{,}02$).

Лесно е да се докаже (вж. упражнение 1.18), че

$$\frac{p}{y}\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}p} = \frac{\mathrm{d}\log y}{\mathrm{d}\log p}\,. \tag{40}$$

Аналогично, за функцията на търсенето $x(p,m)$ дефинираме ***ценовата еластичност на търсенето*** чрез

$$e_{xp} = \frac{p}{x}\frac{\partial x}{\partial p}\,, \tag{41}$$

и *доходната еластичност на търсенето* чрез

$$e_{xm} = \frac{m}{x}\frac{\partial x}{\partial m}\,. \tag{42}$$

В примера за пазарите на кафе и чай има *еластичност на кръстосаните цени*, които също могат да бъдат дефинирани. Кръстосаната еластичност на търсенето на чай относно цената на кафето е

$$e^{\mathrm{t}}_{x\mathrm{c}} = \frac{\pi^{\mathrm{c}}}{x^{\mathrm{t}}}\frac{\partial x^{\mathrm{t}}}{\partial \pi^{\mathrm{c}}}\,. \tag{43}$$

(Би трябвало да обърнем внимание на два малко подвеждащи фактора: (i) Тъй като $\partial x/\partial p < 0$, e_{xp} ще бъде отрицателно. Това често се приема, че се разбира от само себе си и знакът минус се изпуска от израза за еластичност. Твърдението „ценовата еластичност на търсенето е 1,5“ трябва да се интерпретира в смисъл, че $e_{xp} = 1{,}5$. (ii) В контекстове, където е ясно, че въздействията на дохода и на кръстосаните цени не са били взети под внимание, ценовите еластичности на търсенето и предлагането просто се изразяват като еластичности на търсенето и предлагането.)

Нека сега да видим как еластичностите могат да бъдат използвани за изясняване на някои наши предишни резултати. В примера с данъка върху оборота резултатите (13) и (14) могат да бъдат представени във вида

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \frac{e_{x\pi}}{(\pi/p)e_{yp} - e_{x\pi}}, \tag{44}$$

$$\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}t} = \frac{(\pi/p)e_{yp}}{(\pi/p)e_{yp} - e_{x\pi}}, \tag{45}$$

като са използвани дефинициите на еластичностите и фактът, че $x = y$ в случай на равновесие (тук означаваме еластичността на търсенето с $e_{x\pi}$, тъй като $\pi \neq p$) и виждаме, че изразяването на резултата в термините на безразмерните еластичности вместо на зависимите от размерността производни се постига за сметка на малко по-голяма сложност на отговорите. Все пак, макар че данъкът t е много голям, членът π/p няма да бъде много по-голям от 1. Кой тогава плаща данъка? Отговорът е, че данъчната тежест се разделя между продавача и потребителя в съотношение $e_{x\pi}$ към $(\pi/p)e_{yp}$.

Интересни са някои частни случаи. Ако $e_{yp} = 0$, то $\mathrm{d}\pi/\mathrm{d}t = 0$ и $\mathrm{d}p/\mathrm{d}t = -1$, така че тежестта на данъка пада изцяло върху продавача. Ако обаче $e_{x\pi} = 0$, то $\mathrm{d}\pi/\mathrm{d}t = 1$ и $\mathrm{d}p/\mathrm{d}t = 0$, така че потребителите понасят пълната тежест на данъка. При дадено $e_{x\pi}$ колкото по-голямо е e_{yp}, толкова повече тежестта на данъка пада върху потребителите; докато при дадено e_{yp}, колкото по-голямо е $|e_{x\pi}|$ (абсолютната стойност на $e_{x\pi}$), толкова повече тежестта на данъка пада върху продавача. Тези резултати лесно се илюстрират в диаграми, подобни на фиг. 1.3. Граничният случай е когато или кривата на търсенето, или кривата на предлагането е хоризонтална. Да предположим, че това е кривата на предлагането. Тогава ще съществува стойност на p, за която предлагащите ще искат да предложат произволно количество. Функцията на предлагането $y = y(p)$ няма да бъде добре дефинирана, но тъй като $\mathrm{d}p/\mathrm{d}y = 0$, естествено е да се каже, че еластичността на предлагането е безкрайна. Понеже p е фиксирано и $\pi = p + t$, то следователно $\mathrm{d}\pi/\mathrm{d}t = 1$ и тогава $q = x(p + t)$. Отново резултатът се илюстрира от диаграма, подобна на фиг. 1.3, а също така и резултатът, че ако еластичността на търсенето е безкрайна, данъкът пада изцяло върху продавачите.

В примера, включващ изменения в дохода, резултатите (25) и

(26) могат да бъдат представени във вида

$$\frac{m}{p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}m} = \frac{e_{xm}}{e_{yp} - e_{xp}}, \tag{46}$$

$$\frac{m}{q}\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}m} = \frac{e_{xm}e_{yp}}{e_{yp} - e_{xp}}, \tag{47}$$

като се използват дефинициите на еластичностите и фактът, че $q = y = x$ при равновесие. Да отбележим, че лявата страна на всяко от равенствата също е в еластична форма. От (46) виждаме, че на пазари, където ценовите еластичности и на търсенето, и на предлагането са малки, измененията в дохода на потребителите ще причинят големи изменения в цените.

Видяхме, че променливи като времето и модата могат да бъдат въведени в модели на предлагане и търсене по абсолютно същия начин, по който беше въведен по-горе доходът на потребителите. Следователно бихме очаквали всяка екзогенна промяна да има силен ефект върху цените на пазари, където еластичностите както на търсенето, така и на предлагането са малки. Има сериозни причини да вярваме, че такъв е случаят с много селскостопански пазари, където еластичностите на търсенето и предлагането са малки; много селскостопански пазари наистина показват съществена изменчивост на цените, както прогнозира теорията.

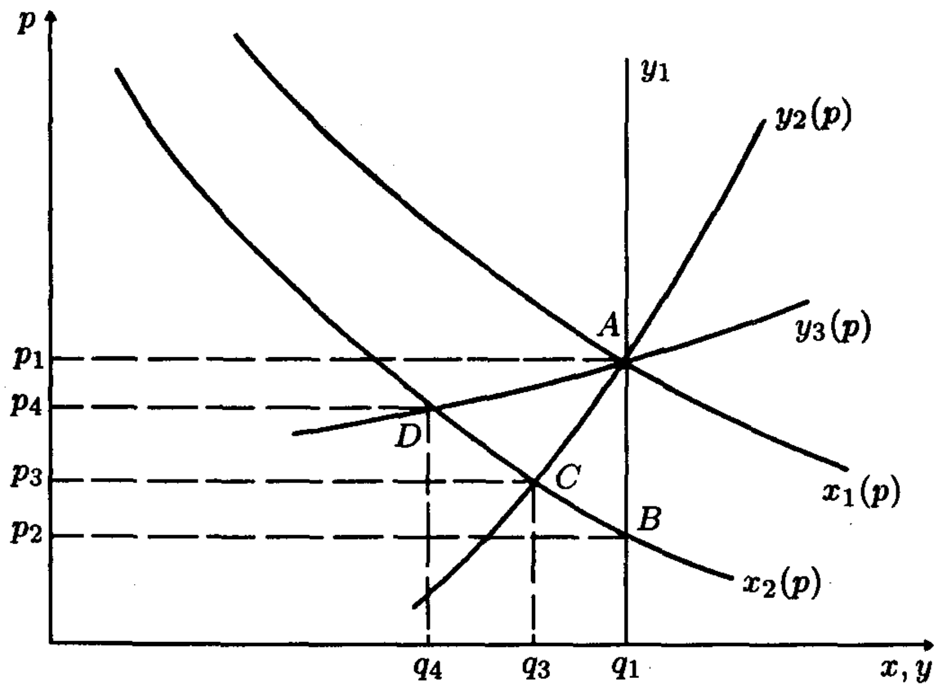
1.10. *Еластичност в близка и далечна перспектива*

На много пазари е правдоподобно да се приеме, че прякото въздействие на едно екзогенно изменение ще бъде различно от евентуалния резултат от това въздействие. Причината е, че е вероятно еластичностите както на търсенето, така и на предлагането да бъдат по-големи в продължителен, отколкото в краткотраен период.

Да разгледаме пазар за нетрайни продукти: например за прясна риба, която влошава качеството си в рамките на един ден, даже и ако е замразена. Продавачите на риба зареждат сутрин и започват да продават. Ако търсенето е по-малко от очакваното, те се изправят пред перспективата да останат с непродадена риба, която не може да бъде съхранена за продажба на следващия ден, така че цената ще бъде намалена до нивото, на което цялото налично количество ще бъде продадено.

Това е онагледено на фиг. 1.6. Да предположим, че търсенето за известно време е било както е описано с кривата на търсенето $x_1(p)$, а равновесието е било в точка A. Продавачите на риба са имали щастието да продадат количеството q_1 за деня на цена p_1. Сега да предположим, че нещо причинява намаляване на търсенето на прясна риба: кривата на търсенето се премества от $x_1(p)$ към $x_2(p)$. Продавачите на риба имат наличност за продаване q_1, а цената ще трябва да бъде намалена на p_2, понеже всеки продавач на риба предпочита да намали своята цена вместо да остане с непродадена риба. Всъщност кривата на предлагането е вертикалната линия y_1: еластичността на предлагането е нула.

През следващите дни обаче продавачите на риба имат възможността да променят наличността на стоката за продажба и можем да очакваме да реагират на по-ниските цени чрез намаляване на предлаганото количество. Имаме кривата на предлагането $y_2(p)$ и ново равновесие в C.



Фиг. 1.6. Пазарът на нетрайна стока

Въпреки че C е равновесие, в смисъл че всички продавачи на риба, които с готовност са доставяли количеството q_1 на цена p_1, сега желаят да доставят q_3 на цена p_3, като ще бъдат по-малко щастливи в това си положение отколкото при старото равновесие A. Изправени пред по-ниската цена, някои от тях могат да решат, че ще им бъде по-изгодно да вършат нещо съвсем различно. Някои магазини за риба се затварят или се преобразуват за продажба на други стоки; някои продавачи на риба се пренасочват към други дейности. Количеството на предлагането пада и точката на равновесие се премества по кривата на търсенето примерно в точката D. Кривата на предлагането е по-еластичната крива $y_3(p)$.

Подобен извод може да бъде в сила за търсенето на много стоки: първо, нарастванията на цените могат да причинят относително малки намалявания в търсенето, тъй като навиците и плановете на потребителите не са гъвкави; но с течение на времето те научават за по-евтини алтернативни стоки и променят плановете и навиците си, така че са в състояние да намалят по-значително консумацията си на стоката, чиято цена е била покачена. Пример за това е ефектът на покачването на цената на енергията върху поведението на потребителя (това, което стана през 1970 г.): трудно е незабавно да се направи нещо друго освен да се плащат по-високите цени, но постепенно хората могат да преминат към по-малки коли, да изолират домовете си, да привикнат към по-широк спектър от температури и т.н. Функцията на търсенето на енергия, която описва незабавната реакция на потребителя, е значително по-малко еластична от функцията, която описва евентуално възможната реакция на потребителя.

Обичайната употреба на изразите „краткотраен период“ и „продължителен период“ не бива да накара някой да мисли, че календарът твърдо е бил разделен на два вида периоди от време. Основната идея е, че еластичността както на търсенето, така и на предлагането зависи от степента, в която настоящите решения на потребители и продавачи са ограничени от ефектите на техните предишни решения: колкото по-далечен е времевия хоризонт на който и да е проблем, който изучаваме, толкова по-малко вероятно е да има такива ограничения, толкова по-широк е спектърът от възможности за потребители и продавачи, толкова по-големи ще бъдат следователно и еластичностите.

1.11. *Предлагане и търсене на начални стоки*

На много пазари предлагащите стоката, която се търгува, ще бъдат фирми, чийто бизнес е да произвеждат такива стоки (фирмите могат да варират по форма и големина от магазин, притежаван и ръководен от един-единствен човек, до гигантска многонационална корпорация), докато търсещите ще бъдат индивиди, които желаят да консумират стоката. Има обаче много стоки, които се купуват от фирми, за да се използват в процеса на производството на други стоки: те се наричат *начални стоки* за разлика от *крайните стоки*, които са всъщност произведените стоки.

Някои стоки са крайни за една фирма и начални за друга. Те се наричат *междинни стоки* и обхващат такива неща като стоманени плочи, жито, индустриални химикали.

Друга категория стоки са начални стоки, които не са продукт на някакъв друг производствен процес: труд, земя и други природни ресурси. Те се наричат *производствени фактори*.

По-късно ще разгледаме обстойно теорията на търсенето на начални стоки както на междинни, така и на производствени фактори. Засега да приемем, че е логически правдоподобно когато цената на една начална стока расте, фирмите да се опитват да използват по-малко от нея, така че търсенето ще бъде намаляваща функция на цената, както е с потребителските стоки.

Предлагането на междинни стоки не би трябвало да се различава от това на потребителските стоки; докато при производствените фактори е правдоподобно да приемем, че ако цената на фактора расте, собствениците му ще желаят да предлагат повече от него.

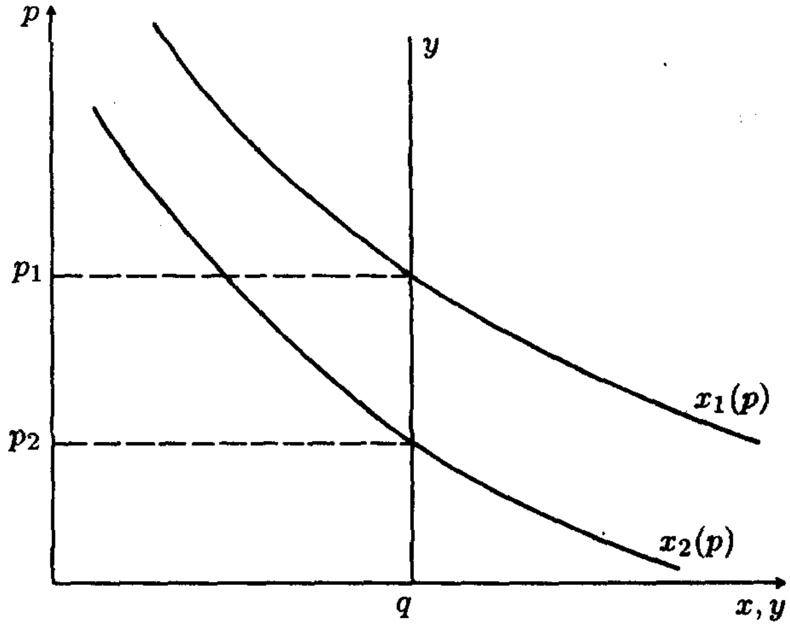
Така че при пазари с начални стоки можем да предполагаме, че имаме намаляващи функции на търсенето и нарастващи функции на предлагането и можем да приложим средствата на анализа на търсенето и предлагането, които ние вече сме разработили по-горе за такива пазари.

1.12. *Икономическа рента*

Съществува обаче един възможен изход на пазара за производствен фактор, който представлява особен интерес. Някои фактори могат да бъдат с фиксирано предлагане.

Тази ситуация нагледно е представена на фиг. 1.7. Предлагането е фиксирано на ниво q. Когато търсенето е $x_1(p)$, равновесната цена е p_1; ако търсенето падне на $x_2(p)$, цената пада на p_2 и доходът на собствениците на производствения фактор пада от p_1q на p_2q.

Ясно е, че не този доход ще склони собствениците на производствения фактор да предложат количеството q от него: те предлагат



Фиг. 1.7. Пазарът на производствен фактор с фиксирано предлагане

това количество независимо от цената, понеже нямат алтернатива. Казваме, че техният доход е *икономическа рента*.

Това, че същата дума „рента" се използва, за да се означи цената, която се плаща на земевладелците за използване на техните земи, не е случайно съвпадение. Собственикът на определен тип земя на определено място няма по-добра алтернатива освен да я даде под наем на цената, която пазарът ще му наложи. (Той би могъл, разбира се, да я използва сам, но това няма да създаде действително различна ситуация относно този довод.) Ако обаче заплащането, получено от собствениците на земя, включва плащания за предложени услуги или направени подобрения на земята, тогава (понеже те имат алтернативата да не предложат услуги или да не направят подобрения) „рента" и „икономическа рента" няма да бъдат синоними.

Ще се върнем към този въпрос по-късно.

1.13. *Някои предупреждения относно предлагането и търсенето*

Някои от въпросите, следващи тази глава, са предназначени да покажат изключително широкия спектър от интересни и реалистични проблеми, които могат да бъдат разрешени, като се използват простите методи, развити тук. Трябва обаче да се внимава да не се приложат тези методи по неподходящ начин и с такава цел ще направим три специални предупреждения.

Първото е, че в теорията, развита по-горе, предполагаме, че както продавачите, така и купувачите са приемащи цената: те гледат цената, на която стоката се търгува, и решават колко желаят да продадат или да купят на тази цена. Има много пазари, където това не е така. Не е за вярване, че Дженерал Мотърс разглеждат американския пазар на коли като пазар, на който могат да продадат такъв брой коли, какъвто те желаят по текущите цени.

В действителност е невъзможно на произволен пазар всеки да бъде приемащ цената, защото иначе кой би бил отговорен за намаляванията на цените, които се очаква да се получат в резултат на свръхпредлагането? Различието в действителност трябва да бъде една от следните категории: една страна, между „конкурентни" пазари, където някои продавачи и/или купувачи наистина определят цените, но където позицията на всеки индивид или фирма е толкова слаба, че те имат много малък избор относно определяне на цена и, от друга страна, пазари, където някои продавачи или купувачи имат значителна свобода за определяне на цената, на която те желаят да търгуват. Анализът на търсенето и предлагането може да бъде прилаган само към първата категория и поради това се налага да се прецени дали определен пазар е „достатъчно конкурентен", за да се приложи теорията към него.

Второ, трябва да се внимава относно това какво е един пазар за една стока. Примерите по-горе включват разисквания относно пазара на яйцата. Яйцата обаче са с различни размери и са в наличност на различни места. Можем ли да говорим за пазар на яйцата във Великобритания или би трябвало да говорим за пазар на кафявите яйца с размер 2 в Кеймбридж, отделно от всички други пазари на яйца? Очевидно можем да игнорираме всички незначителни различия в спецификацията и местоположението на различни извадки на „един и същ" продукт, но се изисква преценка за това кои разлики са незначителни, което пък ще зависи от специфичната цел, за която се използва анализът.

Трето, теорията на търсенето и предлагането е това, което се нарича ***частичен равновесен анализ***; това ще рече, че на пазара се наблюдава една стока (или малък брой тясно свързани стоки като чай и кафе), изолирана от останалата икономика. В някои случаи това е неподходящ начин за действие. Би било например грешка да се анализира пазарът на труд в цялата страна по начин, който игнорира факта, че надниците, плащани на работниците, се изразходват от тях за стоки, а производството на тези стоки изисква влагането на труд. Отново е необходима преценка кога тези взаимодействия са достатъчно малки, за да бъдат игнорирани.

Наистина необходимостта да се правят преценки е неизбежна при прилагането на развитата тук теория. *Няма пазар в реалния свят, за който тя е точно описание.* За да си добър икономист, трябва да знаеш разликата между един теоретичен модел, който, макар че е неточно описание на реалния свят, обхваща съществените особености на проблема, и теоретичните модели, на които липсват съществени моменти. Дали преценките, направени от икономическия теоретик във всеки частен случай, са добри, в крайна сметка се проверява от успеха или провала на анализа при обяснението на наблюдаваното поведение. Не би трябвало да забравяме, че много често икономистите са на различни мнения относно правилния подход към специфични аспекти или правилния отговор на определени проблеми, макар че различието в мненията не е толкова често срещано както ширещата се представа за демоничността на икономическия свят, в който сте вярвали.

Упражнения

1.1. „Ако търсенето на петрол се повишава (може би, защото все повече хора имат коли), ще има тенденция към покачване на цената на петрола. Но това противоречи на твърдението, че има обратна зависимост между търсенето и цената. Кривите на търсенето не се снижават.“ Посочете грешката в тези разсъждения.

1.2. Начертайте: (i) графика на предлагането и търсенето, в която $x(0) < y(0)$; (ii) графика, за която $p_x < p_y$, като $x(p_x) = 0$ и $y(p_y) = 0$ дефинират p_x и p_y. Нека в двата случая $x'(p) < 0$ и $y'(p) > 0$. Като припомним, че цените и количествата не могат да стават отрицателни, обяснете какво би трябвало да стане на такива пазари. Има ли равновесна цена и/или количество във всеки от случаите?

1.3. Да предположим, че сте фермер-прозводител на яйца и сте започнали да наблюдавате поведението на пазара на яйцата, което подсказва, че започва нестабилен паяжинен цикъл. Каква политика ще възприемете, ако желаете да получите големи печалби? Това подсказва ли Ви, че е малко вероятно нестабилните паяжинни цикли да се задържат?

1.4. Разгледайте: (а) съществуването и (б) стабилността на икономически значимото равновесие на пазара, описан чрез

$$y_t = a + bp_{t-1},$$
$$x_t = \alpha - \beta p_t,$$

където долните индекси означават периоди от време, а a, b, α, β са константи, като b и β са положителни. В частност опишете внимателно какво би станало в действителност в случаите, в които няма равновесие с положителни цена и количество или където равновесието е нестабилно. (Сравнете с упражнение 1.2.)

1.5. Разгледайте пазара, описан от

$$y_t = bp_t^e,$$
$$x_t = \alpha - \beta p_t,$$
$$p_t^e = \gamma p^* + (1-\gamma)p_{t-1},$$

където p_t^e е очакваната цена в момента t, p^* — равновесната цена, а γ е константа, удовлетворяваща неравенствата $0 < \gamma < 1$.

1.6. Да предположим, че пазарът на мляко е в равновесие на цена p пенса на пинт. Анализирайте ефекта от субсидия от s пенса на пинт, платена на производителите на мляко.

1.7. Да предположим, че пазарът, описан на фиг. 1.3, е в равновесие в (p_1, q_1), когато правителството налага на купувачите задължението да плащат данък t върху всяка закупена единица. Опишете как част от този данък ще бъде прехвърлена на продавачите, така че равновесният изход да бъде същият както в разглеждания в текста случай, където данъкът е наложен на продавачите.

1.8. Дадено е графично представяне на ефекта от данъка върху продажбите, но с π върху вертикалната ос вместо p, както е на фиг. 1.3.

1.9. За пазар, на който има данък върху продажбите, изчислен като *съотношение* t от цената, получена от продавача, така че $\pi = p(1+t)$, анализирайте сравнителната статика на изменение в t.

1.10. На пазара, описан чрез

$$y = a + bp,$$
$$x = \alpha - \beta\pi,$$
$$\pi = p + t,$$

изведете експлицитни решения за равновесните цени и количество като функции на t. Потвърдете, че са в сила (13) – (15). Ако правителството желае да максимализира данъчните постъпления, на какво ниво то би поставило t? Какво става с равновесното количество, ако t се повиши от нула до нивото, максимализиращо постъпленията?

1.11. Да предположим, че пазарът на жито може да бъде описан чрез следните функции на предлагане и търсене:

$$y_t = 60p_{t-1}, \quad x_t = 11\,000 - 50p_t.$$

Докажете, че това почти сигурно ще увеличи колебанията в цената и количеството. Да предположим, че правителството се опитва да стабилизира пазара чрез налагане на данък с процент s върху пазарната цена на житото, така че цената на потребителя е $\pi_t = (1+s)p_t$. Анализирайте математически ефекта на тази политика, покажете, че тя ще стабилизира пазара, ако s е достатъчно голямо, и дайте интуитивно икономическо обяснение защо това би трябвало да бъде така.

1.12. Нека $x(p,m) = 10p^{-1}m^2 + 5m$:

(i) ако $p = z^3$ и $m = e^{0,2w}$, потвърдете, че (20) и (21) са в сила;

(ii) ако $p = z^2$ и $m = e^z$, потвърдете, че (22) е в сила;

(iii) ако $p = \log_e m$, потвърдете, че (23) е в сила.

1.13. За пазара, описан чрез

$$y(p) = 2p,$$
$$x(p,m) = 6m^2p^{-1} + m,$$

решете експлицитно при равновесна цена и количество, които са функции на m, и потвърдете, че са в сила (26) и (27).

1.14. За пазара, описан с уравнение (28), разгледайте ефекта на валежа от дъжд върху равновесието, вземайки под внимание възможността, че прекалено малкият, както и прекалено обилният валеж могат да се окажат вредни за посевите.

1.15. (i) Анализирайте математически ефекта от покачването на търсенето на вълна върху цената на овнешкото месо. (ii) Анализирайте ефекта на спад в търсенето на захар върху цената на кафето.

1.16. Да предположим, че в голям град има три вида жилища: жилища, отдавани под наем от частни собственици, жилища, обитавани от техните собственици, и жилища, давани под наем от местната администрация (общински жилища). Да приемем, че частните наеми и разходите за закупуване на жилища са определени свободно на конкурентни пазари. Ако има фиксиран брой жилища от всеки тип, разгледайте ефекта на нарастване на наемите на общинските жилища върху частните наеми и върху разходите за закупуване.

Сега да предположим, че общият брой на жилищата е фиксиран и броят на общинските също е фиксиран, но другите жилища могат да се сменят от типа „обитавани от собствениците им" в типа „давани под наем от частни лица" и обратно. Подчертайте факторите, които ще определят дали действително жилищата ще сменят типа на своя статут в резултат на повишаване на наемите на общинските жилища.

Ако сега предположим, че има свободна земя във и около града, която частни строители могат да купят и използват за строеж на нови жилища, а броят на общинските жилища остава фиксиран, какво различие се получава в резултат на това?

1.17. Възможно ли е числителят на израза от дясната страна на равенство (36) да бъде отрицателен, даже ако знаменателят е положителен? Какво интуитивно обяснение бихте дали на тази възможност, ако тя съществува; или как бихте обяснили нейната невъзможност, ако случаят е такъв?

1.18. Докажете зависимостта, изказана в равенство (40). Ако $y = ap^b$, където a и b са положителни константи, намерете e_{yp}. Напишете зависимостта $y = ap^b$ като зависимост между $\log y$ и $\log p$.

1.19. Запишете резултатите (35) – (37) в еластична форма.

1.20. Напишете Вашия отговор на упражнение 1.9 в еластична форма.

1.21. Ако V е стойността на стоки, предлагани от продавачите на стока y и ако e е еластичността на предлагането, докажете, че

$$\frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}p} = y(1+e).$$

1.22. Начертайте графика, за да онагледите ефекта на данъка върху продажбите в четири случая: (i) $e_{yp} = 0$; (ii) $e_{yp} = \infty$; (iii) $e_{x\pi} = 0$; (iv) $e_{x\pi} = -\infty$.

1.23. За функцията на търсенето $x(p, m) = 6m^2p^{-1} + m$ намерете еластичностите на цената и дохода. Покажете, че $1 < e_{xm} < 2$ и $-1 < e_{xp} < 0$, въпреки че никоя от тях не е постоянна.

1.24. Еластичността на търсенето на цигари е постоянна при −1,2, еластичността на предлагането е безкрайна. Потребителската цена на една кутия цигари е 50 пенса, от които 40 пенса са данък. Правителството желае да ограничи пушенето и да повиши данъчните приходи. Това възможно ли е? При какво ниво на облагане неговите данъчни приходи ще бъдат максимални?

1.25. Ако правителството повиши данъка върху алкохолните напитки с цел да повиши данъчните приходи, можете ли да направите някакъв извод относно мнението му за ценовата еластичност на търсенето на спиртни напитки? (Може би ще бъде най-лесно първоначално да се разгледа случаят на безкрайна еластичност на предлагането.)

1.26. Как ще модифицирате Вашите отговори на упражнения 1.6 и 1.14, ако поискат да вземете под внимание възможните различия между еластичностите в краткотрайни и в продължителни серии?

1.27. Едно правителство се опитва да намали обема на търговията с незаконни наркотични средства поради нездравословните ефекти върху потребителите и поради ролята на организирани престъпници като доставчици. Би ли трябвало то: а) да даде ограничени количества от наркотици безплатно на регистрирани наркомани; б) да увеличи наказанията за търговия с наркотици и да положи повече усилия за залавянето на нарушителите; в) да направи и а) и б); г) да легализира предлагането и консумацията на наркотици? (Би трябвало да помислите какви специфични особености може да има търсенето от пристрастен наркоман и да си припомните, че анализът на предлагането и търсенето се прилага към пазарното предлагане и търсене, а не към общото предлагане и търсене.)

1.28. През 1980 г. световното търсене на стомана беше ниско (поради продължаващата световна рецесия в икономическата дейност) и имаше значителна експанзия на стоманодобивните мощности в много страни. В резултат на това цените на стоманата паднаха много ниско и някои производители бяха обвинени в „дъмпинг", т.е. в продажби на цени под стойността на продукцията. Не би могло да се очаква такива ниски цени да се задържат в продължителната серия. Преведете този словесен анализ на формалния език на анализа на търсенето и предлагането.

1.29. Да предположим, че доходите на счетоводителите са значително по-високи от доходите на хора с подобна компетентност на други длъжности. Какъв ефект бихте очаквали да има това в продължителната серия върху броя на хората, които желаят да станат счетоводители? Какво би се случило с доходите на счетоводителите в продължителната серия? Ако асоциациите на счетоводителите могат да контролират броя на хората, ставащи счетоводители, чрез повишаване на изискванията при професионалните изпити и желаят да задържат високо нивото на доходите на счетоводителите, как би трябвало да реагират те на новините, че голям брой студенти желаят да станат счетоводители?

1.30. Във Великобритания има данък върху заетостта на работната сила, наречен национален застрахователен принос. Част от този данък се плаща на правителството от работодателите, а останалата част от служителите. Теорията на предлагането и търсенето ни учи, че не съществува връзка относно това кой носи отговорността за действителното плащане на данъка. Все пак има политически противоречия колко голям да бъде относителният дял съответно на работодателите и служителите. Има ли някакво обяснение за съществуването на това противоречие освен простото игнориране на елементарната икономика от страна на политиците?

1.31. „Имиграцията повишава предлагането на труд и следователно трябва да намали надниците." Коментирайте това твърдение.

1.32. Често на големи спортни състезания или на популярни концерти спекуланти продават билети на цени, доста над техните първоначални. Какво следва от това за зависимостта между равновесната цена и цената, определена от организацията, която първоначално е продала билетите? Има ли връзка между равновесната цена и цената на „черния пазар", получена от спекулантите? Защо според Вас тези организации не продават билети на равновесните им цени? Има ли смисъл да се опитат да обезкуражат дейността на спекулантите, като например откажат да продават билети на известни спекуланти или като накарат полицията да ги преследва?

1.33. (а) „Цената на една стока се определя от разходите, необходими за произвеждането ѝ."

(б) „Цената на една стока е това, което потребителят е склонен да плати."

(в) „Твърденията (а) и (б) не могат да бъдат верни заедно, ако разходите за производство са различни от това, което е склонен да плати потребителят."

(г) „Със същото основание можем да спорим дали хартията се реже с горното или с долното острие на ножицата, както дали стойността се управлява от [това което потребителя е склонен да плати] или от производствените разходи." (Алфред Маршал. *Принципи на икономиката*, 1890.)

Коментирайте тези четири твърдения.

1.34. „В цената на всяка бутилка вино, продадена от търговец на вино, поне 35 пенса са включени като разходи за транспорт, мита и бутилиране, така че бутилка от 55 пенса предлага вино за 20 пенса, а бутилка от 80 пенса — вино за 45 пенса... Най-общо казано, 80 пенсовото вино има повече от два пъти по-голяма стойност от 55 пенсовото вино." (А. Зичел. *Книга за виното.* Пенгуин, 1971.) Това добър съвет ли е към ценителите на вино?

ГЛАВА 2

Теория за поведението на производителите

2.1. *Увод: Фирма, максимализираща печалбата*

Въз основа на кратка и неформална аргументация в предишната глава допуснахме, че предлагането на една стока е нарастваща функция на цената ѝ, а търсенето на началните елементи е намаляваща функция на цената им. В тази глава ще развием теорията за поведението на производителите, която обяснява тези елементи на теорията за търсенето и предлагането.

Фирмите, които произвеждат и предлагат стоки, всъщност са сложни и хетерогенни организации, чийто обхват на дейности и мотивации не може лесно да се обобщи в една-единствена теория. В нашата теория обаче възприемаме много прост подход към въпроса какво прави една фирма и защо го прави: фирмата използва начални елементи, чиито количества са обозначени z_1, $z_2, \ldots$, z_n, за да произведе на края готова продукция, чието количество е обозначено с y. Техническите възможности на фирмата се изразяват чрез *производствената функция*

(1) $$y = F(z_1, z_2, \ldots, z_n),$$

която показва максималното количество готова продукция, което може да се получи от даден набор от количества начални елементи. Различните фирми имат различни производствени функции.

Пример за производствена функция е функцията

(2) $$y = z_1^{1/2} z_2^{1/3},$$

която показва например, че с 4 единици от първия начален елемент и 8 единици от втория фирмата може да произведе 4 единици готова продукция.

Приема се, че целта на фирмата е *максимализирането на печалбата*. За момент да допуснем, че фирмата трябва да работи при *дадени* цени на началните елементи и готовата продукция. Ако началните стоки z_1, z_2, ..., z_n имат съответно цени w_1, w_2, ..., w_n, цената на началните стоки на фирмата ще бъде $w_1 z_1 + w_2 z_2 + \cdots + w_n z_n$, което можем да представим във вида

$$\sum_{i=1}^{n} w_i z_i,$$

а ако цената на готовата продукция е p, фирмата ще получи приход от продажбите py. Следователно печалбите на фирмата са

$$py - \sum_{i=1}^{n} w_i z_i,$$

като фирмата се стреми да ги увеличи колкото е възможно повече. Като вземем предвид зависимостта (1) между y и z_1, z_2, ..., z_n, можем да изразим целта на фирмата по следния начин:

$$\text{(3)} \qquad \underset{z_1, z_2, \ldots, z_n}{\text{да се максимализира}} \; pF(z_1, z_2, \ldots, z_n) - \sum_{i=1}^{n} w_i z_i,$$

където изписването на z_1, z_2, ..., z_n под израза „да се максимализира" ни напомня, че това са променливите, които фирмата може да избира, докато цените са твърдо определени.

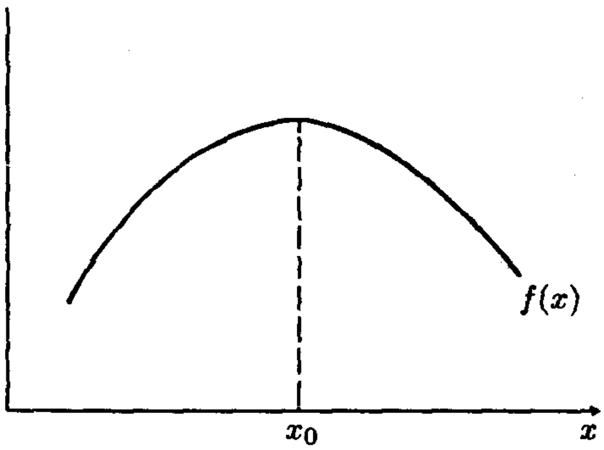
За фирма с производствена функция (2), работеща при цени $p = 6$, $w_1 = 3$, $w_2 = 1$, (3) добива вида

$$\text{(4)} \qquad \underset{z_1, z_2}{\text{да се максимализира}} \; 6z_1^{1/2} z_2^{1/3} - 3z_1 - z_2.$$

Максимализирането на функция на повече от една променлива е малко по-трудно от това на функция на една променлива. Ако g е функция на x_1, x_2, то никоя точка (x_1, x_2), където *която и да е* от частните производни $\partial g/\partial x_1$, $\partial g/\partial x_2$ не е нула, не може да бъде максимум. Например ако $\partial g/\partial x_1 < 0$, можем да увеличим стойността на y чрез малко намаляване на стойността на x_1, запазвайки x_2 постоянно. Следователно необходимо условие за максимализирането на функция на повече от една променлива е всичките ѝ частни производни да бъдат нула.

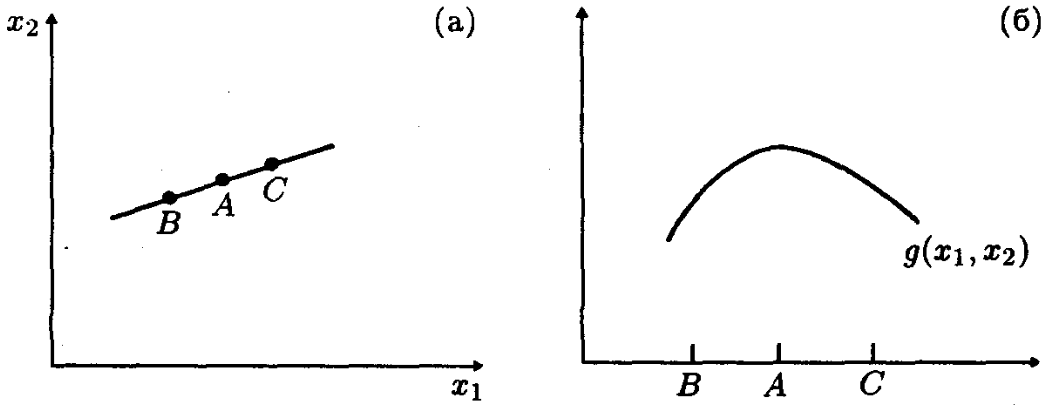
Нека си припомним обаче, че производната на функция на една променлива може да бъде нула в точки, които не са максимуми: ако функцията има минимум или инфлексна точка, то производната ѝ там ще бъде нула. Аналогично при функции на повече от една променлива *необходимото* условие всички частни производни да бъдат равни на нула не е *достатъчно*, за да гарантира, че сме намерили максимума. При функция на една променлива, като например $y = f(x)$, ако $f''(x_0) < 0$ и $f'(x_0) = 0$, то x_0 е максимум. Такъв е случаят, илюстриран на фиг. 2.1. Казваме, че функцията $f(x)$ е ***вдлъбната*** в околност на x_0.

Нека сега да разгледаме функцията $g(x_1, x_2)$. Всяка точка на фиг. 2.2 (а) представлява двойка стойности (x_1, x_2). Да предположим, че в точка A и $\partial g/\partial x_1$ и $\partial g/\partial x_2$ са равни на нула. Да начертаем ***произволна*** права през A и да изберем две ***произволни*** точки B и C на тази права, които са близо до A и са разположени от двете страни на точката A. Можем да начертаем графиката на стойностите на $g(x_1, x_2)$ върху правата между точките B и C, както е показано на фиг. 2.2 (б). Ако тази графика има вдлъбната част, аналогична на $f(x)$ от фиг. 2.1, за ***всички*** прави през точка A, казваме, че $g(x_1, x_2)$ е вдлъбната в околност на A и, разбира се, в този случай g се максимализира в A.



Фиг. 2.1. Вдлъбната функция на x

За съжаление това достатъчно условие за съществуване на максимум, а именно функцията да бъде вдлъбната в околност на точката, в която първите ѝ производни са нула, не се трансформира в просто условие, аналогично на условието $f''(x_0) < 0$, в случая на функция на повече от една променлива. (Лесно е да се определят частни производни от втори ред, но в упражнение 2.2 в края на тази глава задачата Ви ще бъде да покажете, че ако частните производни от втори ред на една функция на две променливи са отрицателни, то това не е достатъчно, за да осигури, че точката, в която първите



Фиг. 2.2. Вдлъбната функция на (x_1, x_2)

производни са нула, е максимум.) Ако се върнем към задача (4) и приравним производните на функцията към нула, получаваме

$$
\begin{aligned}
&3z_1^{-1/2}z_2^{1/3} - 3 = 0, \\
&2z_1^{1/2}z_2^{-2/3} - 1 = 0,
\end{aligned}
\tag{5}
$$

като лесно се проверява, че $z_1 = 4$, $z_2 = 8$ са единствените стойности, които удовлетворяват двете уравнения. За да се уверим, че $z_1 = 4$, $z_2 = 8$ наистина максимализира печалбите, трябва да проверим дали функцията на (4) е вдлъбната в тази точка. Ние обаче все още не сме разработили прост метод за тази проверка, така че най-доброто, което можем да направим, е да изчислим стойността на функцията в достатъчен брой точки, в които $z_1 \neq 4$ и/или $z_2 \neq 8$, за да се убедим, че наистина сме намерили максимума.

В общия случай (3), като приравним всичките частни производни на функцията на нула, получаваме n *условия от първи ред*:

$$p\frac{\partial F}{\partial z_i} = w_i, \quad i = 1, 2, \ldots, n. \tag{6}$$

Има просто икономическо обяснение на тези условия. Дясната страна на уравнение (6) е разходът за използването на отделна единица от началния елемент i. Лявата страна представя ефекта върху готовата продукция от една отделна единица от началния елемент i, умножена с цената на готовата продукция. $\partial F/\partial z_i$ се нарича *маргинален продукт* на началния елемент i, а $p\partial F/\partial z_i$ — *стойността на маргиналния продукт*, е приходът, получен в резултат от използването на отделна единица от началния елемент i. Ако фирмата бе предпочела едно множество начални елементи $(z_1, z_2, \ldots, z_n)$, при което например $p\partial F/\partial z_1 < w_1$, то това би могло да повиши печалбата чрез намаляване на количеството на z_1, тъй като намалението на разходите би било по-значително от това на приходите.

Има обаче някои елементарни производствени функции, за които условията от първи ред не дават решение на задачата за максимализиране на печалбата. Опитайте се да намерите максимализиращите печалбата начални елементи в следните случаи: (а) $y = z_1^{1/2} z_2^{1/2}$, $p = 2$, $w_1 = 1$, $w_2 = 1$; (б) $y = z_1^{1/2} z_2^{1/2}$, $p = 2$, $w_1 = 2$, $w_2 = 1$. Една чисто математическа диагноза на проблема в тези примери би показала, че затруднението произлиза от условията от втори ред, които все още не сме обсъдили подробно. Ще видим обаче, че разсъжденията за икономиката на максимализиращата печалбата фирма са по-полезни от един чисто математически подход към проблема.

2.2. *Вектори*

Когато работим с множество от променливи като например $(z_1, z_2, \dots, z_n)$, за удобство можем да използваме по-компактни означения. Това множество наричаме *вектор* и го означаваме със z. Аналогично имаме вектор на цените на началните елементи $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$. Сумата $\sum_{i=1}^{n} w_i z_i$ се нарича ***скаларно произведение*** на векторите w, z и се означава с wz.

Ако всяка компонента на вектора z се умножи с числото k, ще получим вектора $(kz_1, kz_2, \dots, kz_n)$, който се означава с kz.

Ако x е векторът $(x_1, x_2, \dots, x_n)$, а y — векторът $(y_1, y_2, \dots, y_n)$ то $x + y$ е векторът $(x_1 + y_1, x_2 + y_2, \dots, x_n + y_n)$, а $x - y$ — векторът $(x_1 - y_1, x_2 - y_2, \dots, x_n - y_n)$.

Като използваме това означение, можем да представим (3) по следния начин

$$\text{да се максимализира}_{z}\ pF(z) - wz, \tag{7}$$

а (6) като

$$p\frac{\partial F}{\partial z} = w, \tag{8}$$

където $\partial F/\partial z = (\partial F/\partial z_1, \partial F/\partial z_2, \dots, \partial F/\partial z_n)$.

За целите на тази книга векторите могат да се разглеждат само като съкратено означение. Ако някой израз, съдържащ вектор, Ви затрудни, можете да го запишете чрез „обичайното“ означение.

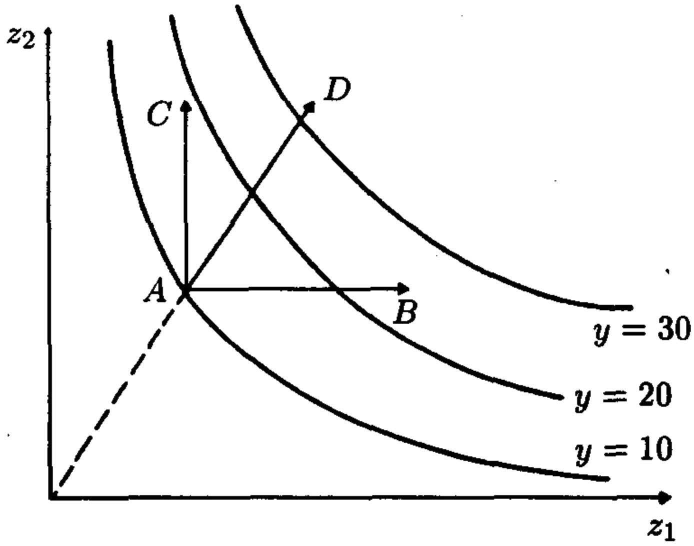
2.3. *Възвръщаемост относно мащаба и възвръщаемост относно началните стоки*

Сега трябва да разгледаме по-подробно свойствата на производствените функции. В случая на производствена функция, където се използват два начални елемента, можем да начертаем диаграма за изясняване на проблема. На фиг. 2.3 началните величини z_1 и z_2 са разположени върху осите на координатната система, докато различните възможни стойности на y са начертани като контури. Тези контури се наричат *изокванти*. Така например кривата, обозначена с $y = 10$, показва всички стойности на (z_1, z_2), за които $F(z_1, z_2) = 10$. Тази изоквантна диаграма показва също изоквантите $y = 20$ и $y = 30$ и трябва да е ясно защо изоквантите, които са по-далече от началото на координатната система, съответстват на по-високи нива на готова продукция. Няма да е ясно защо кривите на изоквантите се извиват към началото на координатната система, но обяснението за това трябва да почака.

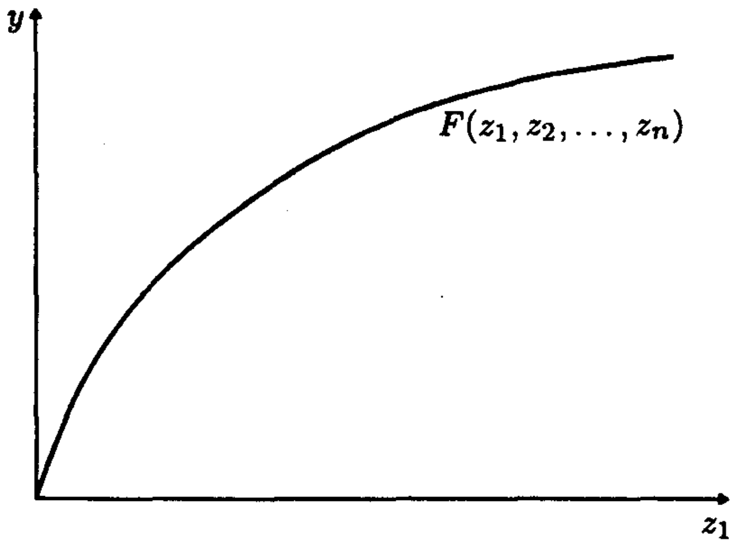
Би трябвало да се заинтересоваме от начина, по който готовата продукция се влияе от промените на началните елементи. Има два различни вида промяна в началните елементи, които ще разгледаме. Първият е показан със стрелка от точка A към точка B в изоквантната диаграма. Ако z_2 е константа, z_1 се увеличава. Подобно движение е изобразено с придвижване от A към C в диаграмата, където z_2 се увеличава, а z_1 е константа.

В общия случай на производствената функция $y = F(z_1, z_2, \ldots, z_n)$ ефектът на такова придвижване се измерва с частната производна. Ако z_i се промени, а *всички други входни елементи останат постоянни*, промяната в y ще се изрази с $\partial F/\partial z_i$. Тази частна производна, която може също да се запише $\partial y/\partial z_i$ или F_i, е маргиналният продукт на входния елемент i.

Общоприето е, че една производствена функция има свойството маргиналният продукт $\partial F/\partial z_i$ да намалява с нарастването на z_i. Това свойство се нарича *спадаща възвръщаемост* относно вложения входен елемент i и е илюстрирано на фиг. 2.4, която показва връзката между y и z_1 за дадени стойности на z_2, z_3, …, z_n. Ако си представим, че изоквантната диаграма е контурна карта на хълм, където стойността на y във всяка точка е височината на земната повърхност в тази точка, то фиг. 2.4 (при $n = 2$) показва напречен разрез на хълма по оста „изток-запад“ като този през правата AB.



Фиг. 2.3. Изоквантна диаграма



Фиг. 2.4. Намаляваща възвръщаемост относно z_1

Обикновено е очевидно дали $\partial F/\partial z_i$ намалява относно z_i, но в случай на съмнение може да се диференцира $\partial F/\partial z_i$ относно z_i, за да се получи частната производна от втори ред

$$\frac{\partial^2 F}{\partial z_i^2} = \frac{\partial}{\partial z_i}\left(\frac{\partial F}{\partial z_i}\right). \tag{9}$$

За спадащата възвръщаемост се изисква $\partial^2 F/\partial z_i^2 < 0$.

Интересно е също да се разгледа вторият вид промяна на началните елементи, където *всички* начални елементи се променят едновременно в еднаква степен. Това е показано на фиг. 2.3 със стрелката от A към D, която, излизайки директно от началото на координат[-]ната система, представлява увеличение на z_1 и z_2 в едно и същ[о] съотношение. В общия случай, за да приложим такова увеличени[е] към вектора на началните елементи $\mathbf{z}$ ние просто го умножаваме [с] константа k и получаваме новия вектор $k\mathbf{z}$. Например векторът $2\mathbf{z}$ съдържа точно два пъти по-голямо количество от всички входн[и] елементи в сравнение с вектора $\mathbf{z}$.

Ако за $k > 1$

$$F(k\mathbf{z}) = kF(\mathbf{z}), \tag{10}$$

за производствената функция се казва, че има ***постоянна възвръщае[-]мост относно мащаба***; докато ако

$$F(k\mathbf{z}) > kF(\mathbf{z}), \tag{11}$$

функцията има ***нарастваща възвръщаемост относно мащаба***; а ако

$$F(k\mathbf{z}) < kF(\mathbf{z}), \tag{12}$$

функцията има ***намаляваща възвръщаемост относно мащаба***. С други думи, ако увеличим всички начални елементи в определена степен, готовата продукция ще нарастне (а) в същия мащаб, (б) в по-голям, или (в) в по-малък мащаб, при положение, че имаме (а) константна, (б) нарастваща, или (в) намаляваща възвръщаемост относно мащаба.

Например производствената функция $y = z_1^{1/2} z_2^{1/2}$ има намаляваща възвръщаемост относно двата вида вложени начални елементи и постоянна възвръщаемост относно мащаба, докато производствената функция $y = z_1^{2/3} z_2^{1/2}$ има намаляваща възвръщаемост относно двата начални елемента и нарастваща възвръщаемост относно мащаба. Тези примери подчертават факта, че възвръщаемостта относно вложените начални елементи и възвръщаемостта относно мащаба са различни свойства, което може да се потвърди при още един поглед върху стрелките на изоквантната диаграма, фиг. 2.3.

2.4. *Минимализиране на разходите*

При разглеждането на задачата за максимализиране на печалбата срещнахме някои затруднения от математическо естество. Нека тогава да обсъдим една по-скромна задача, която фирмата може да си постави: да предположим, че се знае нивото на готовата продукция y, което фирмата иска да произведе, и целта ѝ е просто да сведе до минимум разходите при производството на тези стоки. Тази цел може да се запише по следния начин:

(13)
$$\text{да се минимализира } \mathbf{wz}, \quad (z)$$
$$\text{при условие че } F(\mathbf{z}) = y$$

където y е константа. Това е *оптимизационна задача с ограничения*: променливите, които се избират за минимализиране на функцията $\mathbf{wz}$ се избират така, че да удовлетворяват ограничаващото условие $F(\mathbf{z}) = y$.

За решаването на тази задача ще следваме един твърде необичаен подход. Да дефинираме *функцията на Лагранж*

(14)
$$L(\mathbf{z}, \lambda) = \mathbf{wz} + \lambda(y - F(\mathbf{z})),$$

състояща се от функцията, която се опитваме да минимализираме, прибавена към произведението на една нова променлива λ (наречена множител на Лагранж) и функцията, приравняваща на нула ограничителното условие. Функцията на Лагранж има $n+1$ променливи z_1, z_2, ..., z_n, λ. Да я диференцираме по отношение на всяка от тези променливи и да приравним производните на нула, за да получим $n+1$ уравнения:

(15)
$$w_i - \lambda \partial F/\partial z_i = 0, \quad i = 1, \ldots, n,$$

(16)
$$y = F(\mathbf{z}).$$

Стойностите на z_1, z_2, ..., z_n които са решения на задача (13), трябва да удовлетворяват уравненията (15) и (16) по следната причина. (15) може да се представи като

(15a)
$$\lambda = \frac{w_i}{\partial F/\partial z_i}, \quad i = 1, \ldots, n.$$

Сега w_i е разходът за една отделна единица от началния елемент i, докато $\partial F/\partial z_i$ е продуктът, получен от тази отделна единица. Така тяхното частно е разходът за една единица (или *маргиналният разход*) за получаване на по-голямо количество готова продукция на изхода чрез използване на по-голямо количество от началния елемент i. Нека предположим, че (15a) не са удовлетворени, така че например $w_1/(\partial F/\partial z_1) > w_2(\partial F/\partial z_2)$. Тогава разходите за произведеното фиксирано количество y от готова продукция може да се намалят, като малко се намали z_1 и се увеличи z_2 дотолкова, че да се запази постоянно $F(z_1, z_2, z_3, \ldots, z_n)$. Установихме, че задача (13) не може да се реши, ако не е удовлетворено (15), така че n-те уравнения в (15) са необходими условия за решаването на (13). Фактът, че уравнение (16) също е необходимо условие, е очевиден: това е ограничението, което трябва да се спази.

Така необичайният начин за дефинирането и диференцирането на функцията на Лагранж може да се възприеме просто като средство, което дава необходимите условия за решаването на оптимизационната задача с ограничения (13).

В случай че има само два входни елемента z_1 и z_2, можем да дадем диаграмна илюстрация на решението на задачата за минимализиране на разходите. Нека допуснем, че сме изправени пред следната конкретна задача:

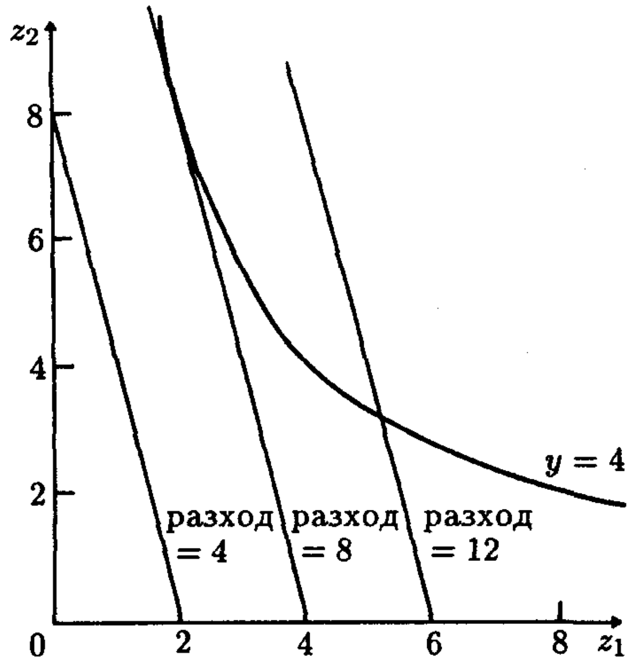
$$\text{(17)} \qquad \begin{aligned} &\text{да се минимализира}_{z_1, z_2} \; 2z_1 + \frac{1}{2}z_2, \\ &\text{при условие че } z_1^{1/2} z_2^{1/2} = 4. \end{aligned}$$

На фиг. 2.5 ограничението $z_1^{1/2} z_2^{1/2} = 4$ е показано като единичната изокванта $y = 4$. Стойността на разхода е $2z_1 + \frac{1}{2}z_2$, като тя се променя с промяната на z_1 и z_2. Правата, съединяваща точка $z_1 = 2$, $z_2 = 0$ с точка $z_1 = 0$, $z_2 = 8$, представя всички точки, в които разходите за начални елементи са равни на 4. Такава линия се нарича *изоразходна линия* (линия на еднаквите разходи). Тя е контур на функцията $2z_1 + \frac{1}{2}z_2$, точно както една изокванта е контур на функцията $F(z_1, z_2)$. На графиката са показани също изоразходните линии, които съответстват на разходи за начални елементи, равни на 8 и 12. Изоразходните линии са множество от успоредни прави, като линиите, които са по-близо до началото на координатната система, представят по-ниски нива на разходи за начални елементи.

Така целта, поставена в (17), може да се види в графичен план, при което нагледно се показва, че тя се достига в точката на дадената изокванта, разположена на най-ниската възможна изоразходна права. Тази точка е $z_1 = 2$, $z_2 = 8$ на изоразходната права $2z_1 + \frac{1}{2}z_2 = 8$. В тази точка изоразходната права е допирателна на изоквантата.

Лесно е да се убедим, че методът на Лангранж дава същия отговор. Функцията на Лангранж е

$$\text{(18)} \qquad L(z_1, z_2, \lambda) = 2z_1 + \frac{1}{2}z_2 + \lambda\left(4 - z_1^{1/2} z_2^{1/2}\right),$$



Фиг. 2.5. Минимализиране на разходите при $y = 4$

чийто производни, приравнени на нула, дават следните три уравнения:

$$
\begin{aligned}
2 &= \frac{1}{2}\lambda z_1^{-1/2} z_2^{1/2}, \\
\text{(19)} \qquad \frac{1}{2} &= \frac{1}{2}\lambda z_1^{1/2} z_2^{-1/2}, \\
4 &= z_1^{1/2} z_2^{1/2}.
\end{aligned}
$$

Като се изключи λ, от първите две уравнения, се получава $z_2 = 4z_1$, а като заместим в третото уравнение, получаваме $z_1 = 2$, $z_2 = 8$ (и $\lambda = 2$) като решение на (19), а това пък ни дава стойност 8 за $2z_1 + \frac{1}{2}z_2$.

По принцип, когато имаме два начални елемента, ограничението $F(z_1, z_2) = y$ ни дава изокванта, за която *приемаме без доказателство*, че е извита към началото на координатната система, докато типичната изоразходна линия се изразява чрез $w_1 z_1 + w_2 z_2 = c$. Ако представим това уравнение във вида $z_2 = c/w_2 - (w_1/w_2)z_1$ и си припомним, че w_1, w_2 са константи, виждаме, че наклонът на изоразходната линия е постоянен и е равен на $-w_1/w_2$, а отрезът върху оста z_2 е c/w_2, който нараства с нарастването на c, така че с изменянето на c получаваме множество успоредни изоразходни линии, при което онези от тях, които са по-отдалечени от началото на координатнат система, представят по-високи разходи за начални елементи.

Решението на задачата за минимализиране на разходите е в точ ката, в която изоразходната права е допирателна на изоквантата тъй като допирателната изоразходна права е най-близката до нача лото на координатната система права, която има точка върху изок вантата. Това решение е илюстрирано на фиг. 2.6. Така $F(z_1, z_2) = y$ определя z_2 като неявна функция на z_1. След като диференцираме двете страни на това уравнение по отношение на z_1 и си припом ним, че y е константа върху изоквантата, и използваме методите от предишната глава, получаваме

$$F_1 + F_2 \left(\frac{\mathrm{d}z_2}{\mathrm{d}z_1}\right)_y = 0, \tag{20}$$

където $\left(\frac{\mathrm{d}z_2}{\mathrm{d}z_1}\right)_y$ означава производната на неявната функция, дефинирана при изоквантно y (постоянно y). Така че кривината на изоквантата е именно тази производна, т.е.:

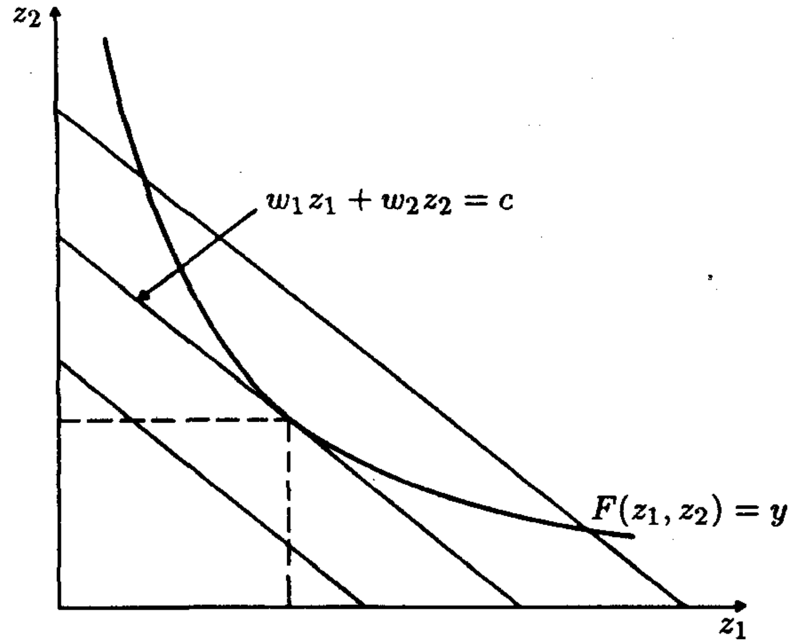
$$\left(\frac{\mathrm{d}z_2}{\mathrm{d}z_1}\right)_y = -\frac{F_1}{F_2}. \tag{21}$$

Тъй като и F_1, и F_2 са положителни, тази кривина е отрицателна, както се вижда и на графиката. От факта, че и F_1, и F_2 са функции на z_1 и z_2 следва, че кривината на кривата се изменя в различните точки на изоквантата.

Така установихме, че абсолютната стойност на кривината на изоквантата се получава от частното на маргиналните продукти. Това частно се нарича *маргинална степен на заместване*, тъй като представлява степента, в която z_1 може да се замести със z_2 при постоянно y.

Решението на задачата за минимализиране на разходите следователно се дава със следните две изисквания за точката (z_1, z_2): (а) да се намира върху изоквантата; (б) да бъде там, където кривината на изоквантата е равна на кривината на изоразходните линии. Тези изисквания се изразяват чрез двете уравнения

$$\begin{aligned} &F(z_1, z_2) = y, \\ &\frac{F_1(z_1, z_2)}{F_2(z_1, z_2)} = \frac{w_1}{w_2}, \end{aligned} \tag{22}$$



Фиг. 2.6. Минимализация на разходите при $F(z_1, z_2) = y$

т.е. уравненията, получени алтернативно чрез приравняването на производните на функцията на Лагранж $L(z_1, z_2, \lambda) = w_1z_1 + w_2z_2 + \lambda(y - F(z_1, z_2))$ към нула и елиминирането на λ (вж. (15) и (16)).

Графичният подход има недостатъка, че може да се използва само за задачи с два начални елемента. Използваният метод на Лагранж показва, че получените условия са само *необходими* за решението на (13), а диаграмата показва достатъчното условие. Ако на фиг. 2.6 изоквантата беше извита в посока, обратна на координатното начало, допирната точка между изоразходната линия и изоквантата би била точката, където разходите за производството на y се максимизират, вместо да се минимизират. Следователно в случая на два начални елемента необходимите условия от първи ред (15) и (16) (или еквивалентните им (22)) трябва да бъдат придружени от допълнителното изискване изоквантата да бъде извита към координатното начало, за да може да има решение при условията от първи ред.

Ако една производствена функция има изокванти, извити към координатното начало, тя се нарича *квази-вдлъбната*. Формално погледнато, квази-вдлъбнатостта изисква, ако A и B са кои да са две точки върху една и съща изокванта, то правата, съединяваща A и B, да бъде над или върху изоквантата. Най-простият начин да се провери дали това условие е изпълнено, е да се изследва как маргиналната степен на заместване се променя с промяната на z_1/z_2. На фиг. 2.6 при увеличаване на z_1/z_2 по изоквантата кривината се променя като от много остра става съвсем плоска, т.е. маргиналната степен на заместване е намаляваща функция на z_1/z_2:

$$\frac{\mathrm{d}(F_1/F_2)}{\mathrm{d}(z_1/z_2)} \leq 0. \tag{23}$$

Производствена функция със свойството ***намаляваща маргиналната степен на заместване*** явно е квази-вдлъбната; така че ако (23) се удовлетворява от производствената функция, то решението на (22) е наистина решение на задачата за минимализиране на разходите.

Когато началните елементи в производствената функция са повече от два, пак можем да определим свойството квази-вдлъбнатост и това е достатъчното условие върху (15) и (16), за да се реши (13), но няма толкова прост начин както при (23) за проверка на квази-вдлъбнатостта.

2.5. *Еластичност на заместването*

От (22) виждаме, че в случая на двата начални елемента маргиналната степен на заместване по същество се свежда до частното на цените на началните елементи за минимализиране на разходите. Маргиналната степен на заместване зависи от частното на количествата начални елементи z_1/z_2. От (23) или от фиг. 2.6 виждаме, че увеличението на w_1/w_2 води до намаляване на z_1/z_2. Размерът на полученото намаление зависи от формата на изоквантата — колкото по-малко е изкривяването на изоквантата, толкова по-голяма е промяната. Чувствителността на z_1/z_2 към изменението на w_1/w_2 измерваме чрез ***еластичността на заместването***

$$\sigma = \frac{w_1/w_2}{z_1/z_2} \cdot \frac{\mathrm{d}(z_1/z_2)}{\mathrm{d}(w_1/w_2)}, \tag{24}$$

която, разбира се, е отрицателна.

Размерът на тази еластичност определя промяната в дела на фирмените разходи за всеки начален елемент при промяна в съотношението на цените:

$$\frac{\mathrm{d}(w_1 z_1/w_2 z_2)}{\mathrm{d}(w_1/w_2)} = \frac{z_1}{z_2} + \frac{w_1}{w_2}\frac{\mathrm{d}(z_1/z_2)}{\mathrm{d}(w_1/w_2)} = \frac{z_1}{z_2}(1+\sigma). \tag{25}$$

Следователно, ако $\sigma > -1$ (т.е. $|\sigma| < 1$), увеличаването на w_i повишава дела на началния елемент i; но ако $\sigma < -1$ (т.е. $|\sigma| > 1$), увеличаването на w_i намалява дела на началния елемент i.

Например, ако $y = \left(z_1^{1/2} + z_2^{1/2}\right)^2$, то F_1/F_2 е $(z_1/z_2)^{1/2}$, така че частното, минимализиращо началните елементи, удовлетворява

$$\frac{z_1}{z_2} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{-2} \tag{26}$$

и

$$\sigma = \frac{w_1/w_2}{z_1/z_2}(-2)\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{-3} = -2, \tag{27}$$

докато

$$\frac{w_1 z_1}{w_2 z_2} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{-1}, \tag{28}$$

което показва, че делът на всеки начален елемент е намаляваща функция от цената му, в съответствие с факта, че (абсолютната стойност на) еластичността на заместването е по-голяма от единица.

2.6. *Функция на разходите и интерпретация на множителя на Лагранж*

Равенствата (15) и (16) са $n + 1$ уравнения относно променливите z_1, z_2, …, z_n и λ. Когато решим тези уравнения, получаваме стойностите на $n + 1$ променливи, които зависят от стойностите на w_1, w_2, …, w_n и y в първоначалната задача. Решенията записваме във вида $z_1(\mathbf{w}, y)$, $z_2(\mathbf{w}, y)$, …, $z_n(\mathbf{w}, y)$, $\lambda(\mathbf{w}, y)$, за да не забравяме от кои променливи зависят те. Да отбележим също така, че $z_i(\mathbf{w}, y)$ е *оптималната* стойност на z_i при дадени $\mathbf{w}$ и y.

Действителната стойност на разходите за производството на y при минимализирани разходи следователно е $\sum_{i=1}^{n} w_i z_i(\mathbf{w}, y)$. Тя се нарича ***функция на разходите*** и се записва във вида

$$c(\mathbf{w}, y) = \mathbf{w}\mathbf{z}(\mathbf{w}, y), \tag{29}$$

където $\mathbf{z}(\mathbf{w}, y)$ е векторът $(z_1(\mathbf{w}, y), \ldots, z_n(\mathbf{w}, y))$. Да отбележим отново, че $c(\mathbf{w}, y)$ е минималният разход при дадени $\mathbf{w}$ и y. Например при два начални елемента функцията на разходите е

$$c(w_1, w_2, y) = w_1 z_1(w_1, w_2, y) + w_2 z_2(w_1, w_2, y). \tag{30}$$

Допълнителен резултат от решаването на (15) и (16) е стойността $\lambda(\mathbf{w}, y)$, която приема множителят на Лагранж. Имайки предвид разсъжденията във връзка с (15а), не е изненадващо, че тази стойност има икономическа интерпретация. Ако диференцираме $c(\mathbf{w}, y)$ по отношение на y, получаваме

$$\frac{\partial c(\mathbf{w},y)}{\partial y} = \sum_{i=1}^{n} w_i \frac{\partial z_i(\mathbf{w},y)}{\partial y}. \tag{31}$$

Нас обаче ни интересува какво става с (15) и (16), **когато y се мени**. От това, че е удовлетворено (15), следва

$$\sum_{i=1}^{n} w_i \frac{\partial z_i(\mathbf{w},y)}{\partial y} = \lambda \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F}{\partial z_i} \frac{\partial z_i(\mathbf{w},y)}{\partial y}, \tag{32}$$

докато (16), диференцирано относно y, води до

$$1 = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F}{\partial z_i} \frac{\partial z_i(\mathbf{w},y)}{\partial y}, \tag{33}$$

така че (31), (32) и (33) заедно дават

$$\frac{\partial c(\mathbf{w},y)}{\partial y} = \lambda(\mathbf{w},y). \tag{34}$$

Важният резултат от полученото е, че стойността на множителя на Лагранж представлява въздействието върху разходите, предизвикано от изменението в количеството на произведената продукция, т.е. той измерва *маргиналните разходи* на готовата продукция. Това точно съвпада с горните разсъждения за уравнения (15а), където видяхме, че функциите, приравнени към λ, се интерпретираха като измерващи маргиналните разходи.

2.7. *Пример за минимизиране на разходите*

Да разгледаме задачата за минимализация на разходите във фирма, чиято производствена функция е $z_1^{\alpha} z_2^{1-\alpha}$, където α е константа, удовлетворяваща $0 < \alpha < 1$, когато фирмата иска да произвежда y, а цените на началните елементи са w_1, w_2. Задачата е следната:

$$\begin{aligned} &\text{да се минимализира } w_1 z_1 + w_2 z_2, \\ &\text{при условие, че } z_1^{\alpha} z_2^{1-\alpha} = y. \end{aligned} \tag{35}$$

Функцията на Лагранж

$$L(z_1, z_2, \lambda) = w_1 z_1 + w_2 z_2 + \lambda(y - z_1^{\alpha} z_2^{1-\alpha})$$

дава условията от първи ред

$$
\begin{aligned}
&w_1 - \lambda\alpha z_1^{\alpha-1} z_2^{1-\alpha} = 0,\\
(36)\qquad &w_2 - \lambda(1-\alpha) z_1^{\alpha} z_2^{-\alpha} = 0,\\
&y - z_1^{\alpha} z_2^{1-\alpha} = 0,
\end{aligned}
$$

които могат да се опростят до

$$
\begin{aligned}
&w_1 = \lambda\alpha y/z_1,\\
(36a)\qquad &w_2 = \lambda(1-\alpha) y/z_2,\\
&y = z_1^{\alpha} z_2^{1-\alpha} = 0,
\end{aligned}
$$

и да бъдат решени, за да дадат

$$
\begin{aligned}
&z_1(w_1, w_2, y) = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{w_2}{w_1}\right)^{1-\alpha} y,\\
(37)\qquad &z_2(w_1, w_2, y) = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{w_1}{w_2}\right)\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{w_2}{w_1}\right)^{1-\alpha} y = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{w_1}{w_2}\right)^{\alpha} y,\\
&\lambda(w_1, w_2, y) = \left(\frac{w_1}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{w_2}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha},
\end{aligned}
$$

така че

(38)

$$
c(w_1, w_2, y) = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{w_2}{w_1}\right)^{1-\alpha}\left(w_1 + \frac{1-\alpha}{\alpha}w_1\right) y = \left(\frac{w_1}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{w_2}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha} y,
$$

което потвърждава, че (34) е вярно.

Остава да се провери дали условието за спадащата маргинална степен на заместване е вярно:

$$
(39)\qquad \frac{F_1}{F_2} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{z_1^{\alpha-1} z_2^{1-\alpha}}{z_1^{\alpha} z_2^{-\alpha}} = \frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{z_2}{z_1},
$$

и е ясно, че (23) е удовлетворено, така че функциите, определени от (37) и (38), действително описват решението минимализиращо разходите.

Накрая да отбележим, че от (36а) лесно се вижда, че $z_1/z_2 = \alpha w_2/(1-\alpha)w_1$, от което следва, че еластичността на заместването тук има стойност $|\sigma| = 1$ и относителните дялове на множителите $(w_1 z_1)/(w_2 z_2)$ всъщност са постоянни при $\alpha/(1-\alpha)$.

2.8. *Възвръщаемост относно мащаба и функцията на разходите*

Разходът за производство $c(\mathbf{w}, y)$ зависи от готовата продукция по простата причина, че за по-голяма продукция се изисква по-голямо количество начални елементи. Точната форма на зависимостта на $c(\mathbf{w}, y)$ от y следователно зависи от това, как се променя готовата продукция в резултат на промяната в началните елементи. Коя информация е съществена за производствената функция? Ако има спадаща възвръщаемост относно началните елементи, ще знаем какво става, ако само *един* от тях се промени. Но ако готовата продукция нараства, изглежда вероятно *всички* начални елементи да са се увеличили (макар че това не винаги е истина, както ще видим по-нататък), така че самата същност на възвръщаемостта относно началните елементи не изглежда подходяща. От друга страна, нямаме основание да вярваме, че всички вложени начални елементи ще се увеличат *пропорционално*, следователно не е очевидно, че възвръщаемостта относно мащаба е приемлива. Макар и да не е очевидно, това е вярно, както ще се убедим сега. Аргументите са по същество прости. С увеличаването на възвръщаемостта можем да увеличим повече от два пъти готовата продукция, като увеличим два пъти количеството на всички начални елементи, което удвоява разходите. Минималният разход за производството на $2y$ е следователно по-малък от удвоения разход за y. При намаляваща възвръщаемост, ако намалим наполовина началните елементи, намаляваме готовата продукция с по-малко от половина, така че минималният разход за $y/2$ е по-малък от половината на разхода за y. На Вас се предоставя в упражнение 2.15 да дадете просто устно обяснение на случая с постоянната възвръщаемост.

За краткост в тази глава отсега нататък зависимостта на минимализиращите разходите начални елементи $\mathbf{z}(\mathbf{w}, y)$ и на функцията на разходите $c(\mathbf{w}, y)$ от цените на началните елементи няма да се изразява явно. Тъй като цените на началните елементи са постоянни навсякъде, функциите ще се записват просто като $\mathbf{z}(y)$ и $c(y)$.

Ако производствената функция $y = F(\mathbf{z})$ има нарастваща възвръщаемост относно мащаба, то по дефиниция $F(k\mathbf{z}) > kF(\mathbf{z})$ при $k > 1$. Следователно

$$kc(y) = k\mathbf{w}\mathbf{z}(y) = \sum_{i=1}^{n} w_i k z_i(y) > c(ky), \tag{40}$$

където неравенството следва от факта, че $k\mathbf{z}(y)$ ще доведе до производството на повече готова продукция в сравнение с ky поради увеличената възвръщаемост, така че минималният разход за производството на ky трябва да бъде по-малък от разхода за $k\mathbf{z}$.

Ако $y = F(\mathbf{z})$ има намаляваща възвръщаемост относно мащаба, тогава $F(k\mathbf{z}) < kF(\mathbf{z})$ при $k > 1$. Тъй като това е вярно за всички $\mathbf{z}$, то е вярно и за $(1/k)\mathbf{z}$, следователно можем да запишем

$$F(\mathbf{z}) < kF\left(\frac{1}{k}\mathbf{z}\right),$$

т.е.

$$\frac{1}{k}F(\mathbf{z}) < F\left(\frac{1}{k}\mathbf{z}\right) \quad \text{при } k > 1.$$

Следователно

$$\frac{1}{k}c(y) = \frac{1}{k}\mathbf{wz}(y) = \sum_{i=1}^{n} w_i \frac{1}{k} z_i(y) > c\left(\frac{1}{k}y\right) \tag{41}$$

по силата на същите аргументи като (40), само че сега неравенството произтича от факта, че $(1/k)\mathbf{z}(y)$ ще доведе до получаване на повече от $(1/k)y$ готова продукция поради намаляващата възвръщаемост.

Ако $y = F(\mathbf{z})$ има постоянна възвръщаемост относно мащаба, то $F(k\mathbf{z}) = kF(\mathbf{z})$ при $k > 1$ и от това следва, че

$$kc(y) = k\mathbf{wz}(y) \geq c(ky), \tag{42}$$

понеже, тъй като $k\mathbf{z}(y)$ е възможен начин за произвеждането на ky, оптималният начин на производство не може да струва повече. Но (42) е в сила за всички k и y и ако го приложим за $1/k$ и ky, ще получим

$$\frac{1}{k}c(ky) \geq c(y). \tag{43}$$

Но $c(ky) \leq kc(y) \leq c(ky)$ води до

$$c(ky) = kc(y). \tag{44}$$

При дадена функция на разходите $c(y)$ дефинираме *средния разход* като $c(y)/y$. Поради нарастващата възвръщаемост относно мащаба (40) води до

$$\frac{c(y)}{y} > \frac{c(ky)}{ky}, \quad k > 1, \tag{45}$$

така че средният разход *намалява* при нарастването на y. При намаляваща възвръщаемост от (41) следва

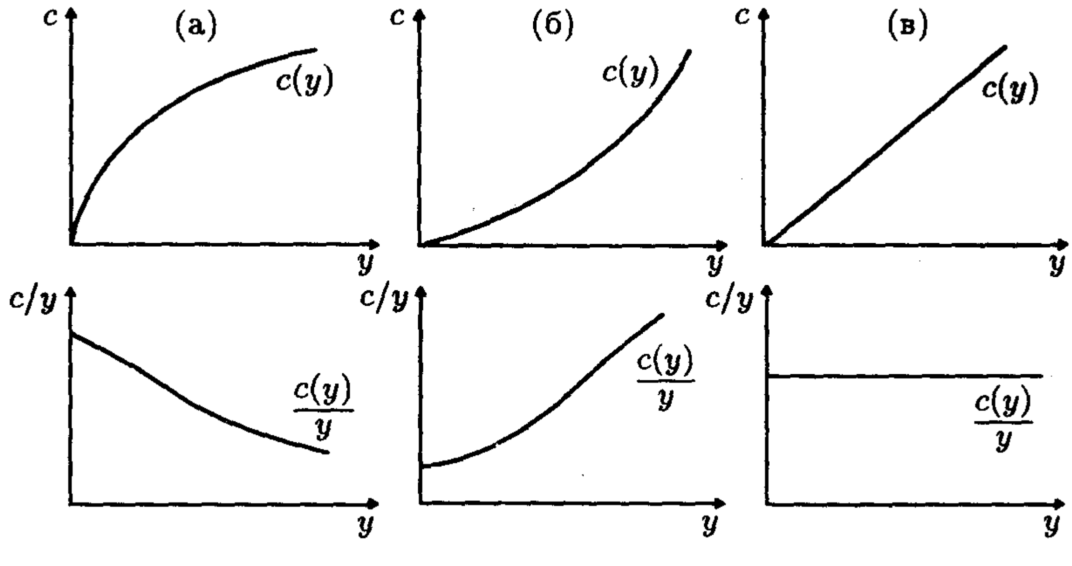
$$\frac{c(y)}{y} > \frac{c(y/k)}{y/k}, \quad k > 1, \tag{46}$$

така че средният разход *нараства* с нарастването на y. При постоянната възвръщаемост съгласно (44)

$$\frac{c(y)}{y} = \frac{c(ky)}{ky}, \quad k > 1, \tag{47}$$

така че средният разход е *постоянен*, когато y се променя. Трите случая са илюстрирани на фиг. 2.7.

Да се върнем към примера, който разгледахме в предишния раздел: производствената функция има постоянна възвръщаемост относно мащаба и средният разход не зависи от y.



Фиг. 2.7. Възвръщаемост относно мащаба и среден разход: (а) нарастваща възвръщаемост; (б) намаляваща възвръщаемост; (в) постоянна възвръщаемост

2.9. *Отново за максимализиране на печалбата*

Проблемът за минимализиране на разхода засяга въпроса *как да произведем* дадено количество y, но сега трябва да се обърнем към въпроса *колко да произведем.*

Ако фирмата, която трябва да реши следната задача за максимализиране на печалбата:

$$\text{(48)}\qquad \begin{aligned} &\text{да се максимализира}\ \underset{y,\mathbf{z}}{py - \mathbf{wz}},\\ &\text{при условие че}\ y = F(\mathbf{z}) \end{aligned}$$

(което е друг начин за записване на задача (3)), е решила проблема за минимализиране на разхода (13) и е получила функция на разходите $c(\mathbf{w}, y)$, то задача (48) се свежда до следната по-проста задача за максимализиране на печалбата:

$$\text{(49)}\qquad \text{да се максимализира}\ \underset{y}{py - c(\mathbf{w}, y)}.$$

Това е максимализиране с една променлива, чието решаване е лесно. За намирането на максимума е необходимо производната на печалбите относно y да бъде равна на нула:

$$\text{(50)}\qquad p - \frac{\partial c(\mathbf{w}, y)}{\partial y} = 0,$$

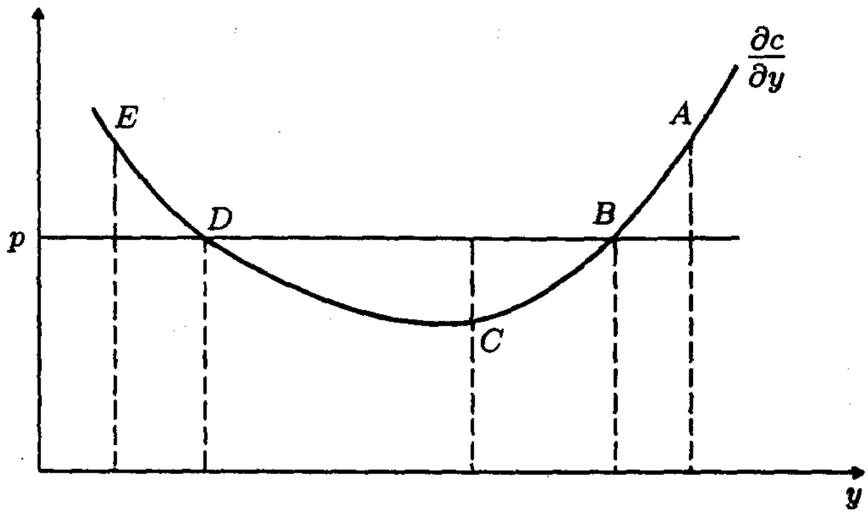
и е достатъчно, ако освен това и втората производна е отрицателна:

$$\text{(51)}\qquad -\frac{\partial^2 c(\mathbf{w}, y)}{\partial y^2} < 0.$$

Макар че математиката тук не е сложна, струва си наратко да се спрем върху икономическото тълкуване на тези условия, които изразяват, че фирмата трябва да избере ниво на производство, където маргиналният разход е равен на цената на готовата продукция и където маргиналният разход е нарастваща функция на готовата продукция.

Да разгледаме фиг. 2.8. В точка A маргиналният разход надвишава цената, така че производството на една допълнителна единица увеличава разхода повече, отколкото е приходът при продажба на цена p. Печалбите следователно могат да се увеличават чрез намаляване на производството. Обратно, в точка C си струва да се увеличи производството, докато B е точката на максималната печалба. Въпреки че в точка D цената е равна на маргиналния разход, едно изследване на промените, които фирмата трябва да направи в нивото на готовата продукция при точки като C и E, показва, че D е точка на ***минимални*** печалби (или на максимални загуби).

Ако условието за достатъчност (51) е удовлетворено, то уравнение (50) определя максимализиращата печалбата стойност y, която



Фиг. 2.8. Максимализиране на печалбите

е функция на p и $\mathbf{w}$, така че можем да я запишем $y(p, \mathbf{w})$. Ясно е, че стойностите на z_i, които минимализират разходите за производството на $y(p, \mathbf{w})$, са същите, които са избрани от максимализиращата печалбата фирма, така че векторът $\mathbf{z}(p, \mathbf{w})$ на начални елементи, максимализиращ печалбата, е свързан с вектора на начални елементи, минимализиращ разходите, чрез равенството

$$\mathbf{z}(p, \mathbf{w}) = \mathbf{z}(\mathbf{w}, y(p, \mathbf{w})). \tag{52}$$

Да си припомним, че $z_i(\mathbf{w}, y)$ е *оптималната* стойност на z_i — стойността, избрана да минимализира разходите за производството на фиксирано количество готова продукция. В същото време $z_i(p, \mathbf{w})$ е също оптимална стойност на z_i, но оптимална за различен проблем, а именно, това е стойността, избрана да максимализира печалбата, когато и началните елементи и готовата продукция са променливи. Двете функции са различни и трябва внимателно да се разграничават една от друга.

Функциите $\mathbf{z}(\mathbf{w}, y)$ дават количествата начални елементи, които минимизиращата разходите фирма би пожелала да закупи, и следователно се наричат *функции на търсенето на начални елементи за минимализиращата разходите фирма*. Функциите $\mathbf{z}(p, \mathbf{w})$ аналогично са *функции на търсенето на начални елементи за максимизиращата печалбата фирма*. Функцията $y(p, \mathbf{w})$ показва колко готова продукция ще иска да продаде една фирма, която максимализира печалбата си: това е *функция на предлагането за максимализиращата печалбата фирма*.

2.10. *Пример за максимализиране на печалбата*

Да разгледаме задачата за максимализиране на печалбата, когато $y = z_1^{1/3} z_2^{1/2}$ и цените са p, w_1 и w_2.

Първо, нека минимализираме разходите за производството на y. Условията от първи ред, получени от функцията на Лагранж, са

$$
\begin{aligned}
& w_1 - \frac{1}{3}\lambda z_1^{-2/3} z_2^{1/2} = 0, \\
& w_2 - \frac{1}{2}\lambda z_1^{1/3} z_2^{-1/2} = 0, \\
& y - z_1^{1/3} z_2^{1/2} = 0,
\end{aligned}
\tag{53}
$$

които решаваме, за да получим

$$
\begin{aligned}
z_1(w_1, w_2, y) &= y^{6/5} \left(\frac{2w_2}{3w_1}\right)^{3/5}, \\
z_2(w_1, w_2, y) &= y^{6/5} \left(\frac{3w_1}{2w_2}\right)^{2/5}, \\
c(w_1, w_2, y) &= 5y^{6/5} \left(\frac{w_1}{2}\right)^{2/5} \left(\frac{w_2}{3}\right)^{3/5}, \\
\lambda(w_1, w_2, y) &= 6y^{1/5} \left(\frac{w_1}{2}\right)^{2/5} \left(\frac{w_2}{3}\right)^{3/5} \qquad \left(= \frac{\partial c(w_1, w_2, y)}{\partial y}\right).
\end{aligned}
\tag{54}
$$

Лесно се проверява, че маргиналната степен на заместване намалява.

Сега можем да максимализираме печалбата, която е

$$
py - 5y^{6/5} \left(\frac{w_1}{2}\right)^{2/5} \left(\frac{w_2}{3}\right)^{3/5}, \tag{55}
$$

така че условието от първи ред е

$$
p - 6y^{1/5} \left(\frac{w_1}{2}\right)^{2/5} \left(\frac{w_2}{3}\right)^{3/5} = 0. \tag{56}
$$

Очевидно условието от втори ред е удовлетворено.

Следователно пълното решение е

$$
\begin{aligned}
y(p, w_1, w_2) &= \left(\frac{p}{6}\right)^5 \left(\frac{w_1}{2}\right)^{-2} \left(\frac{w_2}{3}\right)^{-3}, \\
z_1(p, w_1, w_2) &= \left(\frac{p}{6}\right)^6 \left(\frac{w_1}{2}\right)^{-3} \left(\frac{w_2}{3}\right)^{-3}, \\
z_2(p, w_1, w_2) &= \left(\frac{p}{6}\right)^6 \left(\frac{w_1}{2}\right)^{-2} \left(\frac{w_2}{3}\right)^{-4}.
\end{aligned}
\tag{57}
$$

2.11. Още за условията от втори ред

Да си припомним, че в увода на тази глава написахме задача (48) във вида (3) (или еквивалентно, (7)) и получихме условията от първи ред (6) (или (8)), но не напреднахме много в разглеждането на условията от втори ред и срещнахме задачи, в които условията от първи ред не ни доведоха до решение.

Сега разделяме задачата на две фази: (13) и (49). Имаме две множества условия от първи ред: (15)–(16) и (50). Фактът, че $\lambda = \partial c/\partial y$, когато (15) и (16) са удовлетворени, ни позволява да комбинираме (50) и (15), за да получим $w_i - p\partial F/\partial z_i = 0$ при $i = 1, \ldots, n$, които всъщност са условията от първи ред за началната задача.

Условията от първи ред (6) бяха разгледани като допускане, че фирмата ще използва начални елементи до нивото, за което стойността на маргиналния продукт от началните елементи е равна на цената на началните елементи. Условията от първи ред (15) и (50) бяха разгледани като допускане, че фирмите ще приравнят маргиналните разходи за различните начални елементи, а след това ще изберат ниво на производство, което изравнява тези маргинални разходи с цената на готовата продукция. Сега виждаме, че това са два начина за описване на *едни и същи* условия.

Действителната разлика между двата подхода е, че чрез разделяне на задачата на две получаваме две множества условия от втори ред, които се възприемат много лесно: условието за квази-вдлъбнатост (спадащата маргинална степен на заместване) във фазата за минимализиране на разходите и условието за нарастващите маргинални разходи във фазата за максимализиране на печалбата. Всъщност икономистите обикновено приемат, че условието за квази-вдлъбнатост е удовлетворено и разглеждат само случаите, когато това е така. (Ако квази-вдлъбнатостта не е удовлетворена, производителите няма да използват няколко начални елемента за производството на стоки, което ще противоречи на действителността.) От друга страна, отхвърлянето на условието за нарастващите маргинални разходи поражда интересни въпроси, които ще разгледаме сега.

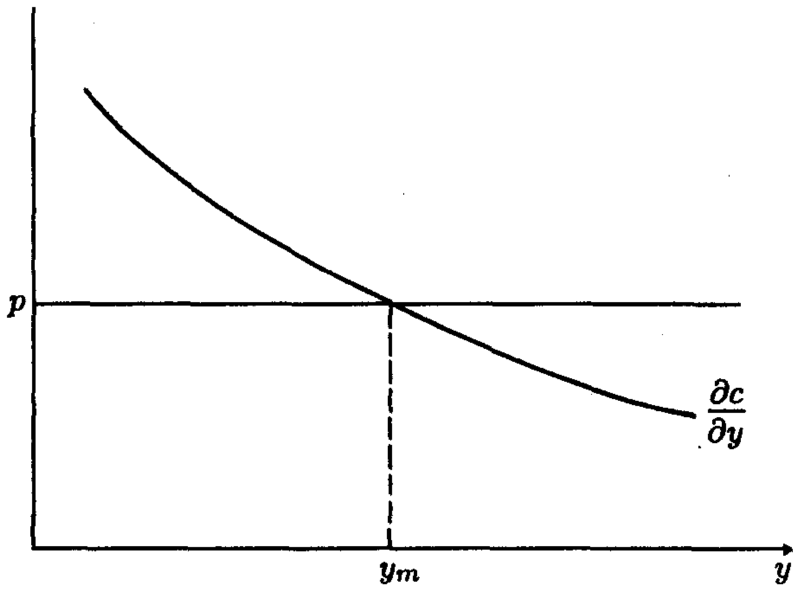
Да се спрем на случая с производствената функция $y = z_1^{2/3} z_2^{2/3}$. По традиционния начин получаваме, че функцията на разходите е

$$c(w_1, w_2, y) = 4y^{3/4} \left(\frac{w_1}{2}\right)^{1/2} \left(\frac{w_2}{2}\right)^{1/2}$$

със

$$\frac{\partial c}{\partial y} = 3y^{-1/4}\left(\frac{w_1}{2}\right)^{1/2}\left(\frac{w_2}{2}\right)^{1/2},$$

която *не* нараства относно y. Условията от първи ред определят *минимализиращата* печалбата продукция. Този случай се илюстрира на фиг. 2.9. Какво би трябвало да направи такава фирма в действителност? Математиката ни подсказва, че печалбата нараства с намаляване на продукцията от y_m до нула или когато продукцията расте от y_m нагоре.



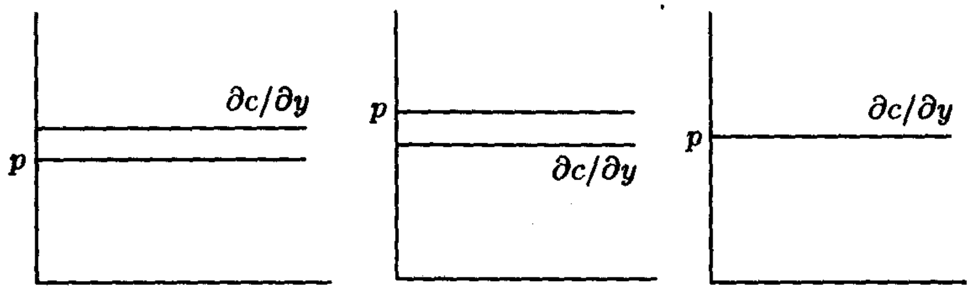
Фиг. 2.9. Фирма с намаляващи маргинални разходи

Когато готовата продукция е нула, печалбата ще бъде нула; не е трудно да се види обаче, че печалбите са положителни, ако у има достатъчно голяма стойност. По тази логика фирмата явно ще се стреми да увеличава y до безкрайност. Ще се върнем на този случай по-късно.

Нека сега да разгледаме производствената функция $y = z_1^{1/2}z_2^{1/2}$, от която произтекоха трудните примери на с. 49. Тя има функция на разходите $c(w_1, w_2, y) = 2yw_1^{1/2}w_2^{1/2}$, която не удовлетворява условието от втори ред, тъй като $\frac{\partial c}{\partial y} = 2w_1^{1/2}w_2^{1/2}$, което е константа. Тъй като p също е константа, условието от първи ред $p = \frac{\partial c}{\partial y}$ може да се удовлетвори само ако цените са такива, че двете константи са равни. Има три възможности, които са илюстрирани на фиг. 2.10.

В първия случай всяка допълнителна единица готова продукция увеличава разходите повече отколкото приходите от продажбите, при което оптималното количество готова продукция е нула. Това става очевидно, ако представите печалбата като $-(2w_1^{1/2}w_2^{1/2} - p)y$. Във втория случай фирмата трябва да произвежда безкрайно голямо количество готова продукция, тъй като всяка допълнителна единица продукция увеличава приходите повече отколкото разходите, като печалбата се определя с $(p - 2w_1^{1/2}w_2^{1/2})y$.

В третия случай печалбите са нула, каквото и да прави фирмата — няма единствено решение на задачата за максимализиране.



Фиг. 2.10. Фирма с постоянен маргинален разход

Тези примери показват, че не трябва да използваме условията от първи ред, без да вземаме предвид условията от втори ред. Те показват също, че разсъжденията за икономическия смисъл на отделните случаи, в които условията от втори ред не са удовлетворени, дават възможност да се вникне поне до известна степен в същността на разглежданите проблеми.

Случаят на постоянен маргинален разход (който е даден в упражнение 2.21, за да представи нарастването, когато производствената функция има постоянна възвръщаемост относно мащаба) е особено важен и ще се върнем към него в следващата глава.

2.12. *Свойства на функциите на предлагане и търсене при фирмите*

Досега разглеждахме фирма, която минимализира разходите си, и показахме, че за нея търсенето на начални елементи е $\mathbf{z}(\mathbf{w}, y)$, а това са функции на цените на началните елементи и на готовата продукция. Можем да се запитаме как това търсене се променя с промените в цените и готовата продукция. Максимализиращата печалбите фирма има функция на предлагане $y(p, \mathbf{w})$ и функция на търсене на входни елементи $\mathbf{z}(p, \mathbf{w})$. Отново е интересно да се запитаме как се влияят тези функции от промяната на цените.

Един от начините за действие е да си припомним, че уравнения (15) и (16) неявно дефинират функциите $\mathbf{z}(\mathbf{w}, y)$ и да използваме методите, разработени в глава 1, за решаване на задачи от сравнителната статика, за да намерим свойствата на $\mathbf{z}(\mathbf{w}, y)$. Впоследствие уравненията (50) и (52) (или уравнение (6)) биха могли да се използват за намиране свойствата на $y(p, \mathbf{w})$ и $\mathbf{z}(p, \mathbf{w})$.

Има обаче и много по-лесен метод за доказване — метод, основан на икономическата логика. Да разгледаме минимализиращата разходите фирма, която трябва да работи с цени на началните елементи $\mathbf{w}$. Да предположим, че тези цени се променят от $\mathbf{w}^1$ на $\mathbf{w}^2$. (Забележете, че горните индекси служат за означаване на различни вектори, а *не* на степени.) Фирмата ще промени своя избор на начални елементи от $\mathbf{z}^1 = \mathbf{z}(\mathbf{w}^1, y)$ на $\mathbf{z}^2 = \mathbf{z}(\mathbf{w}^2, y)$. Всеки избран вектор на началните елементи минимализира разходите за производство на y при съответните цени. Следователно

$$\mathbf{w}^1\mathbf{z}^1 \leq \mathbf{w}^1\mathbf{z}^2, \quad \mathbf{w}^2\mathbf{z}^2 \leq \mathbf{w}^2\mathbf{z}^1. \tag{58}$$

Чрез почленно събиране на неравенствата и преобразувания получаваме

$$\left(\mathbf{w}^1 - \mathbf{w}^2\right)\left(\mathbf{z}^1 - \mathbf{z}^2\right) \leq 0. \tag{59}$$

(Ако сте затруднени от векторния запис на (58) и (59), изпишете векторите и произведенията по „обичайния“ начин.)

Нека сега да предположим, че всяка стойност на $\mathbf{w}^1$ е същата като съответната стойност на $\mathbf{w}^2$, освен че w_i се е променило от w_i^1 на w_i^2. Тогава (59) става

$$\left(w_i^1 - w_i^2\right)\left(z_i^1 - z_i^2\right) \leq 0 \tag{60}$$

и получаваме в резултат, че за всички i

$$\frac{\partial z_i(\mathbf{w}, y)}{\partial w_i} \leq 0, \tag{61}$$

тъй като (60) показва, че ако w_i нараства, при което всички останали w_i са константи и y е константа, z_i намалява или е константа. (61) означава, че ***функцията на търсенето при минимализиращата разходите фирма за всеки начален елемент е намаляваща функция на цената на този начален елемент.***

Ако има само два начални елемента z_1 и z_2, то при увеличаване на w_1 се намалява z_1, но за да се запази y константа, z_2 трябва да нараства. Така $\partial z_2(w_1, w_2, y)/\partial w_1 \geq 0$ и аналогично $\partial z_1(w_1, w_2, y)/\partial w_2 \geq 0$, но подобни резултати не са в сила в общия случай, когато имаме повече от два начални елемента.

Възможно е обаче да докажем един общ резултат за влиянието на цените на другите начални елементи върху търсенето на даден начален елемент. Резултатът е, че за всички i, j при $i \neq j$ е в сила

(62) $$\frac{\partial z_i(\mathbf{w}, y)}{\partial w_j} = \frac{\partial z_j(\mathbf{w}, y)}{\partial w_i}.$$

Доказателството на този необичаен резултат ще отложим за глава 4, упражнение 4.7. (Защо този резултат е необичаен, се вижда от следния пример: да приемем, че z_1 са тонове стомана, а w_1 е цената в хил. долара на един тон стомана, и да обозначим със z_2 човекочасовете труд, а с w_2 заплатата в долари на един човекочас. А сега опишете с думи (62)!)

Накрая ще трябва (в упражнение 2.26) да покажете, че в общия случай не е сигурно дали $\dfrac{\partial z_i(w, y)}{\partial y}$ е положително число. Ако $\partial z_i/\partial y < 0$, то казваме, че началният елемент i е *непълноценен* начален елемент.

Същият тип аргументи като използваните в (58)–(60) могат да се приложат за случая с максимализиращата печалбата фирма. Да предположим, че фирмата трябва първоначално да работи при цени p^1, $\mathbf{w}^1$ и избере $y_1 = y(p^1, \mathbf{w}^1)$, $\mathbf{z}^1 = \mathbf{z}(p^1, \mathbf{w}^1)$, след което цените се променят на p^2, $\mathbf{w}^2$ и тя избира $y^2 = y(p^2, \mathbf{w}^2)$, $\mathbf{z}^2 = \mathbf{z}(p^2, \mathbf{w}^2)$. Тъй като във всеки един случай изборът ѝ максимализира печалбата, получаваме

(63) $$\begin{aligned} p^1y^1 - \mathbf{w}^1\mathbf{z}^1 &\geq p^1y^2 - \mathbf{w}^1\mathbf{z}^2, \\ p^2y^2 - \mathbf{w}^2\mathbf{z}^2 &\geq p^2y^1 - \mathbf{w}^2\mathbf{z}^1. \end{aligned}$$

Като съберем почленно неравенствата и направим преобразувания, получаваме

(64) $$(\mathbf{w}^1 - \mathbf{w}^2)(\mathbf{z}^1 - \mathbf{z}^2) \leq (p^1 - p^2)(y^1 - y^2).$$

Ако $\mathbf{w}^1 = \mathbf{w}^2$, от (59) следва, че

(65) $$(p^1 - p^2)(y^1 - y^2) \geq 0,$$

така че

$$\frac{\partial y(p, \mathbf{w})}{\partial p} \geq 0, \tag{66}$$

функцията на предлагането в максимализиращата печалбата фирма е нарастваща функция на цената на готовата продукция.

Ако запазим p константа и оставим цената на един начален елемент да се променя, ще видим, че неравенство (60) е в сила и за максимализиращата печалбата фирма, така че за всички i е в сила

$$\frac{\partial z_i(p, \mathbf{w})}{\partial w_i} \leq 0, \tag{67}$$

функцията на търсенето в максимализиращата печалбата фирма за всеки начален елемент е намаляваща функция на цената на този начален елемент.

Може да изглежда очевидно, че $\partial y(p, \mathbf{w})/\partial w_i$ трябва да бъде отрицателно число, тъй като нарастването на цената на началния елемент ще повиши разходите на продукцията, но в общия случай не можем да сме сигурни, че $\partial y/\partial w_i \leq 0$. Ако $\partial y/\partial w_i > 0$, началният елемент i се нарича *регресивен* начален елемент.

Уравнение (52) показва, че $z_i(p, \mathbf{w}) = z_i(\mathbf{w}, y(p, \mathbf{w}))$. Следователно

$$\frac{\partial z_i(p, \mathbf{w})}{\partial p} = \frac{\partial z_i(\mathbf{w}, y)}{\partial y} \frac{\partial y(p, \mathbf{w})}{\partial p} \tag{68}$$

и от (66) следва, че $\partial z_i(p, \mathbf{w})/\partial p$ има същия знак като $\partial z_i(\mathbf{w}, y)/\partial y$, но вече разбрахме, че този знак може да бъде както положителен, така и отрицателен.

Има още два други резултата, чиито доказателства са в приложението:

$$\frac{\partial y(p, \mathbf{w})}{\partial w_i} = -\frac{\partial z_i(p, \mathbf{w})}{\partial p} \tag{69}$$

и

$$\frac{\partial z_i(p, \mathbf{w})}{\partial w_j} = \frac{\partial z_j(p, \mathbf{w})}{\partial w_i}. \tag{70}$$

Тези резултати са също толкова необичайни, колкото и (62) по същите причини. Забележете, че от (68) и (69) следва, че един начален елемент е непълноценен, ако и само ако той е регресивен.

Накрая отбележете, че от (52) следва

$$\frac{\partial z_i(p, \mathbf{w})}{\partial w_i} = \frac{\partial z_i(\mathbf{w}, y)}{\partial w_i} + \frac{\partial z_i(\mathbf{w}, y)}{\partial y} \frac{\partial y(p, \mathbf{w})}{\partial w_i}. \tag{71}$$

Това показва, че ефектът от промяната на цената на началния елемент върху търсенето на началния елемент при максимизиращата печалбата фирма е двупланов: *ефект на заместването* $\partial z_i(\mathbf{w}, y)/\partial w_i$, който показва ефекта от промяната в начина на производство, и *ефект на готовата продукция* $(\partial z_i(\mathbf{w}, y)/\partial y)(\partial y(p, \mathbf{w})/\partial w_i)$, който показва ефекта от промяната в нивото на продукцията. По-горе видяхме, че ефектът на заместването е отрицателен (уравнение (61)) и че сумата на двата ефекта е отрицателна (уравнение (67)). Всъщност ефектът на готовата продукция също трябва да бъде отрицателен: обикновено $\partial z_i/\partial y$ е положително, а $\partial z_i/\partial w_i$ е отрицателно, но както посочихме (без да доказваме) по-горе, $\partial z_i/\partial y$ е отрицателно, ако и само ако $\partial y/\partial w_i$ е положително. Ако заместим (68) и (69) в (71), ще получим

(71a) $$\frac{\partial z_i(p, \mathbf{w})}{\partial w_i} = \frac{\partial z_i(\mathbf{w}, y)}{\partial w_i} - \left(\frac{\partial z_i(\mathbf{w}, y)}{\partial y}\right)^2 \frac{\partial y(p, \mathbf{w})}{\partial p},$$

така че

(72) $$\frac{\partial z_i(p, \mathbf{w})}{\partial w_i} \leq \frac{\partial z_i(\mathbf{w}, y)}{\partial w_i} \leq 0.$$

За Вас остава (в упражнение 2.22) да се върнете към примера, обсъждан в раздел 2.10 по-горе, и да потвърдите, че (61), (62), (66), (67), (69), (70) и (72) са наистина верни в този случай.

2.13. *Хомогенни функции*

Функцията $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ се нарича хомогенна от степен r, ако

(73) $$f(kx_1, kx_2, \ldots, kx_n) = k^r f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$$

или, ако използваме векторно записване, $f(\mathbf{x})$ е хомогенна от степен r, ако

(73a) $$f(k\mathbf{x}) = k^r f(\mathbf{x}).$$

Всъщност вече срещнахме това понятие, тъй като дефиницията на постоянната възвръщаемост относно мащаба гласи, че производствената функция трябва да бъде хомогенна от първа степен.

Функцията $f(x_1, x_2, \ldots, x_n, x_{n+1}, \ldots, x_m)$ се нарича хомогенна от степен r, относно променливите $x_1, \ldots, x_n$, ако

(74) $$f(kx_1, kx_2, \ldots, kx_n, x_{n+1}, \ldots, x_m) = k^r f(x_1, x_2, \ldots, x_n, x_{n+1}, \ldots, x_m).$$

Например функцията $x_1^2(x_2, x_3)^2/x_4$ е хомогенна от трета степен, и тя е хомогенна от четвърта степен относно x_1, x_2, x_3.

Функцията на предлагането $y(p, \mathbf{w})$ и функциите на търсенето на начални елементи $\mathbf{z}(p, \mathbf{w})$ са хомогенни от нулева степен, т.е. $y(kp, k\mathbf{w}) = y(p, \mathbf{w})$ и $\mathbf{z}(kp, k\mathbf{w}) = \mathbf{z}(p, \mathbf{w})$. Доказателството е просто. Да предположим, че при цени kp, $k\mathbf{w}$ фирмата не избере $y(p, \mathbf{w})$ и $z(p, \mathbf{w})$, а предпочете y^0, $\mathbf{z}^0$. Тъй като този избор максимализира печалбите, следва, че

$$kpy^0 - k\mathbf{w}\mathbf{z}^0 > kpy(p, \mathbf{w}) - k\mathbf{w}\mathbf{z}(p, \mathbf{w}). \tag{75}$$

Но ако разделим (75) на k, ще получим

$$py^0 - \mathbf{w}\mathbf{z}^0 > py(p, \mathbf{w}) - \mathbf{w}\mathbf{z}(p, \mathbf{w}), \tag{76}$$

което е невъзможно, тъй като $y(p, \mathbf{w})$ и $\mathbf{z}(p, \mathbf{w})$ са максимализиращият печалбите избор при цени p, $\mathbf{w}$. (Друго възможно доказателство е да се покаже, че решението на условията от първи ред (15), (16) и (50) не се влияе от умножаването на всички цени с k.)

Икономическата интерпретация на хомогенността от нулева степен е, че когато *всички* цени се увеличат в един и същ размер, реалната ситуация на фирмата не се променя (по същия начин една промяна в изчисляването на цените в центове вместо в долари, при която цените се умножават със сто, не е истинска промяна на положението на фирмата), следователно поведението ѝ не се променя. Обичаен начин за описание на хомогенност от нулева степен е твърдението, че смисъл имат само *относителните* цени.

По същия начин може да се докаже, че функциите на търсенето на началните елементи $\mathbf{z}(\mathbf{w}, y)$ са хомогенни от нулева степен относно $\mathbf{w}$ и че функцията на разходите $c(\mathbf{w}, y)$ е хомогенна от първа степен относно $\mathbf{w}$.

Лесно се проверява, че функциите, получени в примерите от раздел 2.7 и 2.10, удовлетворяват свойствата за хомогенност (вж. упражнение 2.34).

Теоремата на Ойлер гласи, че $f(x_1, x_2, \ldots, x_n)$ е хомогенна от степен r, ако и само ако

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \frac{\partial f}{\partial x_i} = rf(x_1, x_2, \ldots, x_n). \tag{77}$$

Тук пропускаме доказателството — то може да се намери в почти всяка книга по анализ на функции на повече от една променлива.

Теоремата на Ойлер има две важни следствия за теорията на максимализиращата печалбата фирма. Ако производствената функция $y = F(\mathbf{z})$ има постоянна възвръщаемост относно мащаба, тя е хомогенна от първа степен, така че

$$\sum_{i=1}^{n} z_i \frac{\partial F}{\partial z_i} = F(z_1, \ldots, z_n) = y. \tag{78}$$

Но чрез заместване на уравненията за минимализиране на разходите $w_i = \lambda \partial F / \partial z_i$ в (78) получаваме

$$\sum_{i=1}^{n} w_i z_i = \lambda y, \tag{79}$$

така че печалбата на фирмата е

$$py - \sum_{i=1}^{n} w_i z_i = (p - \lambda) y. \tag{80}$$

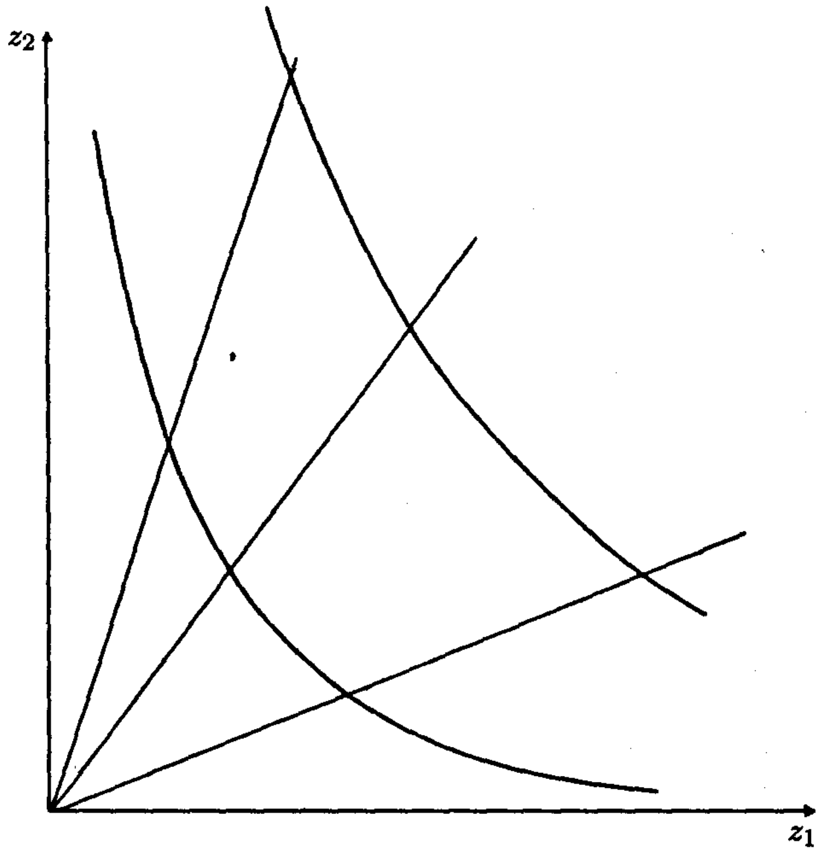
Да си припомним, че λ е равна на маргиналния разход $\partial c / \partial y$. Да си припомним също, че производствената функция на постоянна възвръщаемост поражда функция на разходите с постоянен среден разход, т.е. $c(y) = ay$, където a е константният среден разход, така че всъщност $\lambda = \partial c / \partial y = a$, а λ е константа. Следователно резултатите, получени на страници 69 и 70 и илюстрирани на фиг. 2.10, са валидни за всяка фирма, чиято производствена функция има постоянна възвръщаемост относно мащаба. В частност, ако е налице възможността да се удовлетвори условието за максимализиране на печалбата $p = \lambda$, печалбите на фирмата ще бъдат нула.

Може да се опитаме да приложим теоремата на Ойлер към производствените функции с нарастваща или намаляваща възвръщаемост относно мащаба, но резултатите ще бъдат с ограничено приложение, тъй като подобни функции не са непременно хомогенни.

Геометричната интуиция ни подсказва второто следствие. Изоквантите на постоянната производствена функция на постоянната възвръщаемост се изместват *равномерно* извън координатното начало, както е показано на фиг. 2.11. Това подсказва, че кривината на всяка отделна изокванта ще зависи само от z_2/z_1, а не поотделно от z_1 или z_2, което наистина е така.

Според теоремата на Ойлер, ако $F(z_1, z_2)$ има постоянна възвръщаемост, то

$$F(z_1, z_2) = z_1 \frac{\partial F(z_1, z_2)}{\partial z_1} + z_2 \frac{\partial F(z_1, z_2)}{\partial z_2}. \tag{81}$$



Фиг. 2.11. Постоянна възвръщаемост относно мащаба

Да диференцираме двете страни на (81) относно z_1:

(82) $$\frac{\partial F(z_1, z_2)}{\partial z_1} = \frac{\partial F(z_1, z_2)}{\partial z_1} + z_1 \frac{\partial^2 F(z_1, z_2)}{\partial z_1^2} + z_2 \frac{\partial^2 F(z_1, z_2)}{\partial z_1 \partial z_2},$$

където

(83) $$\frac{\partial^2 F}{\partial z_1 \partial z_2} = \frac{\partial}{\partial z_1}\left(\frac{\partial F}{\partial z_2}\right)$$

е производната на $\partial F / \partial z_2$ относно z_1. В случая става дума за функция, която е два пъти диференцуема:

(84) $$\frac{\partial}{\partial z_2}\left(\frac{\partial F}{\partial z_1}\right) = \frac{\partial^2 F}{\partial z_2 \partial z_1} = \frac{\partial^2 F}{\partial z_1 \partial z_2}$$

(отново не се дава доказателство на това важно твърдение), така че от (82) следва

(85) $$0 = z_1 \frac{\partial}{\partial z_1}\left(\frac{\partial F}{\partial z_1}\right) + z_2 \frac{\partial}{\partial z_2}\left(\frac{\partial F}{\partial z_1}\right).$$

Така от теоремата на Ойлер следва, че функцията $\partial F/\partial z_1$ трябва да бъде хомогенна от нулева степен. Аналогично доказателство се използва, за да се установи, че $\partial F/\partial z_2$ е хомогенна от нулева степен. Следователно кривината на изоквантата, която има маргинална степен на заместване F_1/F_2, не се променя, когато z_1 и z_2 се изменят пропорционално.

Макар да не можем да начертаем графика на изоквантите, ако имаме повече от два входни елемента, от горното доказателство следва, че ако $F(\mathbf{z})$ има постоянна възвръщаемост относно мащаба, то $\partial F(\mathbf{z})/\partial z_i$ е хомогенна от нулева степен за всички i. Ще трябва да покажете (вж. упражнение 2.38), че това означава, че $\mathbf{z}(\mathbf{w}, y)$ е хомогенна от първа степен относно y и да дадете икономическата интерпретация на този факт.

Упражнения

2.1. Намерете стойностите на x_1, x_2, при които функциите
(а) $(x_1 - 2)^2 + (x_2 - 1)^2$,
(б) $(x_1 - 2)^2 - (x_2 - 1)^2$
имат частни производни, равни на нула, но покажете, като разгледате и други стойности на x_1, x_2, че функцията (а) се минимализира в тази точка, но функцията (б) не е нито в максимум, нито в минимум.

2.2. Намерете частните производни на функцията

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2 - 3x_1x_2$$

и определете точката, в която $\partial f/\partial x_1 = 0$ и $\partial f/\partial x_2 = 0$. Покажете, че вторите производни $\partial^2 f/\partial x_1^2$ и $\partial^2 f/\partial x_2^2$ са положителни в тази точка, а след като оцените функцията в тази точка и в точките $(c, 0)$, $(0, c)$ и (c, c), където c е произволно число, докажете, че функцията не се минимализира в точката, в която частните производни са равни на нула. (Това показва, че ако имаме $\partial^2 f/\partial x_i^2 > 0$ за всички i, то не е достатъчно за съществуването на минимум.)

2.3. Фирма с производствена функция

$$y = z_1^{1/4} z_2^{1/2}$$

трябва да работи при цени $p = 12$, $w_1 = 9$, $w_2 = 2$. Определете нейната политика за максимализиране на печалбите. Каква е печалбата ѝ?

2.4. Опитайте се да определите максимализиращите печалбата начални елементи в случаите (а) и (б) в края на раздел 2.1.

2.5. (i) Коментирайте възвръщаемостта относно мащаба при следните производствени функции:

(а) $y = z_1^{1/4} z_2^{1/2}$;

(б) $y = z_1^{1/2} z_2^{1/2}$;

(в) $y = z_1^{\alpha} z_2^{\beta}$, където α и β са положителни константи;

(г) $y = \left(z_1^{-2} + z_2^{-2}\right)^{-1/2}$.

(ii) За всяка от тези функции посочете дали има спадаща възвръщаемост относно всеки използван начален елемент.

(iii) Възможно ли е да се намерят стойности на α и β за функцията (в), така че да има намаляваща възвръщаемост относно мащаба *и* намаляваща възвръщаемост относно началните елементи? Възможно ли е функцията (в) да има намаляваща или постоянна възвръщаемост относно мащаба, но не и намаляваща възвръщаемост относно началните елементи?

(iv) Начертайте графика на изоквантата $y = 4$ за производствената функция (г).

2.6. Дайте определение на нарастваща, намаляваща и постоянна възвръщаемост относно мащаба в термините на зависимост между $F(k\mathbf{z})$ и $F(\mathbf{z})$, когато $k < 1$.

2.7. Производител има два завода, които произвеждат еднакви продукти. Нека y_1 да бъде готовата продукция на първия завод, а y_2 — готовата продукция на втория. Той иска да произвежда точно определено количество y като обща продукция от двата завода при минимални разходи. Разходите за производството са съответно $c_1(y_1)$ и $c_2(y_2)$. Използвайки функцията на Лагранж, решете задачата за минимализиране на разходите за производство на y. Има ли друг начин за решаване на тази задача? Можете ли да се досетите за условие, което би било достатъчно, за да осигури решението да бъде минимум?

2.8. За всяка от производствените функции в упражнение 2.5 намерете маргиналната степен на заместване и докажете, че е намаляваща.

2.9. Коментирайте свойствата на производствената функция

$$y = \left(z_1^2 + z_2^2\right)^{1/2}.$$

Може ли да се използва методът на Лагранж за решаване на задачата за минимализиране на разходите при тази функция?

2.10. Дайте словесна дефиниция на: (i) намаляваща възвръщаемост относно мащаба; (ii) спадаща възвръщаемост; (iii) спадаща маргинална степен на заместване.

2.11. Определете еластичността на заместването на производствените функции:

(a) $y = z_1^{\alpha} z_2^{\beta}$ $(\alpha > 0,\ \beta > 0)$;

(б) $y = \left(z_1^{-\alpha} z_2^{-\alpha}\right)^{-1/\alpha}$ $(\alpha > -1)$.

Какви са относителните дялове на отделните начални елементи в цялостната себестойност на продукцията във всеки от горните случаи? Проверете, че относителните дялове удовлетворяват свойството, получено в (25).

2.12. В XIX в., както е известно, японските текстилни производители са използвали много работници на една машина, за да намалят производствените загуби, докато машините са извън употреба, например поради скъсано влакно или за поставяне на нова бобина. В същото време британските производители работели при същия брой машини с по-малко работници и съответно имали повече часове престой. Може ли да се намери рационално обяснение на тези два типа поведение, като се има предвид разликата на заплатите в Япония и Великобритания по това време?

2.13. За производствените функции в упражнение 2.5 при цени на началните елементи w_1, w_2 намерете във всеки от случаите нивата за минимализиране на разходите за начални елементи при дадено количество готова продукция y. Изведете функциите на разходите. Действително ли решенията са минимуми във всеки от случаите? Намерете средните разходи във всеки отделен случай и проверете, че те са в очакваното отношение към възвръщаемостта относно мащаба.

2.14. За производствената функция

$$y = z_1^{1/2} + z_2^{1/2}$$

получете функцията на разходите, като проверите дали разходите действително са минимализирани. Каква е еластичността на заместване? Намерете средния разход. Какво свойство на производствената функция е отразено в средния разход?

2.15. Дайте само словесно обяснение на факта, че производствената функция на постоянната възвръщаемост е свързана с постоянния среден разход за производството.

2.16. Ако една фирма изчислява своята функция на разходите като $c = 10y^2$, какво заключение можете да направите за производствената й функция?

2.17. Казваме, че функцията на разходите $c(\mathbf{w}, y)$ е строго изпъкнала функция на y при всички $\mathbf{w}$, ако за всички y_1 и y_2, удовлетворяващи $y_1 \neq y_2$, и за всички λ, при които $0 < \lambda < 1$, имаме

$$\lambda c(\mathbf{w}, y_1) + (1-\lambda)c(\mathbf{w}, y_2) > c(\mathbf{w}, y_\lambda),$$

където $y_\lambda = \lambda y_1 + (1-\lambda)y_2$. (Начертайте графика на c като функция на y при положение, че това свойство е удовлетворено, и докажете, че $\partial c/\partial y$ е нарастваща.)

Казваме, че производствената функция $F(\mathbf{z})$ е строго вдлъбната, ако за всички $\mathbf{z}_1$ и $\mathbf{z}_2$, удовлетворяващи $\mathbf{z}_1 \neq \mathbf{z}_2$, и всички λ, при които $0 < \lambda < 1$,

$$\lambda F(\mathbf{z}_1) + (1-\lambda)F(\mathbf{z}_2) < F(\mathbf{z}_\lambda),$$

където $\mathbf{z}_\lambda = \lambda\mathbf{z}_1 + (1-\lambda)\mathbf{z}_2$. (Сравнете дефиницията за вдлъбнатост, дадена на страници 47 и 48 и илюстрирана на фиг. 2.2.)

Разгледайте произволни вектори на начални елементи $\mathbf{z}_1$ и $\mathbf{z}_2$ и съответните $y_1 = F(\mathbf{z}_1)$ и $y_2 = F(\mathbf{z}_2)$. Изберете $\mathbf{w}$, така че $\mathbf{w}\mathbf{z}_\lambda = c(\mathbf{w}, F(\mathbf{z}_\lambda))$. Докажете, че ако функцията на разходите е строго изпъкнала, то $y_\lambda < F(\mathbf{z}_\lambda)$, така че производствената функция е строго вдлъбната.

Следователно покажете, че $\partial c/\partial y$ е нарастваща функция на y при всички y, ако производствената функция има спадаща възвръщаемост относно всички начални елементи и намаляваща възвръщаемост относно мащаба. (Ако $\partial c/\partial y$ е нарастваща функция на y само в определен интервал от стойности на y, то производствената функция има в този интервал намаляваща възвръщаемост относно началните елементи и свойство, известно като локално намаляване на възвръщаемостта относно мащаба.)

2.18. Като използвате функциите на разходите, получени в упражнения 2.13 и 2.14, намерете, *където съществуват*, максимализиращите печалбата $y(p, w_1, w_2)$, $z_1(p, w_1, w_2)$, $z_2(p, w_1, w_2)$, които отговарят на съответните производствени функции. Спрете се по-конкретно върху резултата в случая на производствените функции (б), (в) (ако $\alpha + \beta = 1$ или $\alpha + \beta > 1$) и (г) в упражнения 2.5 и 2.13.

2.19. Решете задачата за минимализирането на разходите и максимализирането на печалбата във фирма с производствена функция

$$y = \left(z_1^{1/3} + z_2^{1/3}\right)^2,$$

която трябва да работи при цени p, w_1, w_2.

2.20. Фирма има функция на разходите

$$c(y) = 200 - 10y + 0{,}01y^2,$$

където y е броят на единиците готова продукция, а $c(y)$ измерва разходите в лири стерлинги. Фирмата продава продуктите си на пазара на цена 10 лири за брой. Ако приемем, че тя максимализира печалбата си, какви ще бъдат количеството на готовата продукция и размерът на печалбата?

Да предположим сега, че правителството предлага следните алтернативни субсидии:

(а) безвъзмездна помощ от 1000 лири;

(б) безвъзмездна помощ от по 1 лира на единица готова продукция;

(в) безвъзмездна помощ от 5 лири на единица продукция над 1000 броя.

Ако пазарната цена не се променя, кой вид субсидия трябва да избере фирмата?

2.21. Докажете, че ако производствената функция има постоянна възвръщаемост относно мащаба, то маргиналният разход е постоянен и равен на средния разход.

2.22. Проверете, че функциите на предлагането $y(p, \mathbf{w})$ и функциите на търсенето $\mathbf{z}(\mathbf{w}, y)$ и $\mathbf{z}(p, \mathbf{w})$, получени в упражнения 2.13, 2.14, 2.18 и 2.19, удовлетворяват (61), (62), (66), (67), (69), (70) и (72).

2.23. Преценете реакцията на една максимализираща печалбите фирма, която трябва да работи при дадени пазарни цени при: (а) пропорционален данък 50% от печалбата; (б) данък, равен на 10% от продажната цена на всяка единица готова продукция.

2.24. Да допуснем, че една фирма произвежда единица продукция, използвайки три начални елемента: капитал, труд и суровини. Държавата я облага с 50% данък върху „печалбата“, където „печалбата“ се определя като разлика от приходите и разходите за труд и суровини, които тя плаща. Напишете задачата за максимализиране на печалбата след данъчно облагане и коментирайте ефекта от данъка. Сравнете с ефекта от 50%-ен данък върху чистата печалба от упражнение 2.23.

2.25. Ако фирма има n начални елемента $z_1, z_2, \ldots, z_n$, докажете, че съществува поне едно $j \neq i$, такова че $\partial z_j(\mathbf{w}, y)/\partial w_i \geq 0$.

2.26. Начертайте графика, която да показва, че е възможно $\partial z_j(\mathbf{w}, y)/\partial y < 0$.

2.27. „Ако цената на *един* начален елемент се увеличи, като всички други цени останат постоянни, то това трябва да увеличи разходите и следователно да намали нивото за максимализиране на печалбата от готовата продукция. Следователно $\partial y(p, \mathbf{w})/\partial w_i \leq 0$." Това твърдение е невярно, тъй като в необичайни случаи $\partial y/\partial w_i > 0$, както е посочено на с. 73. Като разграничите внимателно разходите от маргиналните разходи, оборете това твърдение.

2.28. Да предположим, че по технически причини е много трудно да се заменят работниците в строителството с машини. Ръководителят на профсъюза настоява, че вследствие на това може да се искат по-високи заплати, без това да заплашва броя на работните места в строителството. Прав ли е той?

2.29. Използвайте уравнение (71a), за да покажете, че потребността от един начален елемент в максимализираща печалбата фирма ще бъде обикновено толкова по-гъвкава, колкото по-лесно заменими са другите начални елементи и колкото по-голяма част от общите разходи е разходът за този начален елемент.

2.30. Напишете уравнението, аналогично на (71) за $\partial z_i(p, \mathbf{w})/\partial w_j$.

2.31. когато производствената функция $F(\mathbf{z})$ има постоянна възвръщаемост относно мащаба, функциите $y(p, \mathbf{w})$ и $\mathbf{z}(p, \mathbf{w})$ не съществуват за всички стойности на p и $\mathbf{w}$ и не може да се каже, че (66) и (67) са в сила, тъй като не винаги съществуват производни (или са равни на нула където съществуват). Докажете обаче, че (65) и (60) са приложими за максимализиращата печалбата фирма с постоянна възвръщаемост.

2.32. Дайте друго доказателство за хомогенност от нулева степен на функцията $y(p, \mathbf{w})$ и $\mathbf{z}(p, \mathbf{w})$.

2.33. Докажете, че функциите $\mathbf{z}(\mathbf{w}, y)$ са хомогенни от нулева степен относно $\mathbf{w}$ и че функцията на разходите $c(\mathbf{w}, y)$ е хомогенна от първа степен относно $\mathbf{w}$.

2.34. Докажете, че функциите на предлагането, търсенето и разходите, получени в раздел 2.7 и 2.10 и в упражнения 2.13, 2.14, 2.18 и 2.19, имат съответните свойства на хомогенност.

2.35. Докажете частта „само ако" от теоремата на Ойлер.

2.36. (а) Да предположим, че цените на всички начални елементи се увеличат пропорционално с изключение на w_i, което остава постоянно. Какво ще стане със $z_i(\mathbf{w}, y)$ и $c(\mathbf{w}, y)$?

(б) Да предположим, че цените на всички начални елементи се увеличат пропорционално, но цената на готовата продукция остане постоянна. Какво ще стане с $y(p, \mathbf{w})$?

(в) Да предположим, че цените на готовата продукция и на всички начални елементи с изключение на w_i се увеличат пропорционално. Какво ще стане със $z_i(p, \mathbf{w})$?

2.37. Ако $y = F(z_1, z_2)$ е производствена функция, хомогенна от степен α, където $0 < \alpha < 1$, какво можем да кажем за възвръщаемостта ѝ относно мащаба? Използвайте теоремата на Ойлер, за да покажете, че за всяко множество от цени максималната печалба ще бъде положителна.

2.38. Използвайте теоремата на Ойлер, за да покажете, че ако $F(\mathbf{z})$ има постоянна възвръщаемост относно мащаба, то $\partial F(\mathbf{z})/\partial z_i$ е хомогенна от нулева степен за всички i. Докажете, че това означава, че $\mathbf{z}(\mathbf{w}, y)$ е хомогенно от първа степен относно y и разяснете икономическия смисъл на този факт.

ГЛАВА 3

Фирмата и пазара

3.1. *Максимализиране на печалбата в близка перспектива*

Важно предположение на теорията, развита в предишната глава, е, че фирмата може свободно да избира своите начални стоки. Това не винаги е смислено предположение.

Да разгледаме например случая на фирма, която използва три вида начални стоки: суровини, труд и техника. Количеството на използваните суровини може лесно да се променя, примерно ден за ден. Размерът на нейната трудова сила (или броят на часовете, изработени от всеки работник) може също да се променя, да речем седмично. Но техниката би могла да бъде специално планирана за тази фирма и да е без стойност за която и да е друга фирма, така че допълнителна техника може да бъде инсталирана само със закъснение от няколко месеца от момента, в който е взето решението да бъде поръчана, докато наличната техника може да бъде намалена само чрез бракуване на старите машини, като се избегне замяната им.

Този пример може да не е типичен за повечето фирми: някои получават материали чрез дългосрочни договори, които не могат да бъдат променени веднага, и имат работна сила, която може да не желае да приеме претовареност, извънредна работа или назначаване на нови работници, докато, от друга страна, част от техниката на фирмата може лесно да се купи и да се продаде на втора ръка или би могла да се даде под наем.

Общият момент е в това, че някои от решенията, които една фирма се принуждава да взема, се правят в условия, при които някои от началните стоки са фиксирани, а други са променливи. Разходите за фиксираните начални стоки се наричат ***фиксирани разходи***, а разходите за променливите начални стоки — ***променливи разходи***.

В раздел 1.10 дефинирахме разликата между „краткотраен период“ и „продължителен период“ като зависеща от това дали фирмите (или потребителите) са били ограничени от техните минали решения, за да вземат настоящите си решения. В този смисъл ограничение съществува, ако има фиксирани начални стоки; така че краткотрайният период е период от време, в който някои от началните стоки са фиксирани, докато в продължителния период всички начални стоки са променливи. Най-важното обаче е да припомним, че тази терминология е по-скоро един полезен кратък начин на изразяване, отколкото израз на строго разделяне на бъдещето на две части. За някои фирми всички начални стоки могат да бъдат променливи почти незабавно (да разгледаме например фирма, продаваща секретарски услуги, която използва наети помещения и обзавеждане и необхванат в профсъюз персонал на седмични договори), така че краткотрайният период е прекалено кратък, за да бъде допустим; други фирми имат начални стоки, които са неизменно фиксирани (такива като насипите, изкопите и междурелсието на една железопътна линия), така че не съществува истински продължителен период. Освен това приемливо е допускането, че колкото по-кратък е разглежданият период, толкова повече от началните стоки са фиксирани, така че в действителност има редица от краткотрайни периоди.

Най-простият формален модел, който включва тези особености, е на фирма, произвеждаща краен продукт y от два начални продукта z_1 и z_2. Ако z_2 е фиксирано, производствената функция

$$y = F(z_1, z_2) \tag{1}$$

е функция на една променлива z_1 и фирмата няма избор относно това как да произвежда. Уравнение (1) дефинира z_1 като неявна функция на y и z_2, което ще записваме

$$z_1 = z_1(y, z_2). \tag{2}$$

Функцията на разходите за краткотрайните периоди на фирмата е

$$c(w_1, w_2, y, z_2) = w_1 z_1(y, z_2) + w_2 z_2, \tag{3}$$

така че $w_1 z_1(y, z_2)$ дава променливите разходи, а $w_2 z_2$ — постоянните разходи. Средният разход в краткотрайните периоди е $c(w_1, w_2, y, z_2)/y$, маргиналният разход в краткотрайните периоди е $\partial c(w_1, w_2, y, z_2)/\partial y$, а средният променлив разход е $w_1 z_1(y, y_2)/y$. (Забележете, че маргиналният разход в краткотрайните периоди и средният променлив разход не зависят от w_2 и че маргиналният разход

z_2

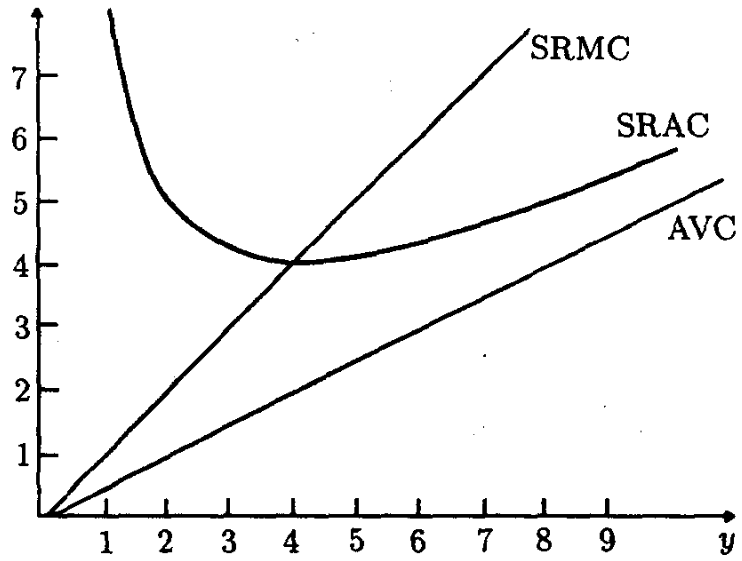
в краткотрайните серии е същият като променливия разход.) Тези три функции са обозначени със съответните съкращения SRAC, SRMC, AVC.

Например, ако $y = z_1^{1/2} z_2^{1/2}$ с $w_1 = 2$, $w_2 = 2$, $z_2 = 4$, производствената функция е $y = 2z_1^{1/2}$, така че $z_1 = (1/4)y^2$ и функцията на разходите за краткотрайния период е $c = (1/2)y^2 + 8$, като променливите разходи са $(1/2)y^2$, а фиксираните — 8. Средният разход в краткотрайните периоди е $(1/2)y + 8/y$, маргиналният разход в краткотрайните периоди е y, а средният променлив разход е $(1/2)y$ и тези три функции са изразени графично на фиг. 3.1.

Фактът, че средният променлив разход нараства заедно с нарастването на крайните продукти, изразява в този пример, че когато z_1 нараства, y нараства по-малко, отколкото би нараствал пропорционално (и като резултат това означава, че производствената функция има спадаща възвръщаемост относно променливите начални стоки). (Сравнете функцията на разходите за продължителните периоди, разгледана в предишната глава, където видът на функцията на средните разходи зависи от възвръщаемостта относно мащаба, понеже всички начални продукти са променливи.) В действителност можем да приемем, че възвръщаемостта относно променливите начални продукти не е намаляваща при ниски нива на крайните продукти, а само започва да намалява след дадена точка. Производствена функция с това свойство е показана на фиг. 3.2 (а): до z_{11} маргиналният продукт $\partial F/\partial z_1$ нараства с нарастването на z_1, а над z_{11} имаме намаляваща възвръщаемост относно z_1; докато средният продукт y/z_1 нараства с нарастването на z_1 до z_{12}, а след това намалява.

наклонът

Маргиналният продукт е кривината на кривата $F(z_1, z_2)$ в дадена точка; средният продукт е кривината на линията, свързваща началото на координатната система с тази точка; те са равни в точка z_{12}. Сега средните променливи разходи са $w_1 z_1/y$, като те намаляват, когато средният продукт нараства, и обратно; докато маргиналните разходи са $w_1/(\partial F/\partial z_1)$, като те намаляват когато маргиналният продукт нараства, и обратно. Така че имаме U-образните криви SRMC и AVC, илюстрирани на фиг. 3.2 (б). Двете криви се пресичат в точката y_2, съответстваща на нивото z_{12} на началните продукти. Разликата между AVC и SRAC се задава чрез $w_2 z_2/y$, която намалява с намаляването на y, така че кривата SRAC е също U-образна.



Фиг. 3.1. Криви на разходите при краткотрайни периоди

Зависимостта между произволна функция на средните разходи и съответната маргинална функция на разходите се получава от

$$y\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}y}\left(\frac{c(y)}{y}\right) = \frac{\mathrm{d}c(y)}{\mathrm{d}y} - \frac{c(y)}{y}. \tag{4}$$

Да припомним, че средните разходи са $c(y)/y$, а маргиналните — $\mathrm{d}c(y)/\mathrm{d}y$. Там където маргиналният разход надвишава средния разход, дясната страна на (4) е положителна и поради това средният разход е намаляващ; средният разход е постоянен само когато е равен на маргиналния разход. Интуитивно обяснение на тази зависимост е, че ако допълнителна единица от крайни продукти струва повече от средната единица, то средният разход ще нараства, когато нарастват крайните продукти, като същото важи и за обратния случай.

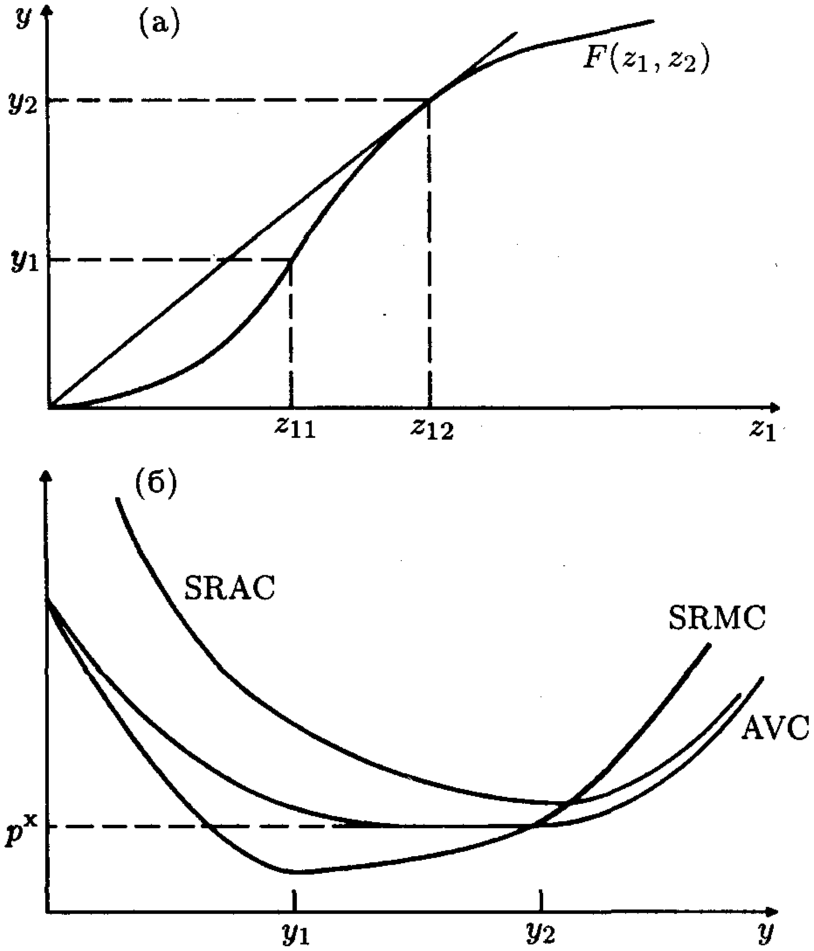
Когато $c(y)$ е разходът в краткотрайния период, (4) придобива вида

$$y\frac{\partial}{\partial y}(\mathrm{SRAC}) = \mathrm{SRMC} - \mathrm{SRAC}, \tag{5}$$

докато ако $c(y)$ е променливият разход, (4) става

$$y\frac{\partial}{\partial y}(\mathrm{AVC}) = \mathrm{SRMC} - \mathrm{AVC}. \tag{6}$$

Така че SRMC пресича AVC и SRAC отдолу в съответните им точки на минимум. (Един начин да се види връзката между (5) и (6), е



Фиг. 3.2. (а) Производствената функция и (б) кривите на разходите при краткотрайните периоди

да се забележи, че полагането $w_2 = 0$, при което постоянните разходи стават нула, не оказва влияние върху маргиналните разходи и SRAC се превръща в AVC, така че (5) става (6). Алтернативно, както вече видяхме, (6) може да бъде получено чрез разглеждане на зависимостта между маргиналните и средните продукти.)

Сега да предположим, че фирмата се стреми да максимализира печалбите, но вярва, че z_2 е постоянно. Проблемът по същество е същият като проблема за максимализация на печалбата в продължителния период, разглеждан в раздел 2.9, а именно:

$$\text{(7)} \qquad \text{да се максимализира}_{y} \; py - c(w_1, w_2, y, z_2),$$

така, че необходимото условие за максимализиране да е

$$\text{(8)} \qquad p - \frac{\partial c(w_1, w_2, y, z_2)}{\partial y} = 0,$$

докато условието от втори ред е

$$(9)\qquad -\frac{\partial^2 c(w_1, w_2, y, z_2)}{\partial y^2} < 0.$$

Както в задачата за продължителния период, фирмата би трябвало да определи ниво на крайния продукт, което да изравнява маргиналния разход с цената на крайния продукт с нарастващ маргинален разход.

Сега обаче ще трябва да се занимаем с въпрос, който беше избегнат в раздел 2.9. На фиг. 3.3 (а) нивото y_1 на крайните продукти е единственото, което удовлетворява (8) и (9), докато само в y_0 (8) е удовлетворено без да е в сила (9). Така печалбите намаляват от 0 до y_0, нарастват от y_0 до y_1, и намаляват от y_1 нататък. Ясно е, че y_1 е локален максимум, но тъй като крайните продукти намаляват от y_0 до 0, печалбите растат и това предполага възможността, че може би е по-добре да не се произвежда нищо, отколкото y_1. (В точката $y = 0$ печалбите все още растат, докато крайните продукти намаляват, въпреки че последните не могат да бъдат намалявани понататък.) Така че трябва да добавим трето условие към (8) и (9): необходимо е да проверим, че печалбите в y_1 надвишават печалбите в 0. Все пак постоянните разходи $w_2 z_2$ в определена степен водят до загуби при крайните продукти, така че при $y = 0$ печалбите са $-w_2 z_2$ (т.е. има загуби на стойност $w_2 z_2$). Следователно третото ни условие е

$$(10)\qquad p y_1 - w_1 z_1(y_1, z_2) - w_2 z_2 \geq -w_2 z_2,$$

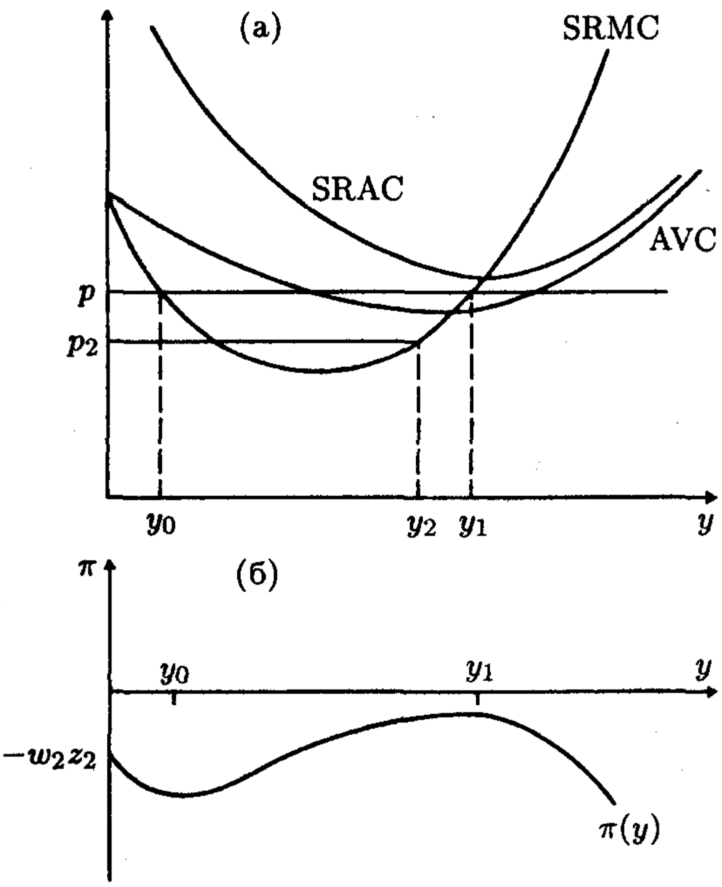
т.е.

$$(11)\qquad p y_1 - w_1 z_1(y_1, z_2) \geq 0,$$

което гласи, че приходите трябва да надвишават променливите разходи, или цената би трябвало да надвишава средните променливи разходи. В примера на фиг. 3.3 (а) това действително е вярно, а на фиг. 3.3 (б) е показано по различен начин, при който виждаме печалбите като функция на крайните продукти, както и максимализирането на печалбите (фактически загубите се минимализират) в y_1 с по-високи печалби (това означава по-ниски загуби) в y_1, отколкото в 0.

Различно е обаче, когато цената на крайната продукция е била достатъчно ниска, така че маргиналният разход е станал равен на цената в точка на кривата SRMC под кривата AVC; тогава (11) няма да бъде удовлетворено и ще е по-добре да се приключи производството, вместо да се произвежда в точката, удовлетворяваща (8) и (9). Този случай е илюстриран чрез цената p_2 и крайните продукти y_2 на фиг. 3.3 (а).

Важен елемент на твърдението е, че (11) показва, че постоянните разходи нямат връзва с решението да се произвежда или не. Или, казано по друг начин, дали цената надвишава или не средните разходи в краткотрайния период е без значение (това просто определя дали фирмата има печалби или загуби); връзката между цената и средния променлив разход е това, което има значение. Причината е, че постоянните разходи са едни и същи за всяка от двете разглеждани възможности (да се произвежда или да не се произвежда), така че не въздействат върху относителните възможности за печалба от двете дейности. И, разбира се, единствено относителната възможност за печалба от двете дейности е в съответствие с избора между тях.



Фиг. 3.3. Максимализация на печалбата в краткотрайния период

Същият смисъл понякога се влага, като се казва, че постоянните разходи не са *разход при благоприятна възможност*. Идеята за разхода при благоприятна възможност насочва вниманието ни към факта, че икономическите решения са избор между различни алтернативи: разходът при благоприятна възможност е разходът за предприемането на една дейност вместо друга. Макар че разходът за постоянните начални стоки е $w_2 z_2$, в смисъл че тези разноски са били вече направени, разходът при благоприятна възможност за използване на постоянните начални стоки в производството вместо това да не се използват е нула — понеже по предположение разноските за $w_2 z_2$, са направени за всеки от случаите, тъй като фирмата не може да отстрани началните стоки от производствения процес и да ги използва по някакъв друг начин или да ги продаде. Различен е случаят, когато разходът при благоприятна възможност при използване на променливи начални стоки, сравнен с възможността да не се произвежда, е $w_1 z_1$, понеже това количество ще бъде спестено, ако количеството на крайните стоки би било нула.

Икономистите понякога използват израза „било що било“, за да изразят правилото, че миналите разноски, които не могат да бъдат възстановени чрез продажба на каквото и да е вече придобито, би трябвало да се пренебрегнат, когато се вземат решения за бъдещето. Фактът, че при определени обстоятелства един вземащ икономическо решение индивид би трябвало да разглежда някои ресурси като без стойност, поставя ударението върху важността от правилното идентифициране на тези обстоятелства: разходът при добра възможност за даден ресурс зависи от особеностите на поставения за решаване проблем, от разглежданите възможни дейности. Ако няма друга възможност за използването на една машина, разходът при благоприятна възможност за използването ѝ в производството вместо неизползването ѝ е нула. Ако все пак обаче машината може да бъде дадена под наем и се вземе под внимание тази възможност, разходът при благоприятна възможност при използване на машината в производството е пожертваният приход от наема. Ако работниците могат да бъдат уволнявани, в случай че крайната стока е нула, то трудът е променлива начална стока с положителен разход при добра възможност; но ако работниците имат фиксирано възнаграждение и не могат да бъдат излишни или преназначавани, техният труд е постоянна начална стока с нулев разход при благоприятна възможност. Дори в контекст на вземането на решение, когато трудът и машината са променливи начални стоки, е възможно да има други разходи като минали разноски за изследване и развитие, които не могат да бъдат спестени чрез намаляването на крайната стока и поради това са постоянни разходи.

Равенствата (8), (9) и (11) определят максимализиращото печалбата ниво на y, което съответства на дадени стойности на p, w и z_2. (Сега би трябвало да стане ясно защо y не зависи от w_2.) Равенство (8) показва, че функцията на предлагането на фирмата в краткотрайния период се задава чрез функцията на маргиналните разходи в краткотрайния период: ако p е стойността на SRMC при ниво y_1 на крайния продукт, то y_1 е нивото на крайния продукт, максимализиращо печалбата при цена p. Математически (8) може да бъде разглеждано като неявно дефиниране на функцията $y = y(p, w_1, z_2)$. Това обаче изисква две уточнения: равенство (9) показва, че само нарастващата част на функцията SRMC съответства на действителността, докато (11) показва, че цената също трябва да надвишава AVC. По този начин единствено ***частта от нарастващата крива SRMC, която е над кривата AVC, е кривата на предлагане на фирмата в краткотрайния период***; ако цената е по-малка от AVC, предлагането е равно на нула. Така кривата на предлагането на фирмата е показана с удебелена крива на фиг. 3.2(б), тя е вертикална при $y = 0$ за $p \leq p^x$, съвпадаща със SRMC за $p \geq p^x$, с прекъсване за цената p^x, където крайният продукт би могъл да бъде 0 или y_2. Математически (9) и (11) показват, че (8) дефинира $y(p, w_1, z_2)$ само за $p \geq p^x$, в противен случай $y(p, w_1, z_2) = 0$. (Сега можете да видите, че за да се установи строго, че $y(p, w_1, z_2)$ не зависи от w_2, е необходимо да покажете, че w_2 не влиза в (8), (9) и (11); което ще рече, че не влияе нито на SRMC, нито на AVC.)

Като бележка под линия в този раздел трябва да отбележим, че разглеждането в раздел 2.9 на максимализирането на печалбите при продължителен период също така би трябвало да включва трето условие подобно на (10), което да осигури, че нивото на крайния продукт, определено от (2.50) и (2.51), е всъщност по-добро за фирмата, отколкото тя да не произвежда нищо. Тъй като по дефиниция в продължителния период няма постоянни разходи, когато всички начални стоки са променливи, това трето условие е по-просто от (10), а именно:

$$py - \mathbf{wz}(\mathbf{w}, y) \geq 0. \tag{12}$$

Трите условия заедно показват, че ***кривата на предлагането в продължителния период е частта от нарастващата крива*** LRMC, ***която е*** *над кривата* LRAC (където очевидно LRMC и LRAC означават съответно маргиналните разходи и средните разходи в продължителния период. Лесно е да се покаже, че ако производствената функция има постоянни възвръщаемости или намаляваща възвръщаемост относно мащаба на всички нива на крайния продукт, то (12) е по необходимост удовлетворено на нивото на y, което удовлетворява (2.50) и (2.51). Това е оставено на читателя, за да бъде доказано като упражнение 3.9.

3.2. *Криви на разходите в близка и далечна перспектива и функции на предлагането*

В предишния раздел разгледахме фирма с една постоянна начална стока и една променлива крайна стока. В общия случай може да има няколко постоянни начални стоки и няколко променливи начални стоки, но всички разсъждения ще останат по същество непроменени. Поради това ще продължим да ограничаваме нашето внимание върху случая на две начални стоки при анализирането на важните съотношения между функциите на разходите и функциите на предлагането на фирмата за краткотраен и продължителен период и функциите на търсенето на начални стоки.

В продължителния период z_1 и z_2 се избират така, че да минимализират $w_1 z_1 + w_2 z_2$, при условие че $F(z_1, z_2) = y$. В краткотрайния период z_1 се избира така, че да удовлетворява ограничението $F(z_1, z_2) = y$. Ясно е, че

$$(13) \qquad w_1 z_1(w_1, w_2, y) + w_2 z_2(w_1, w_2, y) \leq w_1 z_1(y, z_2) + w_2 z_2$$

(в случай че неравенството не е удовлетворено, $z_i(w_1, w_2, y)$ не биха били решения на задачата за минимализиране на разходите), т.е.

$$(14) \qquad c(w_1, w_2, y) < c(w_1, w_2, y, z_2)$$

и, разделяйки на y, получаваме LRAC<SRAC. (Погледнете внимателно как се използват аргументите на съответните функции, за да се различават функциите в краткотрайния период от функциите в продължителния.) Съществува стойност на y, при която в краткотрайния период постоянното ниво на z_2 случайно съвпада с това, което е било избрано в продължителния период. Следователно съществува стойност на y такава, че $z_2 = z_2(w_1, w_2, y)$, и при тази стойност SRAC=LRAC. Това съотношение е илюстрирано на фиг. 3.4 (а),

където за дадени w_1, w_2, z_2, нивото на крайната стока y_1 удовлетворява $z_2 = z_2(w_1, w_2, y)$, така че SRAC=LRAC в y_1, но SRAC > LRAC за всички други y. Друга илюстрация посредством изоквантна диаграма е представена на фиг. 3.4 (б). В краткотрайния период фирмата може да променя крайната стока само чрез придвижване по хоризонталната линия $z_2 = z_2(w_1, w_2, y_1)$. В продължителния период тя променя крайната стока чрез движение по „траекторията на разширението" OAB, описана от допирната точка между изоразходните линии и изоквантите. Тези две линии се пресичат в точката A, където крайната стока е y_1 и където нивото на постоянните начални стоки в краткотрайния период е нивото, което би било избрано в дълготрайния.

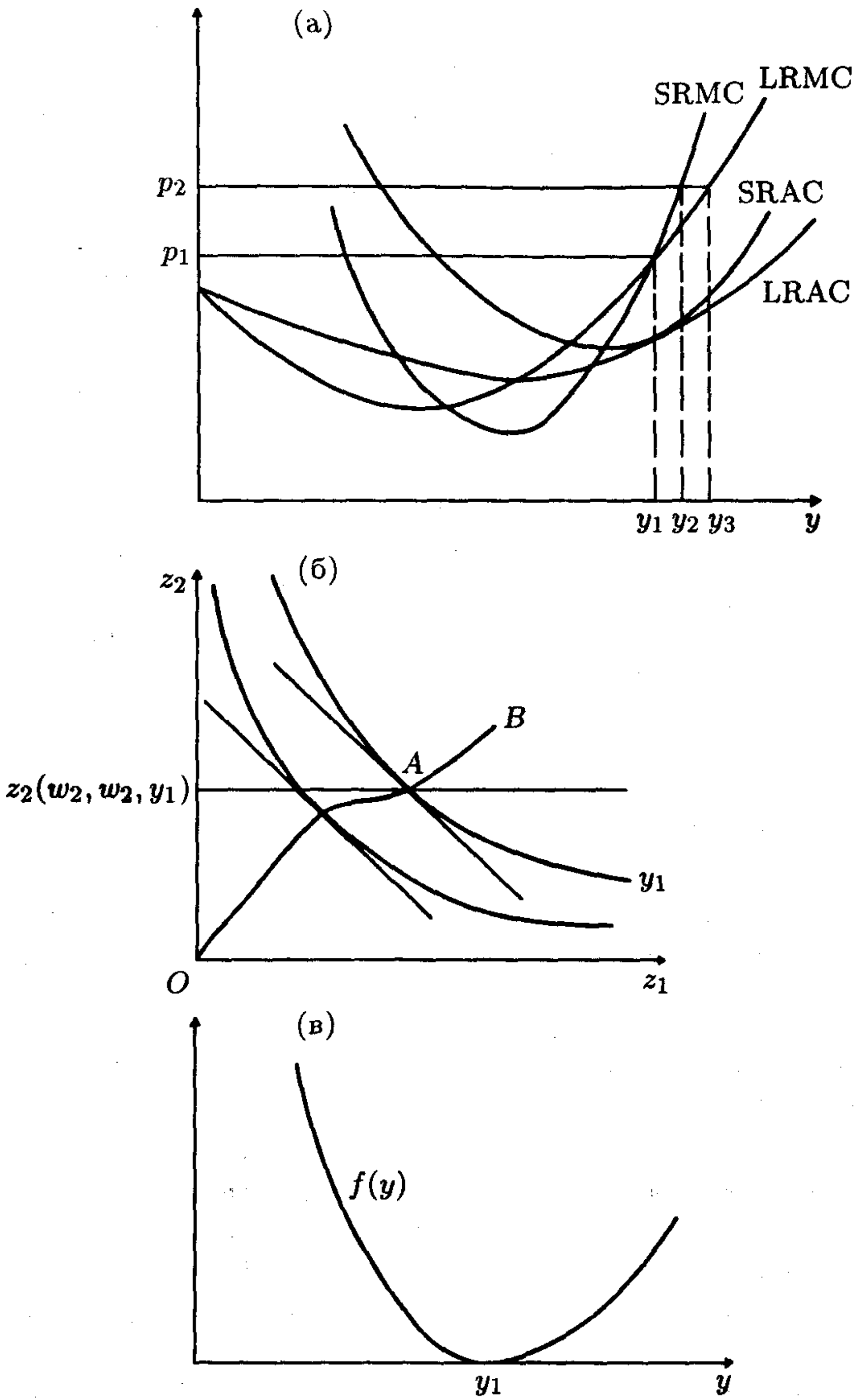
Нека $f(y) = c(w_1, w_2, y, z_2) - c(w_1, w_2, y)$ е разликата между разходите в продължителния и краткотрайния период, така че $f(y) \geq 0$ и $f(y_1) = 0$. Тази функция е показана на фиг. 3.4 (в). Ясно е, че $f(y)$ се минимализира в y_1, така че $f'(y_1) = 0$ и $f''(y_1) \geq 0$ (предполагайки, че $f(y)$ е два пъти диференцируема). Следователно ?

$$\frac{\partial c(w_1, w_2, y_1, z_2)}{\partial y} = \frac{\partial c(w_1, w_2, y_1)}{\partial y}, \tag{15}$$

$$\frac{\partial^2 c(w_1, w_2, y_1, z_2)}{\partial y^2} \geq \frac{\partial^2 c(w_1, w_2, y_1)}{\partial y^2}, \tag{16}$$

така че в y_1 SRMC е равно на LRMC, но кривината на SRMC е по-голяма от кривината на LRMC. Това е илюстрирано на фиг. 3.4 (а) (където съотношението между кривите на маргиналните и средните разходи отразява факта, че (5) е в сила както за функциите в краткотрайните, така и в продължителните периоди). Икономическата логика зад (15) и (16) е проста: тъй като разходите в краткотрайния период надвишават разходите в продължителния период, когато $y < y_1$, равни са при $y = y_1$ и отново ги надвишават при $y > y_1$, то следва, че разходите в продължителния период нарастват по-бързо от разходите в краткотрайния период (LRMC > SRMC), когато $y < y_1$, докато разходите в продължителния период трябва да нарастват по-бавно от разходите в краткотрайния период (LRMC < SRMC), когато $y < y_1$, а при $y = y_1$ те ще нарастват с една и съща скорост (LRMC = SRMC). >

Сега можем да разгледаме свойствата на функцията на предлагането за краткотрайния период $y(p, w_1, z_2)$, дефинирана посредством (8), и функцията на търсенето на начална стока в краткотрайния период $z_1(p, w_1, z_2)$, дефинирана чрез заместване на функцията



Фиг. 3.4. Разходи в краткотрайния и продължителния период

на предлагането в (2), за да се получи $z_1(p, w_1, z_2) = z_1(y(p, w_1, z_2)z_2)$. За някои цели е полезно да се разгледа друго възможно извеждане на тези две функции. Ако просто разгледаме задачата

$$
\begin{aligned}
&\text{да се максимализира } \max_{y,z_1} py - w_1 z_1 - w_2 z_2, \\
&\text{при условие че } y = F(z_1, z_2),
\end{aligned}
\tag{17}
$$

получаваме две равенства:

$$p\frac{\partial F(z_1, z_2)}{\partial z_1} = w_1, \tag{18}$$

$$F(z_1, z_2) = y, \tag{19}$$

които се решават, за да се получат $y(p, w_1, z_2)$, $z_1(p, w_1, z_2)$. Съвсем просто е да се види, че тези равенства са друг начин за записване на (8) и (2), така че решенията действително са същите функции. По този начин можем да опишем фирмата в краткотрайния период като избираща ниво на крайния продукт, при което маргиналните разходи са равни на цената, или като избираща променливо ниво на началните стоки, при което стойността на маргиналния продукт е равна на цената на началните стоки: това са два начина да се каже едно и също нещо.

Ако първоначално фирмата, илюстрирана на фиг. 3.4, в продължителния период е в равновесие в p_1, y_1, то покачване на цената до p_2 ще повиши първоначално крайния продукт до y_2 по протежение на кривата SRMC, но когато фирмата е в състояние да променя всички свои начални стоки, крайният продукт ще се увеличи по протежение на кривата LRMC до y_3. (Разбира се, z_2 се е променило така в y_3, че фирмата сега има нова крива SRAC, допирателна на кривата LRAC в y_3, и нова крива SRMC, пресичаща кривата LRMC в y_3, но тези криви на краткотрайния период не са показани.) Следователно функциите на предлагането в продължителния и в краткотрайния период имат свойството

$$\frac{\partial y(p, w_1, w_2)}{\partial p} \geq \frac{\partial y(p, w_1, z_2)}{\partial p} \geq 0. \tag{20}$$

Умножаването на двете страни на (18) с p/y превръща производните в еластичности, в резултат на което получаваме, че ***еластичността на предлагането в продължителния период е по-голяма от еластичността в краткотрайния.***

Едно по-формално доказателство взема под внимание факта, че съответните функции на предлагането $y(p)$ се дефинират неявно посредством равенствата

$$p = \frac{\partial c(y)}{\partial y} \tag{21}$$

(като другите аргументи на $y(\cdot)$ и $c(\cdot)$ не са изписани явно), което диференцирано относно p, дава

$$(22) \qquad 1 = \frac{\partial^2 c(y)}{\partial y^2}\frac{\partial y(p)}{\partial p},$$

така че (20) следва от (16).

Спомнете си, че в глава 2 доказахме (вж. равенство (2.65)) неравенството

$$(23) \qquad (\mathbf{w}^1 - \mathbf{w}^2)(\mathbf{z}^1 - \mathbf{z}^2) \leq (p^1 - p^2)(y^1 - y^2)$$

за максимализиращата печалбата фирма, която избира $(y^1, \mathbf{z}^1)$ при цени $(p^1, \mathbf{w}^1)$ и преминава към $(y^2, \mathbf{z}^2)$, когато цените станат $(p^2, \mathbf{w}^2)$. Това неравенство бе използвано за да се докаже, че предлагането (в продължителния период) на y е нарастваща функция на p, а търсенето (в продължителния период) на z_i е намаляваща функция на w_i. Същото неравенство описва възможностите за избор на минимализиращата разходите фирма, като се изключи случая, когато $y^1 = y^2$. Формулирано бе, но не бе доказано твърдението, че функцията на търсенето на начални стоки на минимализиращата разходите фирма е по-малко еластична от тази на максимализиращата печалбата фирма.

Ясно е, че (23) е в сила и при краткотрайния период с уговорката, че сега за една част от вектора $\mathbf{z}$ се налага ограничението да бъде постоянна. В случая на две начални стоки (23) придобива вида

$$(24) \qquad (w_1^1 - w_1^2)(z_1^1 - z_1^2) < (p^1 - p^2)(y^1 - y^2)$$

(обобщението за няколко променливи начални стоки и няколко фиксирани начални стоки би трябвало да бъде все така очевидно). Ако w_1 е постоянно, лявата страна е нула и получаваме друго възможно доказателство на факта, че предлагането в краткотрайния период е нарастваща функция на цената на крайния продукт. Фиксирането на p прави дясната страна равна на нула, така че

$$(25) \qquad (w_1^1 - w_1^2)(z_1^1 - z_1^2) \leq 0,$$

т.е. функцията на търсенето на начални стоки в краткотрайния период има свойството

$$(26) \qquad \frac{\partial z_1(p, w_1, z_2)}{\partial w_1} \leq 0.$$

Тъй като налагането на ограничения върху y в задачата за минимализирането на разходите намалява еластичността на търсенето на начални стоки в сравнение със задачата за максимализиране на печалбата в продължителния период и тъй като налагането на ограничение върху z_2 при максимализиране на печалбата в краткотрайния период намалява еластичността на предлагането на крайния продукт в сравнение с продължителния период, не е изненадващо да узнаем, че еластичността на търсенето за променлива начална стока е по-малка от еластичността в продължителния период. Доказателството е отнесено към приложението на книгата.

Ясно е, че имаме следното съотношение между функциите на търсенето и предлагането в продължителния и краткотрайния период (срв. с (2.52)):

$$\begin{aligned} y(p, w_1, w_2) &= y(w_1, p, z_2(p, w_1, w_2)), \\ z_1(p, w_1, w_2) &= z_1(w_1, p, z_2(p, w_1, w_2)). \end{aligned} \tag{27}$$

Следователно

$$\begin{aligned} \frac{\partial y(p, w_1, w_2)}{\partial p} &= \frac{\partial y(w_1, p, z_2)}{\partial p} + \frac{\partial y(w_1, p, z_2)}{\partial z_2} \frac{\partial z_2(p, w_1, w_2)}{\partial p}, \\ \frac{\partial z_1(p, w_1, w_2)}{\partial w_1} &= \frac{\partial z_1(w_1, p, z_2)}{\partial w_1} + \frac{\partial z_1(w_1, p, z_2)}{\partial z_2} \frac{\partial z_2(p, w_1, w_2)}{\partial p} \end{aligned} \tag{28}$$

и виждаме, че въздействието от промяната в цената в продължителния период е разделено във всеки от случаите на въздействие от краткотрайния период и на това, което наричаме въздействие на „приспособяване към капацитета“. Формалното подобие между равенство (28) и равенство (2.71) би трябвало да е ясно.

Накрая, в упражнение 3.11, Ви се предоставя да докажете, че функцията на предлагането в краткотрайния период $y(w_1, p, z_2)$ и функцията на търсенето на начални елементи в краткотрайния период $z_1(w_1, p, z_2)$ са хомогенни от ред 0 относно цените w_1, p.

3.3. *Пример*

Да разгледаме функцията на производство $y = z_1^{1/2} + z_2^{1/2}$. Лесно се проверява, че тя има намаляваща възвръщаемост относно мащаба.

В продължителния период условията за минимализиране на разходите са

$$(29)\qquad \begin{aligned} w_1 &= \frac{1}{2}\lambda z_1^{-1/2}, \\ w_2 &= \frac{1}{2}\lambda z_2^{-1/2}, \\ y &= z_1^{1/2} + z_2^{1/2}, \end{aligned}$$

които се решават, за да се получи

$$(30)\qquad \begin{aligned} z_1(w_1, w_2, y) &= [yw_2/(w_1 + w_2)]^2, \\ z_2(w_1, w_2, y) &= [yw_1/(w_1 + w_2)]^2, \\ c(w_1, w_2, y) &= y^2 w_1 w_2/(w_1 + w_2). \end{aligned}$$

Лесно се проверява, че условията от втори ред за минимализацията на разходите и максимализацията на печалбата са удовлетворени, така че максимализиращото печалбата предлагане се определя от

$$(31)\qquad p = \frac{\partial c(w_1, w_2, y)}{\partial y} = \frac{2yw_1w_2}{w_1 + w_2},$$

което ни дава функцията на предлагането в продължителния период

$$(32)\qquad y(p, w_1, w_2) = p(w_1 + w_2)/(2w_1w_2)$$

и функциите на търсенето в продължителния период

$$(33)\qquad \begin{aligned} z_1(p, w_1, w_2) &= (p/2w_1)^2, \\ z_2(p, w_1, w_2) &= (p/2w_2)^2. \end{aligned}$$

Печалбите са

$$(34)\qquad \frac{p^2(w_1 + w_2)}{2w_1w_2} - \frac{p^2}{4w_1} - \frac{p^2}{4w_2} = \frac{p^2(w_1 + w_2)}{4w_1w_2} > 0,$$

така че по-добре е да се произведат максимализиращите печалбата крайни продукти, отколкото да се закрие производството.

В краткотрайния период при фиксирано z_2 имаме функцията на разходите

$$(35)\qquad c(w_1, w_2, y, z_2) = w_1\left(y - z_2^{1/2}\right)^2 + w_2 z_2,$$

за която посредством някои банални преработки е възможно да се покаже, че е по-голяма от $c(w_1, w_2, y)$, макар че $z_2 = z_2(w_1, w_2, y)$. Максимализацията на печалбата в краткотрайния период изисква

$$p = 2w_1\left(y - z_2^{1/2}\right) \tag{36}$$

(тъй като е очевидно, че $\partial^2 c/\partial y^2 > 0$), така че функцията на предлагането в краткотрайния период е

$$y(p, w_1, z_2) = p/2w_1 + z_2^{1/2}, \tag{37}$$

а функцията на търсенето на начални стоки в краткотрайния период е

$$z_1(p, w_1, z_2) = (p/2w_1)^2. \tag{38}$$

В този случай функциите на търсенето на начални стоки в краткия и продължителния период са едни и същи, но има различие във функциите на предлагането. Откликът на предлагането в продължителния период е по-голям отколкото в краткотрайния период, защото

$$0 < \frac{\partial y(p, w_1, z_2)}{\partial p} = \frac{1}{2w_1} < \frac{1}{2w_1} + \frac{1}{2w_2} = \frac{\partial y(p, w_1, w_2)}{\partial p}. \tag{39}$$

Забележете, че всички функции на търсенето и предлагането са хомогенни от степен нула относно цените.

3.4. *Фирмата и отрасълът*

Досега разглеждахме фирмата отделно от останалата част от икономиката. Външният свят оказваше влияние върху нея само посредством цените на началните и крайните стоки, чиито цени фирмата приемаше за фиксирани. Обикновено обаче има доста сходни по дейност фирми, които произвеждат едни и същи крайни стоки и ние трябва да разгледаме тяхното взаимодействие.

Когато анализираме целия отрасъл, т.е. всички фирми, които произвеждат един и същ тип крайни стоки, в общия случай вече не е правдоподобно да се приемат цените на крайните продукти за определени. Вместо това приемаме, че отрасълът е изправен пред функция на търсенето на продукта $x(p)$ с отрицателна производна $x'(p) < 0$, което отразява факта, че потребителите ще купуват по-малко, когато цената расте, и повече, когато цената намалява. Няма противоречие между предположението, че всяка отделна фирма приема цените като дадени, независимо от нейните собствени действия, и́ предположението, че цената на крайните стоки трябва да падне, ако всички фирми в отделен клон на даден отрасъл увеличат техните крайни продукти. (Има аналогия с провеждането на избори в големи организации: изходът от даден избор се определя от гласовете на отделните индивиди, всеки от които самостоятелно има само един незначим глас.)

С цел да избегнем прекалени усложнения, ще приемем, че цените на началните стоки не се влияят от промени в търсенето на начални стоки дори и в рамките на целия отрасъл. Така че ако всички производители на коли разширят своята продукция и поради това се нуждаят от повече работна ръка и стомана, те могат да купят тези начални стоки на непроменени цени, тъй като тяхното търсене даже и като съвкупност е само малка част от общото търсене на тези начални стоки.

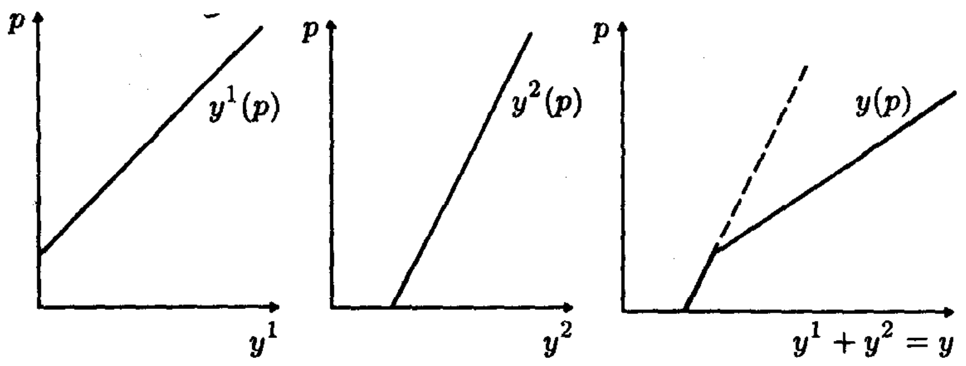
От математическа гледна точка тогава е лесно да се развие идеята за функция на предлагането за целия отрасъл. Ако имаме F на брой фирми, означени с $f = 1, \ldots, F$, с функция на предлагането $y^f(p)$ на фирмата f (където аргументите на функцията, различни от цената на крайния продукт, са оставени в неявна форма), то общото предлагане е

$$y(p) = \sum_{f=1}^{F} y^f(p). \tag{40}$$

Графично, при дадени цени на началните стоки и количества от определени начални стоки, това е еквивалентно на хоризонталното събиране на кривите на предлагането (маргиналната стойност), както е илюстрирано на фиг. 3.5. (Не бихме могли да направим това, ако не се предполагаше, че цените на началните стоки са неизменни при различните дейности в отрасъла.)

Сега можем да разгледаме въпроса, как да определим крайната продукция на един отрасъл, при условие че той се състои от фирми, максимализиращи печалбата, които приемат цените за дадени, и при различни предположения за технологията и за потенциалния вход в отрасъла. Ще видим, че въпросът за входа е важен. Възможно е абсолютно нищо да не спира една нова фирма, започваща производство в конкуренция със съществуващите фирми в даден отрасъл. В такъв случай казваме, че има свободен вход в отрасъла.

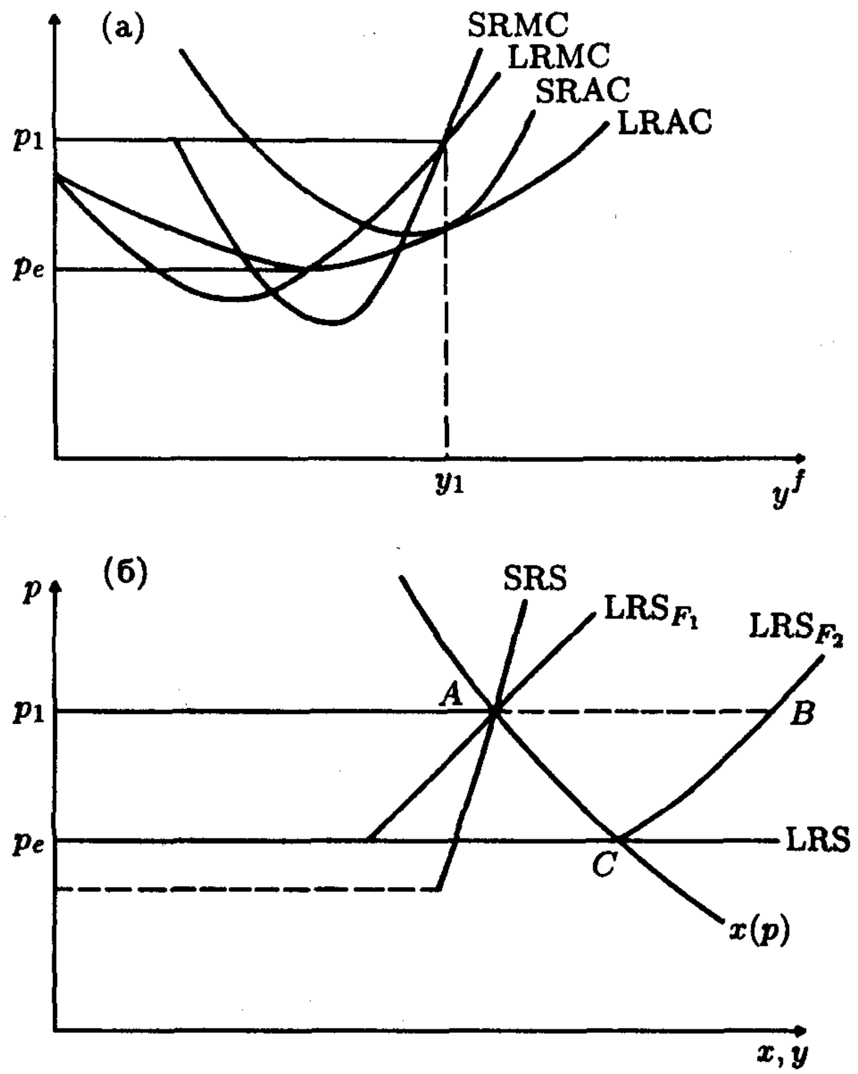
(Разбира се, съществуващите фирми може да държат най-добрите позиции и да имат изключителни знания, съчетани с опит, така че разходите на различните фирми може да са различни.) От друга страна, може да има бариери на входа за нови фирми — една фирма например може да предложи някакъв продукт за продажба само ако е получила правителствен лиценз или ако нейните служители са взели съответния професионален изпит, или ако тя е дала подкуп на местните гангстери. Да разгледаме следните случаи.



Фиг. 3.5. Сумиране на криви на предлагането

Случай 1. ***Всички фирми имат идентични* U*-образни криви на средните разходи в продължителния период и имат свободен вход в отрасъла.*** Една такава типична фирма е изобразена на фиг. 3.6 (а). При цена p_1 фирмата е в равновесие и произвежда продукция y_1: нейната крива на предлагането в продължителния период е обърнатата нагоре част от кривата LRMC над LRAC, докато нейната крива на предлагането в краткотрайния период е обърнатата нагоре част на кривата SRMC над AVC (последната крива не е показана на диаграмата). Ако ние сумираме съответните криви на всички фирми от отрасъла, получаваме кривата на предлагането в краткотрайния период SRS и кривата на предлагането в продължителния период LRS_{F_1}, показана на фиг. 3.6 (б). При дадена крива на търсенето $x(p)$ виждаме, че всъщност цената p_1 е равновесна *за тези фирми*, тъй като $x(p_1)$ е равно на сумата на всички предлагания на фирмата.

Тъй като обаче $p_1 >$ LRAC в точката y_1, фирмата има печалба. По условие всякакви други фирми са свободни да влизат в този отрасъл и перспективата те да реализират печалби ще ги привлича в отрасъла. С увеличаването на броя на кривите на предлагането, които се събират, се получава новата крива на предлагането в продължителния период LRS_{F_2}. Ясно е, че p_1 вече не е равновесната



Фиг. 3.6. Пазар с идентични фирми и свободно влизане

цена, тъй като при p_1 предлагането е в B, а търсенето в A, така че цената трябва да падне, за да се възстанови равновесието. Когато цената пада, всяка фирма намалява своите крайни продукти, по-малко в краткотрайния период и повече в продължителния период, така че целият отрасъл спуска надолу своята крива на предлагането в продължителния период. Този процес трябва да продължи, докато цената падне до p_e и всяка фирма стигне до продукция y_e. От фиг. 3.6 (б) виждаме, че това изисква съществуването на достатъчно фирми в отрасъла, така че новата крива на предлагането в продължителния период е LRS_{F_2}, която пресича кривата на търсенето в C. Следователно при равновесие в продължителния период след нов вход всяка фирма произвежда продукция на нивото на най-ниската точка върху кривата на средните разходи в продължителния период и продава на цена, която покрива точно тези разходи, а броят на фирмите се определя от степента на търсенето от страна на потребителите на тази цена. Кривата на предлагането в продължителния период със свободен вход се задава с хоризонталната крива LRS.

Ако бяхме започнали на цена под p_e, бихме наблюдавали загуби, излизане от отрасъла и нарастваща цена, докато се постигне равновесие в точката p_e

Подходящо упражнение да проверите дали сте разбрали този анализ е да разгледате ефекта от промяна в търсенето на отрасловия продукт.

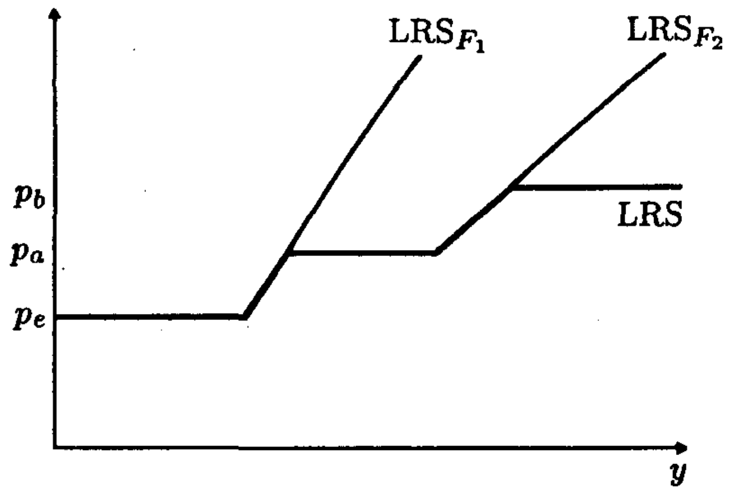
(Лесно е да се види, че анализът на този случай няма да се промени даже и ако фирмите нямат идентични криви на средните разходи, но само докато минималната стойност на LRAC остава една и съща за всички фирми.)

*Случай 2. **Всички фирми имат U-образни криви на средните разходи в продължителния период, които в общия случай не са идентични.*** Какво ще стане в този случай, следва твърде директно от предишния случай. Ако например сме започнали на ниво p_1 в предишния случай, но ограничен брой влизащи в отрасъла фирми имат криви LRAC, чийто минимум се достига в $p_a > p_e$, докато всички други възможни новопостъпващи фирми имат минимум на LRAC в $p_b > p_a$, тогава кривата на предлагането в продължителния период би била „стъпаловидната" крива, показана на фиг. 3.7, където LRS_{F_1} е кривата на предлагането в продължителния период на първоначалната група от фирми, а LRS_{F_2} — кривата на предлагането в продължителния период за втората група.

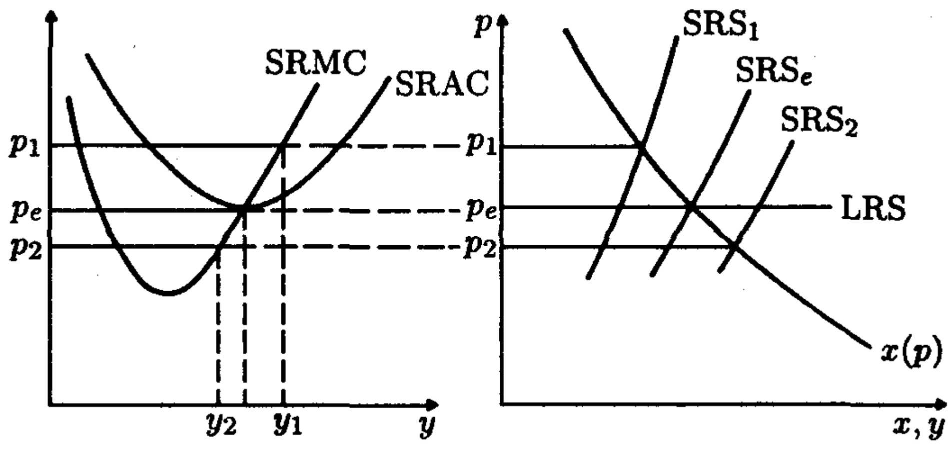
В общия случай кривата на предлагането в продължителния период ще бъде обърната нагоре, тъй като са необходими по-високи цени, за да привлекат фирмите с високи разходи. На нивото на равновесната цена в продължителния период фирмите в отрасъла предлагат каквото се търси, но всички други фирми ще понасят загуби при тази цена и няма да произвеждат. Може да има някои „маргинални" фирми, които получават нулева печалба, като продължават да произвеждат на нивото на минималната точка на тяхната крива на средния разход в продължителния период.

Всички фирми от отрасъла, които имат по-ниски разходи от маргиналните фирми, ще реализират положителни печалби, тъй като няма нови влизащи фирми, които да снижат цените.

Да отбележим, че този случай включва като краен случай отрасъла, за който входът за всякакви нови фирми е затворен. (Всички потенциално възможни новопостъпващи в отрасъла могат да бъдат разглеждани като фирми, които имат изключително високи разходи.)



Фиг. 3.7. Свободно влизане на неидентични фирми



Фиг. 3.8. Идентични фирми с постоянна възвръщаемост

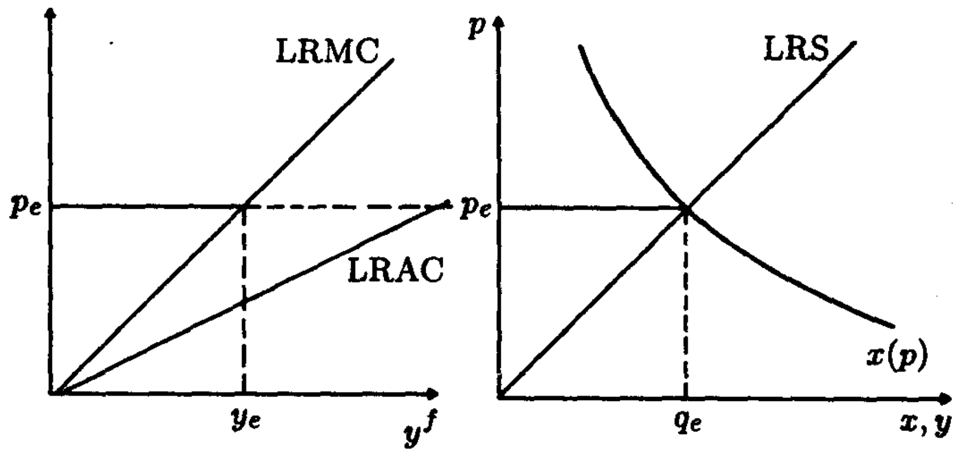
*Случай 3. **Всички фирми имат идентични хоризонтални криви на средния разход в продължителния период.*** Тук се връщаме на проблематичния преди това случай на постоянна възвръщаемост относно мащаба. Ако $p >$ LRAC $=$ LRMC, типичната фирма, илюстрирана на фиг. 3.8 (a), произвежда продукция y_1 в краткотрайния период и търси увеличение на производството, понеже повече крайни продукти означават по-голяма печалба. Ако е възможно влизане на нови фирми, те също ще бъдат привлечени от печалбите. Кривата на предлагането на всяка фирма в краткотрайния период се отмества навън, освен това влизат нови фирми, така че кривата на предлагането на отрасъла в краткотрайния период се премества надясно, както е илюстрирано на фиг. 3.8 (б). Процесът продължава докато кривата на предлагането в краткотрайния период достигне $\mathrm{SRS_e}$ и цената бъде смъкната до p_e.

Ако започнем с $p < \mathrm{LRAC} = \mathrm{LRMC}$, типичната фирма произвежда y_2 (или 0, ако $p < \mathrm{AVC}$) и фирмите се стремят да свият или да напуснат отрасъла. Кривата на предлагането на отрасъла в краткотрайния период се премества навътре от $\mathrm{SRS_2}$, докато се достигне $\mathrm{SRS_e}$ при цена p_e.

Невъзможно е да се предвиди каква ще бъде големината на фирмите в края на този процес или колко фирми ще има: зависи от това, колко бързо всяка фирма може да смени постоянните си начални стоки и да влезе или да напусне отрасъла. Забележете също така, че няма значение дали има или няма свободно влизане, тъй като съществуващите фирми могат да се разширяват или свиват в продължителния период без загуба на ефективност. Всички фирми ще произвеждат на нивото на минималната точка върху техните SRAC криви и всички ще имат едни и същи производствени разходи.

С това е решен един проблем, който се появи няколко пъти в глава 2, а именно, проблемът за максимализация на печалбата при постоянна възвръщаемост относно мащаба. Това всъщност е случаят, когато ако $p = \mathrm{LRMC}$, не съществува крайно положително ниво на максимизиращи печалбата крайни продукти; докато ако $p = \mathrm{LRMC}$, всяко ниво на крайните продукти максимизира печалбите и максималните печалби са нула. Сега виждаме обаче, че когато $p \neq \mathrm{LRMC}$, крайната продукция, максимизираща печалбата в краткотрайния период, е определена и разширяването или свиването, както и влизането или излизането ще придвижат p към LRMC. Когато $p = \mathrm{LRMC}$, крайните продукти, максимизиращи печалбата на отделна фирма, и броят на фирмите са неопределяеми и действителният краен продукт на всяка фирма ще зависи от нейната предистория, но общият краен продукт на отрасъла ще се определя от търсенето.

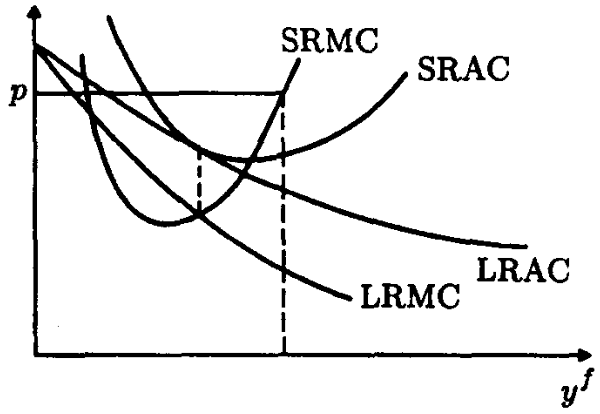
Случай 4. Определен брой фирми имат намаляващи възвръщаемости относно мащаба и няма влизане на нови фирми в отрасъла. Равновесието на отделната фирма и равновесието на пазара са показани на фиг. 3.9. Фирмите реализират печалби (като по-ефективните правят по-големи печалби), но съществуващите фирми не желаят да се разширяват и не влизат нови фирми. Липсата на новопостъпили може да се дължи на някаква висока такса за влизане или поради някаква законова или институционна бариера.



Фиг. 3.9. Намаляващи възвръщаемости

Случай 5. Всички фирми имат намаляващи възвръщаемости относно мащаба и има свободно влизане в отрасъла. Първоначално пазарът ще изглежда като този в разгледания случай 4, но съществуването на печалби ще привлече нови фирми в отрасъла и цената ще се насочи надолу, като кривата LRS ще става все по-хоризонтална. Докато цената е положителна, се реализират печалби, така че ще съществуват евентуално безкраен брой фирми, всяка от които произвежда безкрайно малко краен продукт, като общият краен продукт е това, което се търси на нулева цена. Ако намирате този извод неправдоподобен, както би следвало да се очаква, то би трябвало да помислите кои предположения са причината за това неприемливо заключение.

Случай 6. Всички фирми имат нарастваща възвръщаемост относно мащаба. Тук кривата LRAC е обърната надолу, а кривите LRMC лежат под нея. В краткотрайния период крайният продукт е определен както е показано на фиг. 3.10, но в продължителния период фирмите ще се разширят, цената ще падне и най-големите фирми ще имат най-ниските разходи, като по този начин биха били най-печеливши. В действителност би имало евентуално само една фирма, тъй като те могат да намаляват разходите чрез обединяване. Би било глупаво обаче да се вярва, че такава фирма ще се изправи пред фиксирани цени, независимо от това какво произвежда фирмата. Така че тук съществува несъвместимост между предположенията, които сме направили относно производствените функции, и предположенията относно убедеността на фирмите в действията им. Ще трябва да развием отделна теория, за да вземем под внимание поведението на фирми, които вярват, че техните действия оказват влияние на пазарната цена.



Фиг. 3.10. Нарастващи възвръщаемости

Тези прости модели на отраслева организация са насочени повече към осигуряване на първите стъпки към един изчерпателен анализ, отколкото към дефинитивна теория. Няма обяснение за възможността да се появят различните случаи и кога ще стане това, както и за следния свързан с този, но по-фундаментален въпрос: каква е функцията на организацията на производството посредством фирми. Независимо от това обаче бяха постигнати някои полезни умозаключения.

Ще казваме, че една максимализираща печалбите фирма е *конкурираща*, ако тя приема цените за дадени, независимо от нейните собствени действия, а един отрасъл, състоящ се от конкуриращи фирми и без бариери за влизане на нови фирми, ще наричаме *конкуриращ отрасъл*. Ако всички фирми в един конкуриращ отрасъл и всички фирми, които потенциално могат да влязат в него, имат един и същ минимален среден производствен разход ще казваме, че този отрасъл е в състояние на *перфектна конкуренция*. (Тази терминология не съвпада с използваната в учебниците. Фактът, че различни хора използват различни дефиниции е несъществен. Същественото е да се разбират идеите.)

Ако изключим случаите 5 и 6 като неправдоподобни, можем да категоризираме останалите четири случая по следния начин. Случаите 1 и 3 удовлетворяват всички условия за перфектна конкуренция и в продължителния период печалбите са равни на нула. В случаите 2 и 4 фирмите са конкурентни, а отрасълът може да бъде или да не бъде конкурентен, но е възможно да има положителни печалби в продължителния период за някои фирми поради липсата на свободно влизане на фирми с *еднакво ниски разходи*. Така получаваме следните заключения:

(i) Кривата на предлагането на отрасъл, състоящ се от конкуриращи фирми, ще бъде обърната нагоре в краткотрайния период и обърната нагоре или хоризонтална в продължителния период.

(ii) В отрасъл, състоящ се от конкуриращи се фирми, маргиналният разход на крайната продукция ще бъде един и същ при всички фирми, и равен на цената на крайния продукт.

(iii) В конкуриращ отрасъл в продължителния период всички фирми, произвеждащи положителна крайна продукция, ще реализират неотрицателна печалба, докато фирми, които са предпочели да не произвеждат нищо, ще реализират неотрицателни загуби, ако започнат производство.

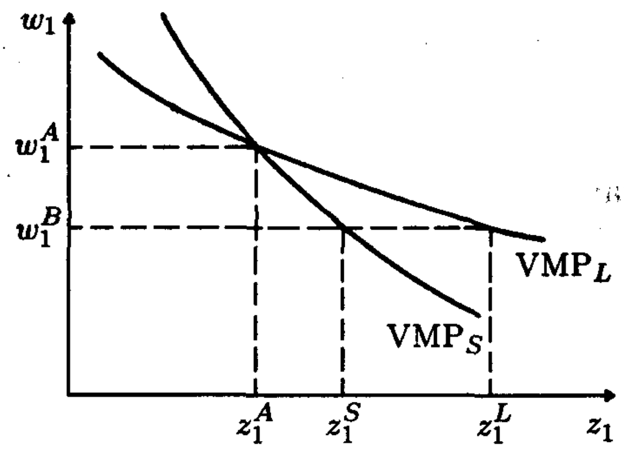
(iv) В перфектно конкурентен отрасъл всички фирми реализират нулеви печалби в продължителния период и произвеждат на ниво, което минимализира средния производствен разход.

Като допълнение в този раздел трябва да обърнем внимание, че направеният анализ предполага, че разходите на всяка фирма зависят от нивото на нейното собствено производство. По такъв начин се изключва възможността за т. нар. ***външни икономики*** и ***дисикономики***, където разходите на една фирма зависят от производството на други фирми например поради това, че като страничен продукт на дейностите на някои фирми наличната работна сила става посръчна. Този вид явления са от голям икономически интерес, но тяхното въвеждане в теорията на този етап значително би усложнило нещата (например би трябвало да очакваме възможна поява на обърнати надолу криви на предлагането), така че засега ще оставим това настрана.

*3.5. *Търсенето на начални стоки в рамките на един отрасъл*

Кривата на предлагането на фирмата е (част от) нейната крива на маргиналния разход, отразяваща равенството на маргинален разход и цена на крайния продукт, а ние получаваме кривата на предлагането на отрасъла чрез сумиране на кривите на предлагане на фирмите. Търсенето на една начална стока от фирмата удовлетворява условието, че стойността на маргиналния продукт е равна на цената на началната стока: $w_i = p\partial F/\partial z_i$. Следователно и при краткотрайния и при продължителния период кривата на търсенето за началната стока z_i се дава от стойността на маргиналния продукт $p\partial F/\partial z_i$. Видяхме, че и в двата случая на краткотрайния и продължителния период z_i пада, когато w_i расте, така че получаваме кривите, илюстрирани на фиг. 3.11. Кривата VMP_L е $p\partial F/\partial z_1$, където z_1 и z_2 са избрани така, че да максимализират печалбите, докато VMP_S е $p\partial F/\partial z_1$, с фиксирано z_2.

Изглежда примамливо да кажем, че кривата на търсенето на отрасъла за началните стоки ще бъде хоризонталната сума от кривите на търсенето на фирмите, но това е неправилно.



Фиг. 3.11. Търсенето на начални стоки от фирмата в краткотрайния и продължителния период

Причината е, че когато w_1 се промени, да кажем от w_1^A на w_1^B на фиг. 3.11, всяка от фирмите би променила своето търсене на начални продукти от z_1^A на z_1^S или z_1^L, ако всички останали цени, ***включително цената на крайния продукт***, останат непроменени. Ако обаче всички фирми сменят нивата на своята крайна продукция, изключително неправдоподобно ще бъде цената на крайния продукт да остане постоянна. Нормалният изход от ситуацията е, че едно падане на цената на началните стоки ще повиши крайния продукт на всяка фирма, като по този начин ще намали цената на крайния продукт, което от своя страна ще доведе до намаляване на търсенето на начални стоки от фирмите, а следователно ще се намали първоначалното разширяващо въздействие на промяната на цените на началните стоки. Достатъчно ясно е, че кривата на търсенето на отрасъла въпреки всичко ще бъде обърната надолу. Едно формално доказателство е следното. Да разгледаме отрасъла, който е изправен пред фиксирани цени $w_1, w_2, \ldots, w_n$ на началните стоки и функция на търсенето на крайния продукт, която има свойството, че p е намаляваща функция на y. Всяка фирма удовлетворява неравенството (23), така че ако съберем съответно началните и крайните стоки на фирмите, за да получим началните и крайните стоки на отрасъла, виждаме, че неравенството (23) е в сила за отрасъла като цяло. Да предположим сега, че w_1 се променя от w_1^1 на w_1^2, като всички останали w_i остават постоянни. Имаме неравенството

$$(w_1^1 - w_1^2)(z_1^1 - z_1^2) < (p^1 - p^2)(y^1 - y^2) \tag{41}$$

за промяната в търсенето на началната стока 1 в отрасъла и на предлагането на крайната стока. Сега, ако $y^1 > y^2$, би трябвало $p^1 < p^2$, докато $y^1 < y^2$ предполага, че $p^1 > p^2$, така че дясната страна на (41) е отрицателна. Следователно

$$(w_1^1 - w_1^2)(z_1^1 - z_1^2) \leq 0 \tag{42}$$

и търсенето на начални стоки в отрасъла е намаляваща функция на цената на началните стоки.

Фактът, че кривата на търсенето на отрасъла за една начална стока не е сума от кривите на търсенето на отделните фирми, лесно се вижда в случая на отрасъл, в който всички F фирми имат идентични производствени функции с постоянни възвръщаемости относно мащаба. Фирмите имат идентични функции на разходите, които са линейни относно крайния продукт:

$$c^f = c(\mathbf{w})y^f, \tag{43}$$

тъй като това е единственият тип функция на разходите, която има равни маргинални и средни разходи, независещи от y^f. При равновесие в продължителния период цената е равна на маргиналния разход, така че

$$p = c(\mathbf{w}). \tag{44}$$

функцията на търсенето на фирмата за z_i ще зависи от $\mathbf{w}$ и y^f и ще бъде също така линейна относно y^f (вж. последния параграф на глава 2 и упражнение 2.38), така че може да бъде написана във вида

$$z_i^f = \psi_i(\mathbf{w})y^f, \tag{45}$$

където ψ_i е някаква функция на $\mathbf{w}$.

Ако сега w_i нараства като *всички* останали цени остават постоянни, $c(\mathbf{w})$ също нараства и фирмата вижда, че $c(\mathbf{w}) > p$, така че тя намалява крайния продукт до нула и z_i^f пада до нула. Ясно е, че в продължителния период функцията на търсенето на фирмата за началната стока i е безкрайно еластична относно w_i — нейната крива на търсенето е хоризонтална. (Вторият член в равенство (2.71) — ефектът на крайния продукт на фирмата, е безкраен за фирма с постоянни възвръщаемости.)

За отрасъла обаче p е ендогенна променлива. Нека y е общият краен продукт $y^1 + y^2 + \cdots + y^F$ и нека z_i да е общото търсене $z_i^1 + z_i^2 + \cdots + z_i^F$ за началната стока i. Функцията на търсенето за продукта е $x(p)$. Следователно при равновесие имаме

$$z_i = \psi_i(\mathbf{w})y, \tag{46}$$

$$y = x(p), \tag{47}$$

а (44), (46) и (47) ни дават

$$z_i = \psi_i(\mathbf{w})x(c(\mathbf{w})), \tag{48}$$

така че

$$\frac{\partial z_i}{\partial w_i} = \frac{\partial \psi_i(\mathbf{w})}{\partial w_i}x(p) + \psi_i(\mathbf{w})\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}p}\frac{\partial c(\mathbf{w})}{\partial w_i} \tag{49}$$

и

$$\frac{w_i}{z_i}\frac{\partial z_i}{\partial w_i} = \frac{w_i}{\psi_i}\frac{\partial \psi_i}{\partial w_i} + \left(\frac{p}{x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}p}\right)\left(\frac{w_i}{p}\frac{\partial c(\mathbf{w})}{\partial w_i}\right). \tag{50}$$

Следователно еластичността на търсенето в отрасъла за началната стока i е сума на два члена. Първият член е еластичност, свързана със заместващия ефект (за който в случая на две начални стоки може да бъде показано, че е свързан, но не съвпада с еластичността на заместването, дефинирана в раздел 2.5). Вторият член е еластичността на търсенето на продукта, умножена с еластичността на единица разходи относно w_i. (Наистина, използвайки резултата (A6), доказан в приложението към глави 2 и 3, можем да докажем, че

$$\frac{\partial c(\mathbf{w})}{\partial w_i} = \psi_i(\mathbf{w}), \tag{51}$$

така че вторият член се превръща в еластичността на търсенето на продукта, умножена с дела на началната стока i в разхода за производството на продукта.) Вторият член, който измерва в еластична форма ефекта на крайния продукт за отрасъла, е краен, така че еластичността на търсенето на началната стока в отрасъла е крайна, въпреки че всяка отделна фирма има безкраен ефект на крайния продукт и безкрайно еластично търсене за началната стока.

3.6. *Същност и функция на печалбите*

В няколко случая, разгледани в тази глава, равновесието на отрасъла в продължителния период е това, при което фирмите не реализират печалби. В други случаи печалбите поне на някои фирми са положителни в продължителния период. В краткотрайния период фирмите могат да реализират печалби или загуби. Това повдига няколко въпроса.

Първият е, че в реалния свят фирмите по правило реализират положителни печалби, а загубите са изключение, което изглежда противоречи на твърдението, че нулевите печалби за всички фирми би трябвало да бъдат в много случаи равновесното състояние в продължителния период. Това, което счетоводителите наричат „печалби", обаче не съвпада с това, което се нарича „печалба" в нашата теория.

Фирмата се притежава от индивиди. Да предположим, че собствениците доставят част от началните стоки, така че фирмата купува само останалите. По-конкретно, да предположим, че фирмата използва две начални стоки z_1 и z_2, като да кажем частта z_2^A на z_2 се доставя от собствениците на фирмата, а остатъка z_2^B се купува от фирмата, където $z_2 = z_2^A + z_2^B$. Типичната счетоводна дефиниция на печалба е приходите минус разходите за начални стоки, *закупени* от фирмата:

$$\pi^A = py - w_1 z_1 - w_2 z_2^B. \tag{52}$$

От гледна точка на собственика на фирмата това не е точна мярка на възвръщаемостта относно произвеждането на крайния продукт, защото алтернативната им възможност за действие е да не произвеждат нищо *и* да продадат на пазара z_2^A. Възвръщаемостта относно произвеждания краен продукт следователно се дава от *разликата* между спечеленото чрез използването на z_2^A във фирмата и спечеленото чрез продажбата му на пазара, т.е. от

$$\pi^A - w_2 z_2^A = py - w_1 z_1 - w_2 z_2 = \pi, \tag{53}$$

което е *нашата* дефиниция на печалбата. Дефиницията (52) е дефиниция на печалба, която пренебрегва разхода при благоприятна възможност за началните стоки на собственика.

Следователно, когато в нашата теория казваме, че печалбите са положителни в продължителния период, имаме предвид, че приходите надвишават разходите за *всички* продаваеми начални стоки, използвани в производството. Тази ситуация възниква в конкурентния отрасъл (да припомним разсъжденията в раздел 3.4), когато някои фирми имат по-ниски производствени разходи от други или когато възможни новопостъпващи фирми се държат настрана от отрасъла посредством изключително високи разходи или чрез законови бариери. Защо една фирма би имала по-ниски разходи от друга? Това би могло да се случи само ако фирмата има достъп до някакви специални знания или умения или начални стоки, които други фирми нямат и *не могат да купят*.

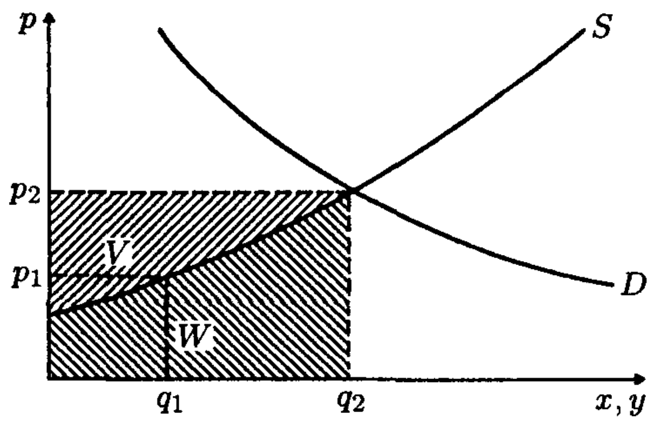
Да припомним, че в раздел 1.12 разгледахме фактор за производство, който беше с фиксирано предлагане на пазара, като установихме, че доходът от такъв фактор не играе роля при насърчаване на предлагането на този фактор, при което нарекохме такъв доход икономическа рента. Обсъждането, направено в предишния параграф, показва, че печалбата в продължителния период е икономическа рента. Собственикът на специален вид начална стока получава възнаграждение за нея и това възнаграждение е рента, тъй като началната стока не може да бъде прехвърлена за използване по друг начин.

Дали икономическата рента се проявява като печалба или заплата, или наем, зависи от обстоятелствата. Да предположим например, че има много производители на стомана, които взаимно се конкурират, но съществува определено местоположение, по-добро от всички останали, за производството на стомана, но там може да бъде разположена само една фабрика. Ако собственикът на това място основе фирма за производство на стомана, то тази фирма ще има по-ниски разходи от нейните конкуренти и по този начин ще реализира печалби в продължителния период, да кажем от един милион британски лири годишно. Ако, от друга страна, собственикът на земята просто я отдаде под наем на този, който му предложи най-висок наем, то ще се намери някой производител на стомана, който ще пожелае да плати за мястото годишен наем от един милион британски лири. Неговите разходи тогава ще бъдат точно толкова високи, колкото и разходите на конкурентите му, тогава никоя фирма няма да реализира печалба в продължителния период, но собственикът на земята ще получава един милион лири годишно като икономическа рента. По подобен начин, ако съществува индивид с уникални способности в производството на стомана, той ще получава възнаграждение за тази своя способност. Ако той притежава фирма за производство на стомана, това възнаграждение ще се прояви като печалба, ако лицето работи за фирма за производство на стомана, която не притежава, заплащането ще се прояви като надница, която ще бъде по-висока от надницата на другите работници. И в двата случая ще получава икономическа рента за това специално умение, което е с фиксирано предлагане.

Случаят, когато печалбите в продължителния период са резултат от законова (в противовес на разходна) бариера за навлизането на нови конкуренти, е по същество същият. Във Великобритания много от сделките, включващи закупуване и продажба на къщи, трябва обикновено да се осъществяват от юристи. Причината за това не е, че те имат някакви необикновени способности при осъществяването на тези сделки, а че законът пречи на неюристите да се наложат в конкуренцията с юристите (а синдикатът на юристите е в състояние да контролира броя им). Резултатът е, че цената, която се плаща за предлаганата услуга, е значително по-висока, отколкото в действителност струват необходимият труд и умения: юристите реализират печалби, понеже има бариера за навлизането на конкуренти; т.е. те получават икономическа рента. Фактът, че това навлизане е ограничено изкуствено от закона, не оказва съществена разлика при анализа.

Трябва да отбележим също, че печалбите в краткотрайния период са свързани с началните стоки, които са с ограничено предлагане, и следователно са ренти. В краткотрайния период фирмата ангажира променливо количество начални стоки на техните пазарни цени, а (както видяхме по-горе) променливите разходи са разходи при благоприятна възможност. Фирмата притежава определено количество от фиксирани начални стоки, като по този начин остатъкът от дохода, което е печалбата без извадените фиксирани разходи, е икономическа рента. Разходите при благоприятна възможност на фиксираните начални стоки, техните алтернативни приходи, са нула. Какъвто и доход да бъде придобит при превишаването на променливия разход, той не играе никаква роля при насърчаване на предлагането на фиксирани начални стоки, защото предлагането е фиксирано, в смисъл че фиксираните начални стоки ще бъдат използвани в отрасъла дотогава, докато приходите надвишат променливия разход. Печалбите в краткотрайния период обаче имат въздействието на привличане на повече начални стоки в отрасъла в продължителния период (както загубите биха имали въздействие за изваждането им), като по този начин стават причина за изчезването на рентите, когато предлагането стане променливо.

Фиг. 3.12 илюстрира пазара на една стока. Както преди, да предположим, че всички цени на начални стоки са фиксирани. Всяка фирма предлага крайна продукция на ниво, при което цената е равна на маргиналните разходи. Следователно една допълнителна единица краен продукт би добавила един и същ обем разходи независимо от това кои фирми го произвеждат. Кривата на предлагането е кривата на маргиналния разход на отрасъла.



Фиг. 3.12. Печалби и икономическа рента

Математически, общият разход е сума от разходите на отделните фирми:

$$c = \sum_{f=1}^{F} c^f(\mathbf{w}, y^f), \tag{54}$$

където $c^f(\mathbf{w}, y^f)$ е функцията на разходите на фирмата f и където от максимализацията на печалбата следва, че

$$p = \frac{\partial c^f(\mathbf{w}, y^f)}{\partial y}, \quad f = 1, \dots, F, \tag{55}$$

докато общият краен продукт се дава чрез

$$y = \sum_{f=1}^{F} y^f. \tag{56}$$

В упражнение 3.24 остава да потвърдите, че от тези равенства следват резултатите, установени в предишния параграф: т.е. че c е функция на $\mathbf{w}$ и на y с $\partial c/\partial y = p$.

Ако интегрираме функцията $\partial c(\mathbf{w}, y)/\partial y$ при фиксирано $\mathbf{w}$, получаваме

$$\int_0^{y_2} \frac{\partial c(\mathbf{w}, y)}{\partial y} dy = c(\mathbf{w}, y_2) - c(\mathbf{w}, 0), \tag{57}$$

което, тъй като $c(\mathbf{w}, 0)$ е фиксиран разход, ни дава променливия разход за производството на y_2. (В продължителния период $c(\mathbf{w}, 0) = 0$.) Графично, интегралът от функция се представя като лицето на областта под графиката на функцията и тъй като кривата на предлагането S на фиг. 3.12 представя маргиналните разходи като функция на y, областта, означена с W, представя общите (променливи) разходи за производството на q_2. Приходът, получен от предлагащите стоката, е $p_2 q_2$, представен от цялата област $V + W$, така че печалбата е

$$p_2 q_2 - \int_0^{q_2} \frac{\partial c(\mathbf{w}, y)}{\partial y} dy = \int_0^{q_2} \left(p_2 - \frac{\partial c(\mathbf{w}, y)}{\partial y} \right) dy, \tag{58}$$

която се представя от областта V. Приходът бе разделен на разход при благоприятна възможност (променливите разходи за продукцията, областта W) и икономическата рента (печалбата, V).

Този подход може да бъде приложен, за да се покаже, че икономическата рента се появява във факторни пазари не само когато предлагането е фиксирано, но и докато предлагането не е безкрайно еластично. Да предположим, че фиг. 3.12 представя пазара на фактор за производство: например пазара на шофьори на автобуси. Височината на кривата на предлагането във всяка точка показва разходите при благоприятна възможност за предлагането на отделна единица в тази точка. Например за надница p_1 има лице, което не е заинтересовано да стане автобусен шофьор. На малко по-ниска надница то би предпочело друга работа, не защото другата работа предлага надница p_1, а понеже двете дейности може да са различно приятни или да са с различна нематериална изгода. Всичко, което можем да кажем е, че p_1 е цената, необходима да убеди работника, да се откаже от облагите, предлагани от другата възможна работа. Следователно тази крива на предлагането е също крива на маргиналния разход (при благоприятна възможност). Ако пазарът е в равновесие при q_2, общият разход при благоприятна възможност за работниците, които предлагат този труд, е интегралът от маргиналния разход в граници от 0 до q_2 и е представен на диаграмата като областта W. Тъй като общата сметка на надницата е p_2q_2, представена от цялата област $V+W$, то областта V представя общото заплащане на работниците, което е над техния разход при благоприятна възможност. Работникът, който беше на границата на желанието си да предложи труда си на ниво p_1, всъщност получава надница p_2, а сумата $p_2 - p_1$ е икономическа рента, тъй като нейният размер няма ефект върху желанието му да предложи тази единица труд. Общата икономическа рента, представена от областта V, е сумата (всъщност интегралът) от такива ренти върху цялата работна сила на този пазар. В този случай, както и в предишния, разделихме прихода на разход при благоприятна възможност (W) и на икономическа рента (V).

Всичко това повдига някои други въпроси относно нравствеността на системата, описана в теорията. Справедливо ли е собствениците на определени фирми да реализират печалби в резултат на късмета си да притежават специални способности или специално парче земя? Сега виждаме, че по същия начин можем да попитаме дали е справедливо притежателите на специални умения, да речем способността да пеят добре или да ритат добре топката, би трябвало да получават по-високи надници. Въпросът по същество е същият. Необходимо ли ни е такова неравенство, за да разположим ресурсите така, че да произвеждаме колкото е възможно по-ефективно стоките, от които хората „действително се нуждаят“? Има ли други и по-добри начини за разполагане на ресурсите, които да избегнат потенциалното неравенство, наложено от съществуването на печалбата? Това са важни, смислени и уместни въпроси, но ние ще отложим разглеждането им за една от следващите глави.

Упражнения

3.1. Получете зависимост, подобна на (4), между маргиналния продукт $\partial F/\partial z_1$ и средния продукт $F(z_1, z_2)/z_1$.

3.2. Защо функцията $y(p, w_1, z_2)$ на предлагането в краткотрайния период не зависи от w_2?

3.3. Какъв е разходът при благоприятна възможност за обществото (това означава за хората, които не са шофьори) на разрешаването на една кола да използва даден път или мост: (а) ако той е претоварен; и (б) ако той не е претоварен?

3.4. Да предположим, че производител на самолети е изразходвал огромни средства за изследователска и развойна дейност, за да произведе свръхзвуков пътнически самолет и е произвел в действителност малък брой самолети. Разгледайте внимателно какви пресмятания би трябвало да се направят, за да се достигне до решението: (i) дали да се произвеждат повече самолети; (ii) дали да се използват вече произведените самолети.

3.5. Правителството изпълнява програма за назначаване на работа и за обучение на млади хора, които в противен случай биха били безработни. Трябва ли то да изисква проектите в тази програма да се приемат, ако те придобиват достатъчно приходи, с които поне да се покрият разходите за заплащането на надниците на работниците и разходите за техните начални стоки?

3.6. „... С оглед на това, някои от предложенията [за тунели под или мостове над Ламанша] сигурно ще наложат да се намали значително използването на съществуващите съоръжения, което ще доведе до занемаряването или преждевременното им изоставяне. Бихме ли могли да очакваме, че ще ни бъде показано как такива разходи са били включени в пресмятането на „печелившата възвръщаемост" при някои от новите проекти?" (Откъс от писмо във Файненшъл таймс от 2 март 1981 г.) Коментирайте го.

3.7. Правителството осъществи в миналото голяма програма за обучение на учители, но когато нарасналите на брой подготвени учители бяха готови за назначаване, се оказа, че поради неочаквано намаляване на раждаемостта броят на децата в училищата е намалял. Правилно ли е да се твърди, че тъй като програмата за обучението на учителите е с фиксирана стойност, при решаването колко учители да се назначат на работа правителството би трябвало да осъзнае, че назначаването на един учител няма разход при благоприятна възможност?

3.8. Докажете, че ако производствената функция на фирмата има постоянни възвръщаемости относно мащаба или намаляващи възвръщаемости относно мащаба на всички нива на крайната продукция, то печалбите ще трябва да бъдат неотрицателни на нивото на крайния продукт, което изравнява маргиналния разход в продължителния период с цената. (Диаграмният подход е вероятно най-добрият.)

3.9. Обяснете с какво отговорите на упражнения 2.23 и 2.24 в краткотрайния период ще се различават от тези в продължителния период.

3.10. Намерете функцията на средния разход в продължителния период и функцията на маргиналния разход за фирма с производствена функция

$$y = \left(z_1^{-1} + z_2^{-1}\right)^{-1}$$

и начални цени $w_1 = 1$, $w_2 = 4$. Намерете функциите на средния разход в продължителния период, на средния променлив разход и на маргиналния разход, ако z_2 е фиксирано на 300. Представете всички тези функции на диаграма, като потвърдите, че (14), (15) и (16) са удовлетворени.

3.11. Докажете, че функцията $y(w, p, z_2)$ на предлагането на една фирма в краткотрайния период и функцията $z_1(w_1, p, z_2)$ на предлагането на начални стоки са хомогенни от степен 0 относно цените w_1, p_1. Потвърдете, че тези свойства са в сила в случая на фирма с производствената функция от предишното упражнение.

3.12. Разгледайте свойствата на хомогенност в краткотрайния период на функцията на себестойност $c(w_1, w_2, y, z_2)$.

3.13. Обяснете защо в примера, разгледан в раздел 3.3, функциите на търсенето на началната стока z_1 в краткотрайния и продължителния период са едни и същи. (Подсещане: разгледайте $\partial F/\partial z_1$.)

3.14. Да предположим, че всички фирми в един отрасъл имат идентични U-образни криви на среден разход в продължителния период и има възможност за свободно влизане в отрасъла. Пазарът е в равновесие с нулеви печалби, когато някаква промяна във вкусовете на потребителите премества кривата на търсенето навън. Очертайте ефекта върху фирмата и върху отрасъла. (За простота приемете, че всички начални стоки са променливи, така че да няма криви на разходите в краткотрайния период, които да ни безпокоят.)

3.15. Покажете, че анализът на случай 1 в раздел 3.4 не би се променил, ако фирмите биха имали различни криви на разхода дотогава, докато минималната стойност на средния разход е една и съща за всички фирми.

3.16. Да разгледаме отрасъл, в който всички фирми имат U-образни криви LRAC, но една фирма има по-малки разходи от останалите, за които всички разходи са идентични. При равновесието в продължителния период цената на продукцията в отрасъла ще бъде равна на минималната стойност на средния разход в продължителния период за останалите фирми, но покажете, че в общия случай дадената фирма с ниски разходи няма да произвежда на нивото на минималната точка на своята LRAC крива. Покажете все пак, че ако я принудим да произвежда на това ниво, това ще повиши общия разход на предлаганите на потребителите стоки. Възможно ли е фирмата с ниски разходи да произвежда по-малко от останалите?

3.17. Автомобилната промишленост на САЩ се състои от малък брой компании и е очевидно, че най-голямата от тях Дженерал Мотърс може да произвежда по-евтини коли от другите. Какво ни подсказва този факт за възвръщаемостта относно мащаба при производството на автомобили. Каква политика би била подходяща в: (а) краткотрайния период; (б) продължителния период за една автомобилна компания, която вярва, че цената, на която тя би могла да продава своите коли, е фиксирана, независимо от броя на колите, които е продала? Мислите ли, че производителите на коли в САЩ имат тази вяра?

3.18. Мислите ли, че предположенията на случай 5 в раздел 3.4 са неприемливи?

3.19. Да разгледаме отрасъл, състоящ се от фирми с функции на разходите в продължителния период, както следва:

$$\left.\begin{array}{r} 80 \text{ фирми имат } c(y) = 3600 - 10y + 0{,}01y^2 \\ 80 \text{ фирми имат } c(y) = 4900 - 10y + 0{,}01y^2 \\ 140 \text{ фирми имат } c(y) = 6400 - 10y + 0{,}01y^2 \end{array}\right\} \text{ за } y > 0,$$

където y е нивото на крайния продукт и всички фирми имат $c(0) = 0$. Като намерите какво би предложил отрасъла на цени 1, 2, 3, 4, 5, 6 и 7, изразете графично кривата на предлагането на отрасъла.

3.20. Да предположим, че един отрасъл има фиксиран брой фирми с идентични производствени функции с постоянни възвръщаемости относно мащаба, но има освен това и друга група от фирми с постоянни възвръщаемости, обаче с по-високо ниво на разходите от първата група. Какво ще бъде пазарното равновесие?

3.21. Да разгледаме отрасъл, произвеждащ продукта y от началните стоки z_1 и z_2, където p — цената на крайния продукт, зависи от продаденото количество y и w_1 — цената на z_1, зависи от количеството закупено от индустрията като цяло. Обобщете идеята на равенствата (41) и (42), за да покажете, че ако p е намаляваща функция на y, а w_1 е нарастваща функция на z_1, то търсенето на z_2 от отрасъла ще бъде намаляваща функция на w_2.

3.22. В конкурентен отрасъл има 100 фирми, всяка от които има функция на разходите

$$c(y) = \begin{cases} 10y, & y \le 10, \\ y^2 - 10y + 100, & y \ge 10. \end{cases}$$

Има други 100 фирми, всяка от които има функция на разходите

$$c(y) = \begin{cases} 12y, & y \le 10, \\ y^2 - 8y + 100, & y \ge 10. \end{cases}$$

(а) Изразете графично кривата на предлагането на отрасъла.

(б) Ако кривата на пазарното търсене се задава чрез

$$Y = 2400 - 100p,$$

където Y е търсенето, а p — цената в долари, то намерете цената, общия краен продукт на отрасъла и крайните продукти на отделните фирми при равновесие.

(в) Ако е наложен данък от един долар върху продажбата на стоката, какво ще се случи с цената, която плащат потребителите, с цената, получавана от фирмите, и с крайния продукт?

3.23. Да предположим, че една фирма се намира в състояние на реализиране на загуби, въпреки че цената на нейния краен продукт надвишава средния променлив разход. Да предположим, че никоя банка или друга институция не желае да продължи да ѝ дава на заем пари, за да покрие загубите си в краткотрайния период и собствениците на фирмата нямат собствени пари, за да посрещнат загубите. Поради това фирмата се принуждава да банкрутира. Все пак икономическата теория ни учи, че тя трябва да продължи да произвежда.

Означава ли това, че е грешка на банките да оставят да банкрутира такава една фирма? (Би трябвало да си помислите какво ще се случи с фиксираните начални стоки на фирмата, когато тя банкрутира и затвори производството, а по този начин и за обстоятелствата, при които би било рационално за една банка да банкрутира фирма, която е в дълг към нея.)

3.24. Потвърдете, че от (54), (55) и (56) следва, че $c = c(\mathbf{w}, y)$ с $\partial c/\partial y = p$.

ГЛАВА 4

Теория за поведението на потребителя

4.1. *Предпочитания и функции на полезност*

Когато обсъждахме поведението на производителите, направихме едно предположение относно тяхната мотивация, изразяващо се в допускането, че фирмите се стремят да получат максимална печалба. Това предположение несъмнено е прекалено опростенческо, но въпреки това е естествено да бъде направено.

Сега преминаваме към изследване на мотивацията и поведението на потребителя. Няма очевидна и единствена цел, като печалбата например, за която можем да приемем, че се преследва от потребителя: типичният потребител би искал да има по-добра храна, по-голяма къща, по-дълга отпуска и т.н. Няма да бъдем прецизни, ако предположим, че потребителят цели да увеличи паричните си доходи, тъй като (освен в случаи на патологични отклонения) парите не са крайна цел, но те са желани, защото могат да се похарчат за неща, които индивидът наистина желае, и дори ако допуснем, че хората целят да натрупат парите като количество, няма да можем да отговорим на още по-интересния въпрос за поведението на потребителя, а именно как той харчи парите си. Във всеки случай, не е оправдано да приемем, че хората желаят колкото се може повече пари: много от тях жертват възможности да спечелят, за да могат да отделят повече време за семействата си или за барове и публични домове, или за други „приятни" занимания.

Следователно проблемът е, че всеки индивид има предпочитания към или измежду широка гама от стоки и няма очевиден начин да се изрази формално неговото желание да се държи така, че да задоволи колкото е възможно по-добре предпочитанията си. Затова ще приемем един математически подход, който цели да моделира поведението на потребителя, опитващ се да удовлетвори многомерните си желания. Но резултатите от този подход ще стават ясни постепенно, така че имате право да бъдете доста скептични в началото. (И няма да е зле, ако останете поне малко скептични до края.)

Допускаме, че един типичен потребител, поставен пред избора колко да потреби от n различни стоки, има предпочитания, които могат да бъдат изразени чрез ***функцията на полезност***

$$U = U(x_1, x_2, \dots, x_n) = U(\mathbf{x}), \tag{1}$$

която свързва стойността на „полезност" с консумацията на „кошницата" или „пакета" от стоки, състоящи се от x_1 единици от първата стока, x_2 единици от втората, ..., x_n единици от n-тата стока. Действителната „стойност" на полезността няма особено значение — това, от което се интересуваме, е дали потребителят ***предпочита*** един „пакет" пред друг и това определя по-високата стойност на „полезност" на един „пакет" спрямо друг. Ако два „пакета" имат една и съща стойност на полезност, то потребителят е ***безразличен*** в предпочитанието си към всеки от тях.

Ако $n = 2$, можем да представим функцията на полезност във вид на графика на кривата на безразличието, показана на фиг. 4.1. Контурите на функцията на полезност представят различните „пакети" (x_1, x_2), които имат едно и също ниво на полезност, защото потребителят е безразличен в предпочитанието си към всеки от тях. Те се наричат ***криви на безразличието*** (и са аналогични на изоквантите на производствената функция).

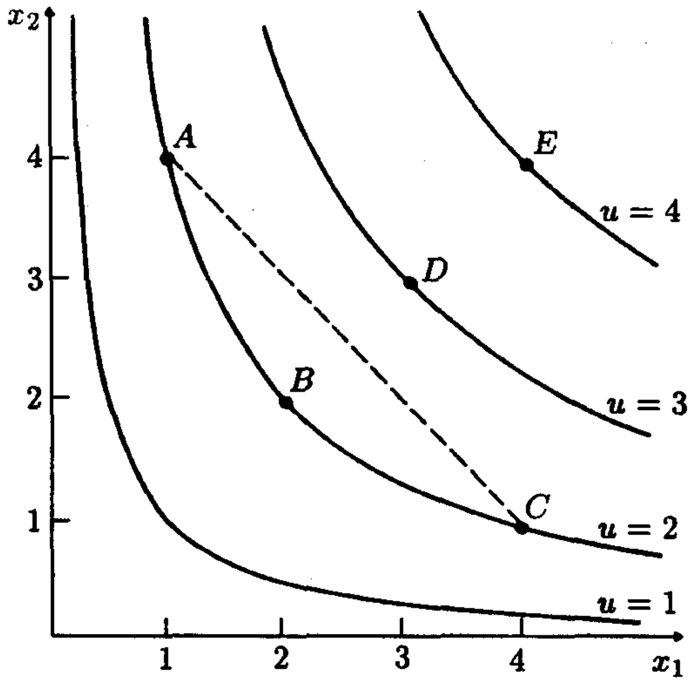
Кривите на безразличието, показани на фиг. 4.1, имат две свойства, които отразяват две стандартни предположения относно предпочитанията на потребителя:

(i) $U(k\mathbf{x}) > U(\mathbf{x})$ при $k > 1$, потребителят предпочита повече пред по-малко стоки, така че кривите на безразличието, които са по-далече от началото на координатната система, показват по-голяма полезност от тези, които са по-близо до него;

(ii) функцията на полезност е квази-вдлъбната (вж. с. 57), така че кривите на безразличието са извити към началото на координатната система.

За функцията на полезност $U(x_1, x_2)$ кривината на кривата на безразличието $U(x_1, x_2) = u$ е

$$\left(\frac{\mathrm{d}x_2}{\mathrm{d}x_1}\right)_u = -\frac{U_1}{U_2} \tag{2}$$



Фиг. 4.1. Криви на безразличието

(срв. с (2.21)), а U_1/U_2 се нарича (потребителска) маргинална норма на заместване. Тогава предположението (ii) води до заключението, че функцията на полезност има свойството маргиналната норма на заместване да намалява:

$$\frac{\mathrm{d}(U_1/U_2)}{\mathrm{d}(x_1/x_2)} \leq 0 \tag{3}$$

(ако това не е ясно, върнете се на обсъждането в (2.23)). Маргиналната норма на заместване измерва количеството x_2, от което потребителят се нуждае, за да компенсира загубата на единица стока от x_1, т.е. да остане на същата крива на безразличието — това е мярка на относителната стойност, приписвана от потребителя на единица стока от x_1. Следва да очакваме, че с нарастването на отношението x_1/x_2, така че потребителят да има повече от x_1 и по-малко от x_2, тази стойност намалява. Това е твърдението в (3).

Един пример за функция на полезност е

$$U(x_1, x_2) = x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha} \qquad (0 < \alpha < 1) \tag{4}$$

и в действителност това е функцията (при $\alpha = 1/2$), която е показана на фиг. 4.1. В точка A потребителят има „пакет“ (1, 4), който му дава полезност 2; „пакетът“ (2, 2) в точка B му дава същата полезност; докато при „пакет“ (4, 4) в точка E полезността е 4. Това показва, че той е безразличен в избора си между A и B и че предпочита E пред A и B. Спомнете си, че самите стойности на полезност 2 и 4 нямат смисъла на степен на значимост — например погрешно е да се твърди, че той харесва E два пъти повече от A или B. Забележете също как са удовлетворени свойствата (i) и (ii): точките $B(2,2)$, $D(3,3)$ и $E(4,4)$ лежат на последователни все по-високи криви на безразличието, докато всички точки на линията между $A(1,4)$ и $C(4,1)$ лежат над кривата на безразличието $u = 2$.

4.2. *Максимализиране на полезността и функции на търсенето*

Смисълът на представянето на предпочитанията чрез функция на полезност е, че богато бюджетът на потребителя за закупуване на стоки е ограничен, проблемът за избор на този „пакет“, който е най-предпочитан от него измежду всички останали възможности, математически се преобразува в задача за намиране на максимум при зададени ограничения.

Ако потребителят разполага с паричен доход m, предназначен за закупуване на стоки, и ако цените на съответните стоки са представени чрез вектора $\mathbf{p} = (p_1, p_2, \dots, p_n)$, неговото бюджетно ограничение е

$$p_1x_1 + p_2x_2 + \dots + p_nx_n \le m \tag{5}$$

или, обозначено чрез вектори, $\mathbf{px} \le m$. Потребителят няма възможност да промени m или $\mathbf{p}$. Предположението (i) за функцията на полезност означава, че потребителят ще изхарчи целия си приход, така че (5) ще бъде равенство. По този начин проблемът на потребителя да избере най-добрата точка, която удовлетворява (5), може да бъде представен така:

$$\begin{aligned} &\text{да се максимализира } U(\mathbf{x}), \\ &\text{при условие че } \mathbf{px} = m. \end{aligned} \tag{6}$$

Фактът, че функцията на Лагранж поставя началото на метод за рещаване на задача (2.13) за минимализация с ограничение ни подсеща, че тя може да се използва за решаването и на тази задача за максимализация при дадено условие.

Функцията на Лагранж е

$$L(\mathbf{x}, \lambda) = U(\mathbf{x}) + \lambda(m - \mathbf{px}) \tag{7}$$

и приравняването на нула на нейните производни по отношение на $n+1$ променливи $\mathbf{x}$, λ ни дава

$$(8)\qquad \frac{\partial U}{\partial x_i} - \lambda p_i = 0, \quad i = 1, 2, \dots, n,$$

$$(9)\qquad m - \mathbf{px} = 0.$$

Тези равенства ще дадат решения за $n+1$ неизвестни $\mathbf{x}$, λ, които ще зависят от стойностите на $\mathbf{p}$ и m, така че ще представим решенията като $\mathbf{x}(\mathbf{p}, m)$, $\lambda(\mathbf{p}, m)$. Причината, поради която решенията на (6) трябва да удовлетворяват (8) и (9), може да се изясни, като представим (8) по следния начин:

$$(8\text{a})\qquad \lambda = \frac{\partial U/\partial x_i}{p_i}, \quad i = 1, \dots, n.$$

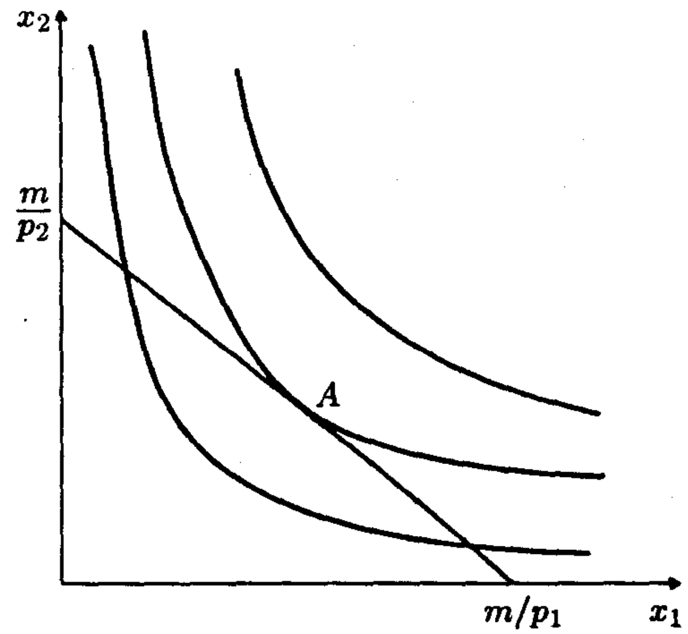
Дясната страна на (8а) е ефектът върху полезността да се изхарчи допълнителен долар за стоката i, ако p_i е цената ѝ в долари, като закупеното количество ще бъде $1/p_i$. Бихме могли да наречем това „маргинална полезност на парите, похарчени за стоката". Тогава (8а) изисква тази маргинална полезност да бъде една и съща за всички стоки, т.е. за всяка възможна употреба на парите. Ако това изискване не е удовлетворено, потребителят може да повиши полезността си чрез пренасочване на пари от стоки с ниска маргинална норма на полезност на парите към стоки с висока маргинална полезност, показвайки, че полезността не е максимализирана. Следователно (6) не е решено, ако равенствата (8) не са удовлетворени; те са необходими условия за решаването на (6). Очевидно е, че (9) също е необходимо.

В случая на двете стоки можем да направим графично представяне на тези условия, както и да покажем какво достатъчно условие е необходимо, за да може необходимите условия наистина да доведат до решение на задачата за максимализирането.

Задачата е следната:

$$(10)\qquad \begin{aligned} &\text{да се максимализира}_{x_1, x_2}\ U(x_1, x_2), \\ &\text{при условие че } p_1x_1 + p_2x_2 = m. \end{aligned}$$

На фиг. 4.2 ограничението $p_1x_1 + p_2x_2 = m$ се изразява чрез права линия — т. нар. бюджетна линия. Максимализирането на $U(x_1, x_2)$ е равнозначно на намирането на крива на безразличието, която е въз-



Фиг. 4.2. Максимализиране на полезността

можно по-далеч от началото на координатната система. Решението е точката A: това е точката, в която най-високо достижимата крива на безразличие се допира до бюджетната линия. Наклонът на бюджетната линия е $-p_1/p_2$, а наклонът на кривата на безразличието е $-U_1/U_2$. Следователно в тази допирна точка имаме

$$U_1/U_2 = p_1/p_2 \tag{11}$$

и също, разбира се,

$$p_1x_1 + p_2x_2 = m. \tag{12}$$

Методът на Лагранж би трябвало да ни даде (8) и (9) за $n = 2$; (12) е като (9), а (11) се получава от (8) чрез елиминиране на λ.

Ясно е обаче, че аргументът, използван за определянето на (11) като условие за максимализиране на полезността, се основава на криви на безразличието, извити към началото на координатната система — свойството на намаляване на маргиналната норма на заместване, предположено по-горе. Лесно се вижда, че ако това условие не беше изпълнено, допирната точка на бюджетната линия и на кривата на безразличието не би била непременно точката на максимална полезност, така че условията от първи ред, изведени от уравнението на Лагранж, може и да не решат задачата. Когато има повече от две стоки, квази-вдлъбнатостта все още е достатъчно условие, но то не може да бъде проверено по толкова прост начин както в (3).

Функциите $x_1(\mathbf{p}, m)$, $x_2(\mathbf{p}, m)$, ..., $x_n(\mathbf{p}, m)$, изведени от (8) и (9), се наричат функции на потребителското търсене. Те изразяват количествата, които потребителят иска да закупи, като функции на цените на всички стоки и на дохода на потребителя.

4.3. *Три примера*

Да разгледаме потребител с функция на потребление $U^1/(x_1, x_2) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$, при цени p_1 и p_2 и доход m. В този случай уравнението на Лагранж е

$$L(x_1, x_2, \lambda) = x_1^\alpha x_2^{1-\alpha} + \lambda(m - p_1x_1 - p_2x_2), \tag{13}$$

което води до условията от първи ред

$$\begin{aligned} &\alpha x_1^{\alpha-1} x_2^{1-\alpha} - \lambda p_1 = 0, \\ &(1-\alpha)x_1^\alpha x_2^{-\alpha} - \lambda p_2 = 0, \\ &m - p_1x_1 - p_2x_2 = 0, \end{aligned} \tag{14}$$

които се представят лесно като

$$\begin{aligned} &\alpha \frac{U}{x_1} = \lambda p_1, \\ &(1-\alpha)\frac{U}{x_2} = \lambda p_2, \\ &m = p_1x_1 + p_2x_2. \end{aligned} \tag{15}$$

Първите две равенства показват, че $p_1x_1 = \alpha U/\lambda$ и $p_2x_2 = (1-\alpha)U/\lambda$, така че третото равенство води до $m = U/\lambda$ и получаваме функциите на търсенето

$$x_1 = \alpha m/p_1, \quad x_2(1-\alpha)m/p_2. \tag{16}$$

Забележете, че разноските на потребителя за стока 1, p_1x_1, са фиксираната част α от неговия доход, докато p_2x_2 е фиксираната част $(1-\alpha)$ от m.

Вторият ни пример се отнася за потребител с функция на полезност $U^2(x_1, x_2) = x_1^{1/2} + x_2^{1/2}$. Функцията на Лагранж е

$$L(x_1, x_2, \lambda) = x^{1/2} + x^{1/2} + \lambda(m - p_1x_1 - p_2x_2), \tag{17}$$

което води до условията от първи ред

$$\frac{1}{2}x_1^{-1/2} = \lambda p_1,$$

(18)
$$\frac{1}{2}x_2^{-1/2} = \lambda p_2,$$

$$m = p_1x_1 + p_2x_2.$$

Ако разделим първото равенство на второто, λ се елиминира и се получават следните функции на търсенето:

(19)
$$x_1 = \frac{p_2m}{p_1(p_1+p_2)}, \quad x_2 = \frac{p_1m}{p_2(p_1+p_2)}.$$

Накрая нека да разгледаме потребител с функция на полезност $U^3(x_1, x_2) = \alpha \log x_1 + (1-\alpha)\log x_2$. Функцията на Лагранж е

(20)
$$L(x_1, x_2, \lambda) = \alpha \log x_1 + (1-\alpha)\log x_2 + \lambda(m - p_1x_1 - p_2x_2),$$

което води до условията от първи ред

?

$$\alpha/x_1 = p_1, \ \lambda$$

(21)
$$(1-\alpha)/x_2 = p_2, \lambda$$

$$m = p_1x_1 + p_2x_2,$$

след чието решение достигаме до функциите на търсенето

(22)
$$x_1 = \alpha m/p_1, \quad x_2(1-\alpha)m/p_2,$$

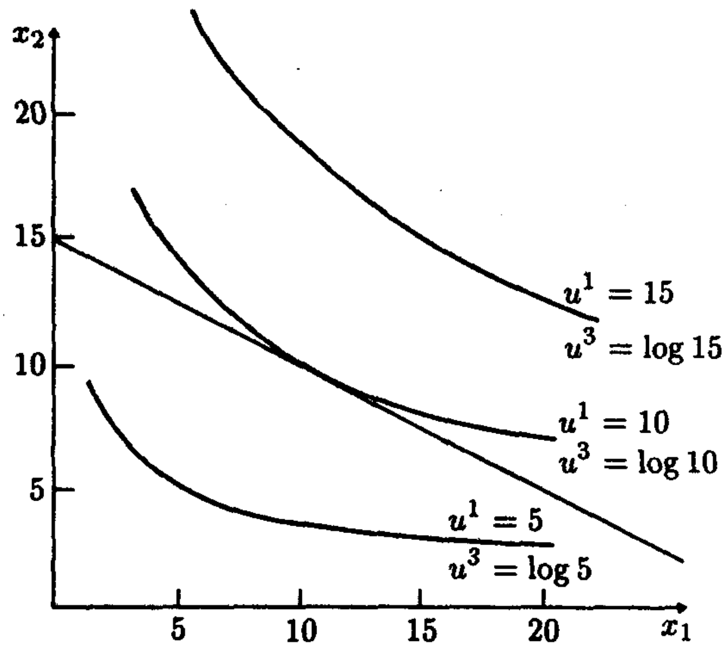
които са точно същите като (16). Първият и третият потребител се държат по един и същ начин.

Това не е случайно. То е по-скоро резултат от факта, че техните функции на полезност удовлетворяват равенството $U^3(x_1, x_2) = \log U^1(x_1, x_2)$. Така техните криви на безразличие са едни и същи при всички стойности на x_1 и x_2, за които U^1 е константата u, а U^3 трябва да има постоянна стойност $\log u$. Единствената разлика е в стойността на полезност, свързана със съответните криви на безразличието, но както бе подчертано по-горе, полезността е само начин да се изразят предпочитанията и стойността ѝ теоретически не е от значение. Единствено *предпочитанията* имат значение и затова можем да направим извод, че нашите двама потребители се държат по един и същ начин, защото имат едни и същи предпочитания.

Фиг. 4.3 илюстрира това, изобразявайки кривите на безразличието, съответстващи на U^1 и U^3 при $\alpha = 1/3$ и при цени за двамата консуматори $p_1 = 1$ и $p_2 = 2$, и доход $m = 30$, така че $x_1 = x_2 = 10$.

За читателя остава като упражнение да изведе условията от първи ред за потребител с функция на полезност $f(U(\mathbf{x}))$, където f е функция, чиито производни са винаги положителни, и да покаже, че той има същите функции на търсене като потребителя, чиято функция на полезност е $U(\mathbf{x})$.

Доказването на незначителността на „полезността" в този контекст би трябвало да Ви предупреди да бъдете внимателни при дискутиране на теорията за потребителското поведение, която набляга на идеите за полезността и маргиналната полезност. Разбира се, равенството $U_i\lambda = p_i$ може да бъде и по-широко интерпретирано, като например „стоката се закупува в такова количество, при което маргиналната ѝ полезност да бъде равна на цената ѝ" (където $1/\lambda$ е скалиращ множител, който дава на полезността парично изражение), но такива твърдения са просто удобно съкращение. Методът, разработен по-горе, е на много по-високо ниво.



Фиг. 4.3. Идентични предпочитания

4.4. *Минимализиране на разноските и компенсирани функции на търсенето*

Полезно ще бъде да разгледаме и един алтернативен проблем, с който потребителят може да се сблъска: проблемът за минимализирането на разноските, необходими за достигане на определена крива на безразличието:

$$\text{(23)} \qquad \begin{aligned} &\text{да се минимализира } \underset{\mathbf{x}}{\mathbf{px}}, \\ &\text{при условие че } U(\mathbf{x}) = u. \end{aligned}$$

Тази задача е формално идентична със задачата за минимализиране на производствените разходи на производителя, която обсъдихме в раздел 2.4, така че без по-нататъшно разглеждане ще знаем, че решенията на (23) ще бъдат функциите $\mathbf{x}(\mathbf{p}, u)$. Тези функции, аналогични на функциите за търсене на суровини от фирмите, се наричат *компенсирани функции на търсенето* от потребителя. След малко ще стане ясно защо са наречени така. Аналогична на функцията на фирмените разходи е ***функцията на разноските на потребителя***:

$$\text{(24)} \qquad e(\mathbf{p}, u) = \mathbf{px}(\mathbf{p}, u).$$

От теорията за минимализиращата разходите фирма знаем, че компенсираните функции на търсенето са хомогенни от ред 0 относно цените, а функцията на разноските е хомогенна от ред 1 относно цените.

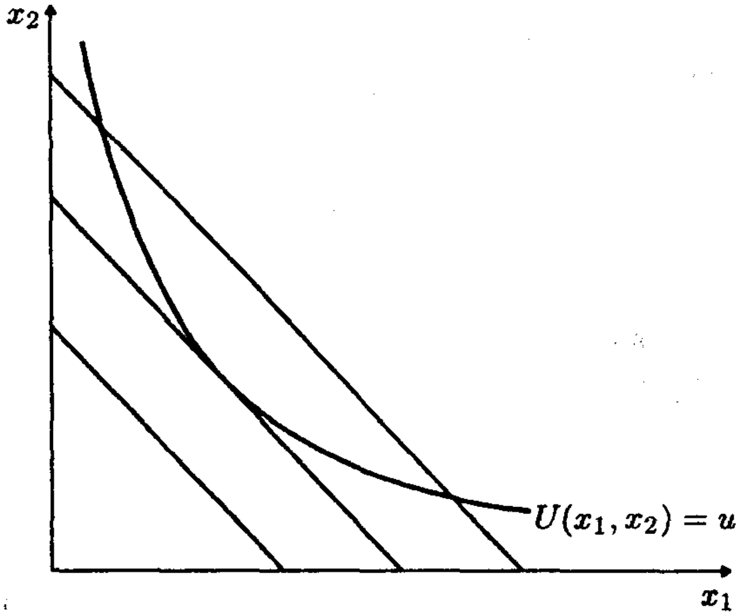
Както при теорията за минимализиращата разходите фирма $\mathbf{x}(\mathbf{p}, u)$ са изведени по метода на Лагранж. Като означим множителя на Лагранж, използван в решението на (23), с μ, за да се избегне объркване с множителя, използван в задача (6) за максимализиране на полезността, получаваме $n + 1$ условия от първи ред за решаването на (23):

$$\text{(25)} \qquad p_i = \mu \partial U / \partial x_i, \quad i = 1, \dots, n,$$

$$\text{(26)} \qquad u = U(\mathbf{x}).$$

Тези равенства определят x_1, x_2, ..., x_n и μ като функции на $\mathbf{p}$ и u.

В случая на две стоки това решение е илюстрирано на фиг. 4.4. Равенството (26) показва кривата на безразличие, съответстваща на фиксирано ниво на полезност u; нивата на разноските $p_1x_1 + p_2x_2$ са представени чрез серия от успоредни линии, като по-ниските разноски са по-близо до координатното начало. Най-ниското ниво на разноските, отговарящо на нивото на полезност u, съответства на бюджетната линия, която е допирателна към кривата на безразличието. Условието за допирателност се задава чрез равенство (25), тъй като след елиминирането на μ получаваме $p_1/p_2 = U_1/U_2$. И отново намаляващата маргинална норма на заместване е достатъчно



Фиг. 4.4. Минимализиране на разходите

условие. Това е абсолютно аналогично на намаляването на фирмените разходи.

Сега ще докажем едно забележително свойство на функцията на разноските. (Функцията на фирмените разходи има абсолютно същото свойство, което оставяме да намерите и докажете в упражнение 4.7.) Да видим какво става с функцията $\mathbf{x}(\mathbf{p}, u)$ и с функцията на разноските съответно, ако се промени p_i. (Сравнете с материала в раздел 2.6, където обсъждахме какво става с функцията на разходите, когато y се изменя.) Когато p_i се променя, потребителят продължава да минимализира своите разноски, така че x_i и μ се менят, за да удовлетворят (25) и (26). От (24) имаме

(27) $$\frac{\partial e(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i} = x_i(\mathbf{p}, u) + \sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\partial x_j(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i}.$$

Но (25) предполага, че $p_j = \mu \partial U / \partial x_j$ за всяко j, така че

(28) $$\sum_{j=1}^{n} p_j \frac{\partial x_j(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i} = \mu \sum_{j=1}^{n} \frac{\partial U(\mathbf{x})}{\partial x_j} \frac{\partial x_j(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i}$$

и фактът, че $U(\mathbf{x}) = u$ показва, че дясната страна на (28) е нула. Следователно

(29) $$\frac{\partial e(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i} = x_i(\mathbf{p}, u),$$

производната на функцията за разноските по отношение на цената на една стока се равнява на търсеното количество от тази стока.

Този резултат е забележителен по следната причина. Ако, вместо да бъдат функции на цените, всички x_i бяха константи, тогава очевидно (29) щеше да е вярно, тъй като $e = \sum_{j=1}^{n} p_j x_j$. Но всяко x_j зависи от цените, включително p_i, така че имаме n на брой влияния на p_i върху e. Доказахме, че сборът на тези странични влияния трябва винаги да бъде равен на нула!

Друг забележителен резултат е пряко следствие от (29):

$$\frac{\partial x_i(\mathbf{p},u)}{\partial p_j} = \frac{\partial x_j(\mathbf{p},u)}{\partial p_i}, \tag{30}$$

защото $\partial^2 e/\partial p_j \partial p_i = \partial^2 e/\partial p_i \partial p_j$. (Като упражнение за читателя остава да докаже аналогичния резултат за минимализиращата разходите фирма. Този резултат бе формулиран в (2.62), но не беше доказан.)

Тъй като изведохме функцията на търсенето, съответстваща на функцията на полезност $x_1^{\alpha} x_2^{1-\alpha}$, ще бъде от полза да се изведат и компенсираните функции на търсенето. Извеждането е формално, идентично на примера за минимализацията на разходите в раздел 2.7, така че за компенсираните функции на търсенето получаваме

$$x_1(p_1,p_2,u) = \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{p_2}{p_1}\right)^{1-\alpha} u, \quad x_2(p_1,p_2,u) = \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{p_1}{p_2}\right)^{\alpha} u \tag{31}$$

и функцията на разноските

$$e(p_1,p_2,u) = \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{p_2}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha} u. \tag{32}$$

Лесно е да се провери, че тези функции удовлетворяват (29).

4.5. *Уравнение на Слуцки и сравнителна статика*

Сега ще разгледаме зависимостите между функциите на търсенето $\mathbf{x}(\mathbf{p}, m)$ и компенсираните функции на търсенето $\mathbf{x}(\mathbf{p}, u)$. Ясно е, че ако потребителят решава проблема за минимализиране на разноските с полезност u, а всъщност харчи m, тогава същият пакет от стоки максимализира полезността при бюджет m, като дава стойност u на полезността. (Графично изразено, кривата на безразличието u представлява най-високото ниво на полезност, отнасящо се към бюджетната линия m, а тази бюджетна линия представя най-ниското ниво на разноски, отнасящо се към кривата на безразличието.) Следователно $x_i(\mathbf{p}, u) = x_i(\mathbf{p}, m)$, ако $m = e(\mathbf{p}, u)$, т.е.

$$x_i(\mathbf{p}, u) = x_i(\mathbf{p}, e(\mathbf{p}, u)). \tag{33}$$

Като диференцираме (33) относно p_i, получаваме

$$\frac{\partial x_i(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i} = \frac{\partial x_i(\mathbf{p}, m)}{\partial p_i} + \frac{\partial x_i(\mathbf{p}, m)}{\partial m}\frac{\partial e(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i}. \tag{34}$$

Като използваме (29), след заместване получаваме

$$\frac{\partial x_i(\mathbf{p}, m)}{\partial p_i} = \frac{\partial x_i(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i} - x_i\frac{\partial x_i(\mathbf{p}, m)}{\partial m}. \tag{35}$$

Равенство (35) се нарича ***уравнение на Слуцки***: то разделя ***ценовия ефект*** върху търсенето (лявата страна) на ***ефект на заместването*** (първия член от дясната страна на равенството) и ***ефект на приходите*** (втория член). В условия на еластичност уравнението на Слуцки се трансформира в следното:

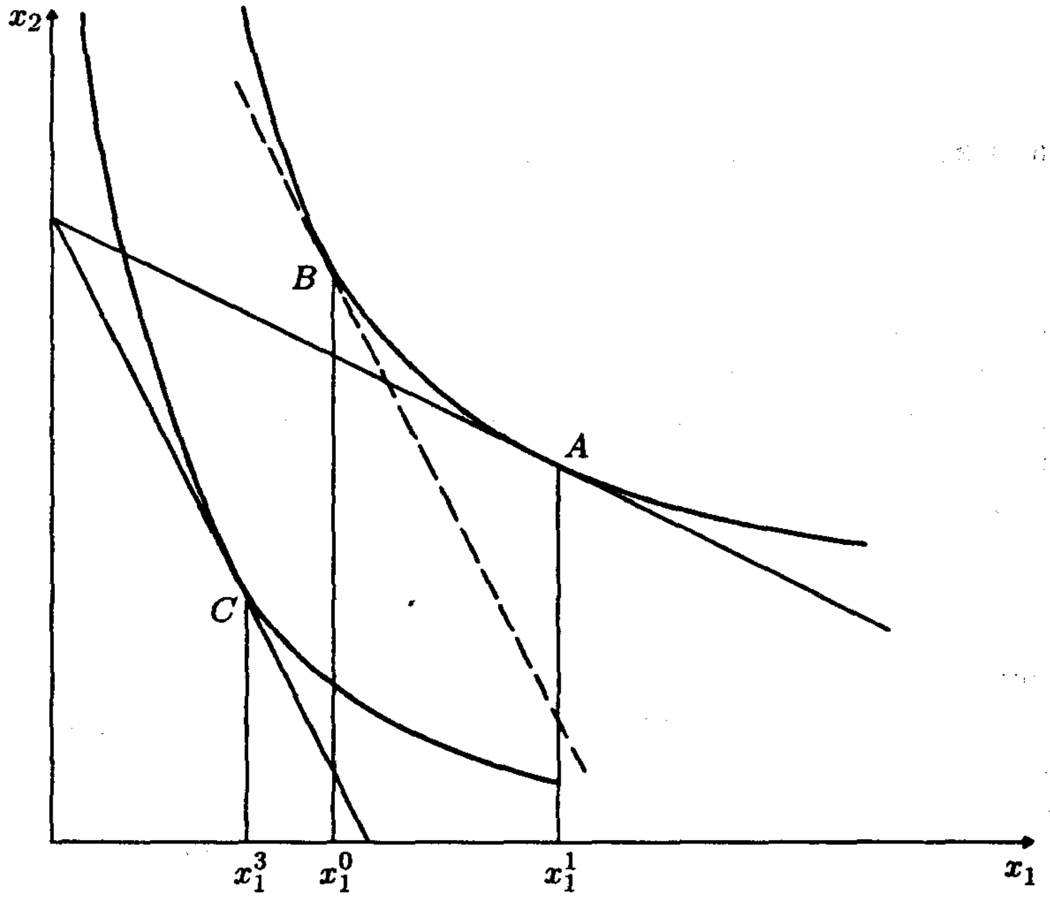
$$\frac{p_i}{x_i}\frac{\partial x_i(\mathbf{p}, m)}{\partial p_i} = \frac{p_i}{x_i}\frac{\partial x_i(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i} - \frac{p_i x_i}{m}\frac{m}{x_i}\frac{\partial x_i(\mathbf{p}, m)}{\partial m}, \tag{36}$$

така че ценовата еластичност на търсенето е еластичността на заместването минус произведението на еластичността на приходите и частта от приходите, изхарчена за стоката.

Всичко това може да бъде изразено с полезна терминология. ***Паричният приход*** на потребителя е m. ***Реалният му приход*** (или жизненият му стандарт) е представен чрез u. *Разходите му за живот* (т.е. за постигане на определен жизнен стандарт) са e. Ето че икономическото тълкуване на уравнението на Слуцки става ясно. Покачването на p_i при постоянен паричен приход има два ефекта: то прави стоката i относително по-скъпа в сравнение с другите стоки и намалява реалните приходи на потребителя чрез намаляване на количеството стоки, които потребителят може да си купи с паричен доход m. Ефектът на заместване е първият ефект: какво би предизвикало едно покачване на p_i върху x_i, ако реалният доход на потребителя е останал непроменен. Ефектът на приходите е вторият ефект: (29) показва, че x_i измерва ефекта върху разходите за живот при покачване на p_i, така че измерва и намаляването на реалната стойност на фиксирания паричен приход m и като го умножим по $\partial x_i/\partial m$, получаваме ефекта на ~~търсенето~~. ?

прихода

Възможно е графично представяне в случая на две стоки, което би помогнало да обясним термините „ефект на заместване" и „функция на компенсирано търсене". Вместо безкрайните промени, ефектът от които е отразен чрез производните в уравнението на Слуцки на фиг. 4.5 показваме ефекта от крайното нарастване на p_1.



Фиг. 4.5. Ефекти на прихода и заместването: подход на полезността

По принцип бюджетната линия е допирателна към кривата на безразличието в точка A. При покачване на p_1, когато p_2 и m са константи, не се променя точката на пресичане с оста x_2 (в точката m/p_2), но се премества пресечната точка с оста x_1 към началото (бидейки m/p_1) и новата бюджетна линия се допира до кривата на безразличието в точка C. Бюджетната линия сменя наклона си и се мести към началото на координатната система. Тези две промени могат да бъдат разделени. Прекъснатата линия показва каква би била бюджетната линия, ако след нарастването на p_1 потребителят получи достатъчно допълнителни приходи, които биха го задържали на същата крива на безразличието. Допълнителните приходи го *компенсират* за повишаването на цените, като запазват реалния му приход непроменен. Точката му на избор се премества от A в B, а консумацията му на стока 1 спада от x_1^1 на x_1^0. Това е ефектът на заместване, който се измерва чрез производната на функцията на компенсирано търсене. Ако в този момент потребителят загуби компенсиращия приход, неговата бюджетна линия ще се премести към началото на координатната система от прекъснатата линия, минаваща през B, към успоредната права, минаваща през C, избраната точка се премества от B в C и консумацията му на стока 1 се променя от x_1^0 на x_1^3. Това е ефектът на приходите при промяна на цените.

Можем да се позовем на формалната идентичност на теорията за минимализиращата разходите фирма и на теорията за минимализиращия разноските потребител, за да докажем един сравнително-статичен резултат. Твърдение, сходно с това, което направихме в (2.61), показва, че

$$\frac{\partial x_i(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i} \leq 0, \tag{37}$$

т.е. ефектът на заместване е отрицателен или компенсираното търсене на коя да е стока е намаляваща функция на цената на тази стока. Резултатът е показан на фиг. 4.5, където B е наляво от A.

Безполезно е обаче да търсим други общи сравнително-статични резултати. Лесно е да се покаже с пример, че $\partial x_i(\mathbf{p}, m)/\partial m$ може да бъде както положително, така и отрицателно. Фиг. 4.5 изразява случая, при който $\partial x_1/\partial m$ и $\partial x_2/\partial m$ са положителни, но е лесно да се модифицира чертежът, за да се получи исканият пример. Наистина трябва да е ясно, че няма нищо необичайно в това, потребителят по собствен избор да консумира по-малко количество от дадена стока, дори ако приходът му се увеличава. Тъй като обаче един по-богат човек има повече пари за харчене отколкото по-бедния, „по-вероятно“ е $\partial x_i/\partial m$ да бъде положително, отколкото отрицателно. (В упражнение 4.13 се изисква да направите прецизно определение на термина „по-вероятно“.) Стока, чието потребление нараства с нарастването на прихода, така че $\partial x_i/\partial m > 0$, се нарича *нормална* стока; а ако потреблението спада със спадането на приходите, така че $\partial x_i/\partial m < 0$, стоката се нарича *непълноценна*.

От (35) и (37) следва, че ако $\partial x_i/\partial m > 0$, то $\partial x_i(\mathbf{p}, m)/\partial p_i < 0$: *нормалната стока има отрицателен ценови ефект*, или *функцията на търсене на нормалната стока е намаляваща функция на цената на тази стока.* Ако обаче $\partial x_i/\partial m < 0$, то ценовият ефект се разделя на отрицателен ефект на заместването и положителен ефект на приходите, така че той е с неопределен знак. Ако ефектът на приходите превъзхожда ефекта на заместването, търсенето на стоката ще расте с увеличението на цената. Стока, за която това се случва, се нарича стока на Гифен и оставяме в упражнение 4.16 да покажете, че това е по-вероятно да се случи, ако голяма част от приходите на потребителя се харчат за непълноценна стока.

Остава (вж. упражнение 4.17) да докажете, че когато $i \neq j$,

$$\frac{\partial x_i(\mathbf{p},m)}{\partial p_j} = \frac{\partial x_i(\mathbf{p},u)}{\partial p_j} - x_j \frac{\partial x_i(\mathbf{p},m)}{\partial m}. \tag{38}$$

Сега да си припомним равенство (30). Ако са в сила $\partial x_i(\mathbf{p},u)/\partial p_j = \partial x_j(\mathbf{p},u)/\partial p_i > 0$, стоките i и j се наричат ***заместители***, а ако неравенството е в обратната посока, те се наричат ***допълващи се*** стоки. Маслото и маргаринът са заместители един за друг, докато маслото и хлябът са допълващи се стоки. В упражнение 4.18 трябва да докажете, че ако има само две стоки, те трябва да бъдат заместители.

Ако $\partial x_i(\mathbf{p},m)/\partial p_j > 0$, стоката i се нарича ***основен заместител*** на стоката j, а ако неравенството се обърне, стоката i става основна допълваща на стоката j. Забележете в (38), че в общия случай $\partial x_i(\mathbf{p},m)/\partial p_j \neq \partial x_j(\mathbf{p},m)/\partial p_i$.

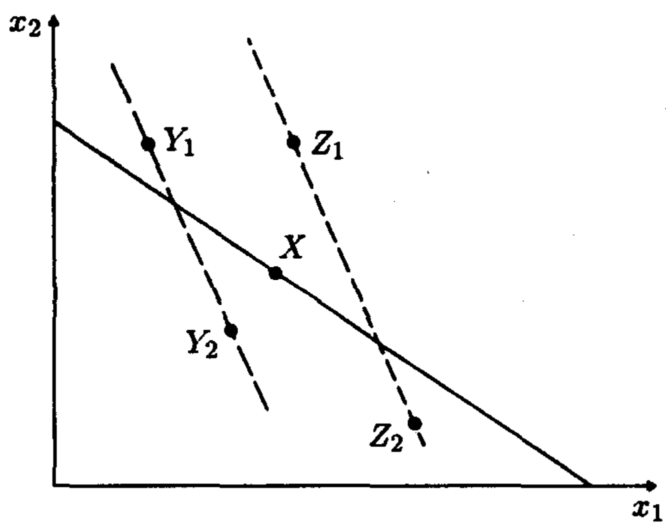
Вече отбелязахме, че функциите на компенсирано търсене са хомогенни от ред 0 относно цените, а функцията на разноските е хомогенна от ред 1 относно цените. Лесно е да се покаже, че функциите на търсенето $\mathbf{x}(\mathbf{p},m)$ са хомогенни от ред 0 относно цените и доходите.

В упражнение 4.9 трябва да се върнете към функциите на търсене и функциите на компенсирано търсене, изведени от функцията на полезност $x_1^{\alpha}x_2^{1-\alpha}$ и да потвърдите, че (35), (37) и (38) остават в сила.

4.6. *Проявени предпочитания*

Има алтернативен подход към теорията на потребителското поведение, който не прави асоциации с концепцията за полезност. Ключът към този алтернативен подход е предположението, че в различни ситуации потребителят взема решения, които винаги са в съответствие с факта, че той има твърди предпочитания. Ако в дадена ситуация A и B са възможни избори и той предпочете A, казваме, че неговият избор разкрива предпочитанието му към A пред B. Следователно постоянството изисква, че във всеки друг случай, при който както A, така и B са налични, той не би трябвало да избере B, защото такъв избор би означавал, че предпочита B пред A, което е в противоречие с по-рано проявеното от него предпочитание.

Да предположим, че потребителят е изправен пред ограничение на бюджета, изразено на фиг. 4.6 с непрекъсната линия, и избере да потреби пакета X. Неговият избор показва, че той предпочита X пред всяка друга точка върху или под бюджетната линия, защото на базата на доходите му всички тези точки са възможен избор.



Фиг. 4.6. Проявени предпочитания

Да допуснем, че промени в цените и дохода му преместят ограничения му бюджет в прекъснатата линия, минаваща през Y_1.

Сега той ще избере точка Y_1 или Y_2 в зависимост от своите предпочитания. Ако изборът му е бил Y_1, не се проявяват ясно предпочитанията му, защото когато той е избрал X, Y_1 не е бил достъпен за него, тъй като се намира над бюджетната му линия, а когато е избрал Y_1, X не е бил достъпен. Ако обаче неговият избор е Y_2 в новата ситуация, щяхме да знаем, че той предпочита X пред Y_2 защото това предпочитание се разкрива от първоначалния му избор на X в ситуация, когато Y_2 също е достъпен. Той щеше да почувства също така, че преместването на бюджетната линия е влошило положението му.

Сега да направим обратното предположение, а именно, че бюджетната линия се е преместила в позицията, изразена чрез прекъснатата линия, минаваща през Z_1. Да разгледаме точка Z_2, която лежи на новата бюджетна линия, но под първоначалната. Забележете, че X се намира под новата бюджетна линия. Когато той избира X, Z_2 също е достъпен и понеже както X, така и Z_2 са на разположение при новата ситуация, би било нелогично от негова страна да избере Z_2. Логичен е избор като Z_1, лежащ над бюджетната линия, и тъй като X също е достъпен, изборът на Z_1 показва, че потребителят предпочита Z_1 пред X. Преместването на бюджетната линия този път подобрява състоянието му.

Логиката на тези примери може да бъде използвана за представянето на някои основни твърдения. Да допуснем, че потребител с доход m^1 при цени $\mathbf{p}^1$ избира потребителския пакет $\mathbf{x}^1$ (така че $\mathbf{p}^1\mathbf{x}^1 = m^1$), а ако цените се променят на $\mathbf{p}^2$ и доходът му също се промени, той избира $\mathbf{x}^2$. (За по-голяма простота пренебрегваме тривиалната възможност $\mathbf{x}^1 = \mathbf{x}^2$.) Ако $\mathbf{x}^2$ е бил достъпен, когато е избрал $\mathbf{x}^1$, той е проявил предпочитание към $\mathbf{x}^1$ пред $\mathbf{x}^2$, така че $\mathbf{x}^2$ може да бъде съзнателно избран само когато $\mathbf{x}^1$ не е достъпен, т.е.

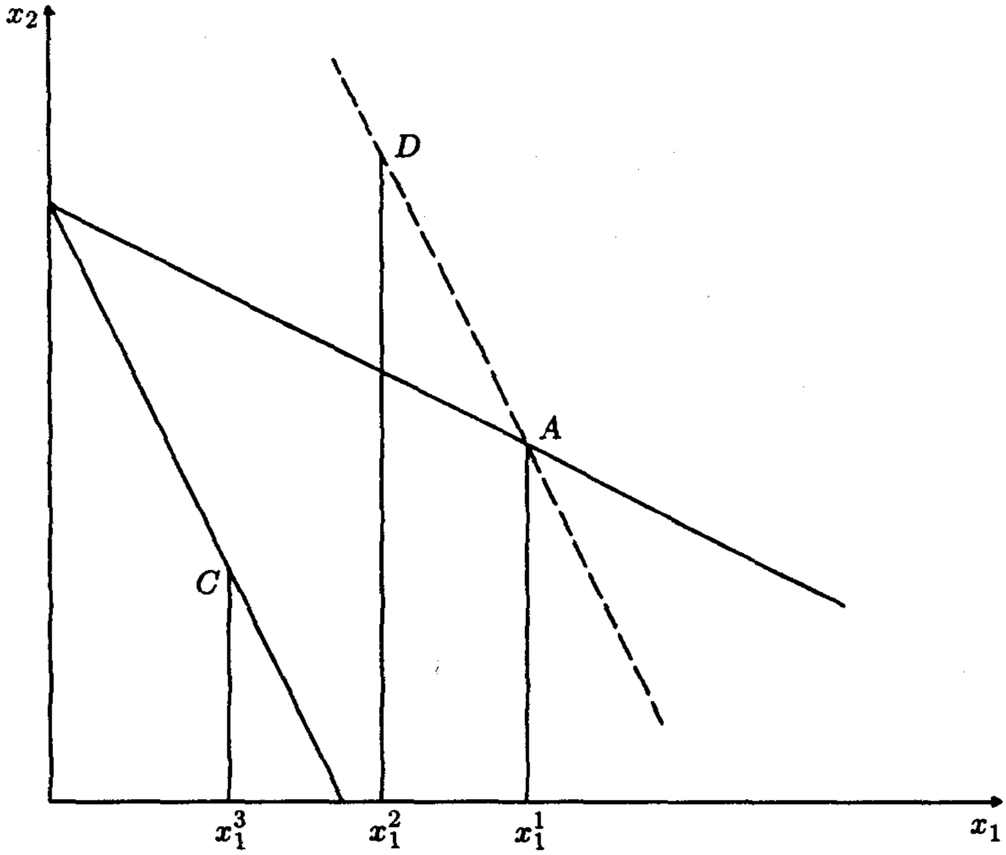
$$\mathbf{p}^1\mathbf{x}^2 \leq \mathbf{p}^1\mathbf{x}^1 \Longrightarrow \mathbf{p}^2\mathbf{x}^2 < \mathbf{p}^2\mathbf{x}^1. \tag{39}$$

Симетрично,

$$\mathbf{p}^2\mathbf{x}^1 \leq \mathbf{p}^2\mathbf{x}^2 \Longrightarrow \mathbf{p}^1\mathbf{x}^1 < \mathbf{p}^1\mathbf{x}^2. \tag{39a}$$

Следователно има три възможности. Ако $\mathbf{p}^1\mathbf{x}^2 \leq \mathbf{p}^1\mathbf{x}^1$ и $\mathbf{p}^2\mathbf{x}^2 < \mathbf{p}^2\mathbf{x}^1$, потребителят проявява предпочитание към $\mathbf{x}^1$ пред $\mathbf{x}^2$ и е много по-добре в първата ситуация. Ако $\mathbf{p}^2\mathbf{x}^1 \leq \mathbf{p}^2\mathbf{x}^2$ и $\mathbf{p}^1\mathbf{x}^1 < \mathbf{p}^1\mathbf{x}^2$, потребителят предпочита $\mathbf{x}^2$ пред $\mathbf{x}^1$ и е много по-добре във втората ситуация. Ако $\mathbf{p}^1\mathbf{x}^2 > \mathbf{p}^1\mathbf{x}^1$ и $\mathbf{p}^2\mathbf{x}^1 > \mathbf{p}^2\mathbf{x}^2$, не можем да определим от държанието на потребителя кой от двата пакета предпочита и следователно в коя ситуация е по-добре.

Теорията за разкриването на предпочитанията може да бъде използвана за алтернативно разделяне на ценовия ефект на ефекти на приходите и на заместването. Да разгледаме фиг. 4.7, която отразява същата промяна на цената както фиг. 4.5: с покачването на p_1 при p_2 и m константи бюджетната линия става по-стръмна и се доближава до началото на координатната система, а избраният потребителски пакет се премества от A в C. Сега да допуснем, че искаме да компенсираме потребителя за ефекта на повишаването на цените върху неговия приход, но не знаем нищо за предпочитанията му освен, че те се изразяват чрез поведението му. По-конкретно, не знаем каква е формата на кривата на безразличието, минаваща през A.



Фиг. 4.7. Ефекти на дохода и заместването: подходът на проявените предпочитания

Ако му дадем достатъчен доход, така че той все още да може да си купи A, бюджетната му линия ще бъде прекъснатата линия, минаваща през A, и успоредна на линията, минаваща през C. Понеже той все още може да си купи A, не може да бъде в много по-лошо положение, отколкото е бил в началото, така че е компенсиран. В действителност той ще избере потреби в точка като D от тази част на новата бюджетна линия, която се намира над старата. Това намаляване на потреблението на x^1 от x_1^1 на x_1^2 е ефектът на заместването в резултат на нарастването на p_1. Постоянството на избора показва, че наистина става въпрос за намаление, така че ефектът на заместване е отрицателен. (Всъщност е възможно D да съвпадне с A, така че за да бъдем прецизни, трябва да кажем, че ефектът на заместване е неположителен.) Преместването от D в C, промяната на x_1 от x_1^2 в x_1^3 е ефектът на дохода и нямаме теоретично основание да го характеризираме като положителен или отрицателен.

В общия случай да предположим, че цените се преместват от $\mathbf{p}^1$

в $\mathbf{p}^2$, а потреблението от $\mathbf{x}^1$ се премества в $\mathbf{x}^3$, като приходът m^1 е непроменен. Компенсираме потребителя за промяната на цените, като му даваме доход m^2, който удовлетворява $m^2 = \mathbf{p}^2\mathbf{x}^1$. В действителност, при цени $\mathbf{p}^2$ и доход m^2 потребителят избира $\mathbf{x}^2$. Понеже $m^2 = \mathbf{p}^2\mathbf{x}^1 = \mathbf{p}^2\mathbf{x}^2$, (39a) води до $\mathbf{p}^1\mathbf{x}^1 < \mathbf{p}^1\mathbf{x}^2$ (освен ако $\mathbf{x}^1 = \mathbf{x}^2$, в който случай, разбира се, $\mathbf{p}^1\mathbf{x}^1 = \mathbf{p}^1\mathbf{x}^2$). Следователно

$$\mathbf{p}^1\mathbf{x}^1 - \mathbf{p}^2\mathbf{x}^1 \leq \mathbf{p}^1\mathbf{x}^2 - \mathbf{p}^2\mathbf{x}^2. \tag{40}$$

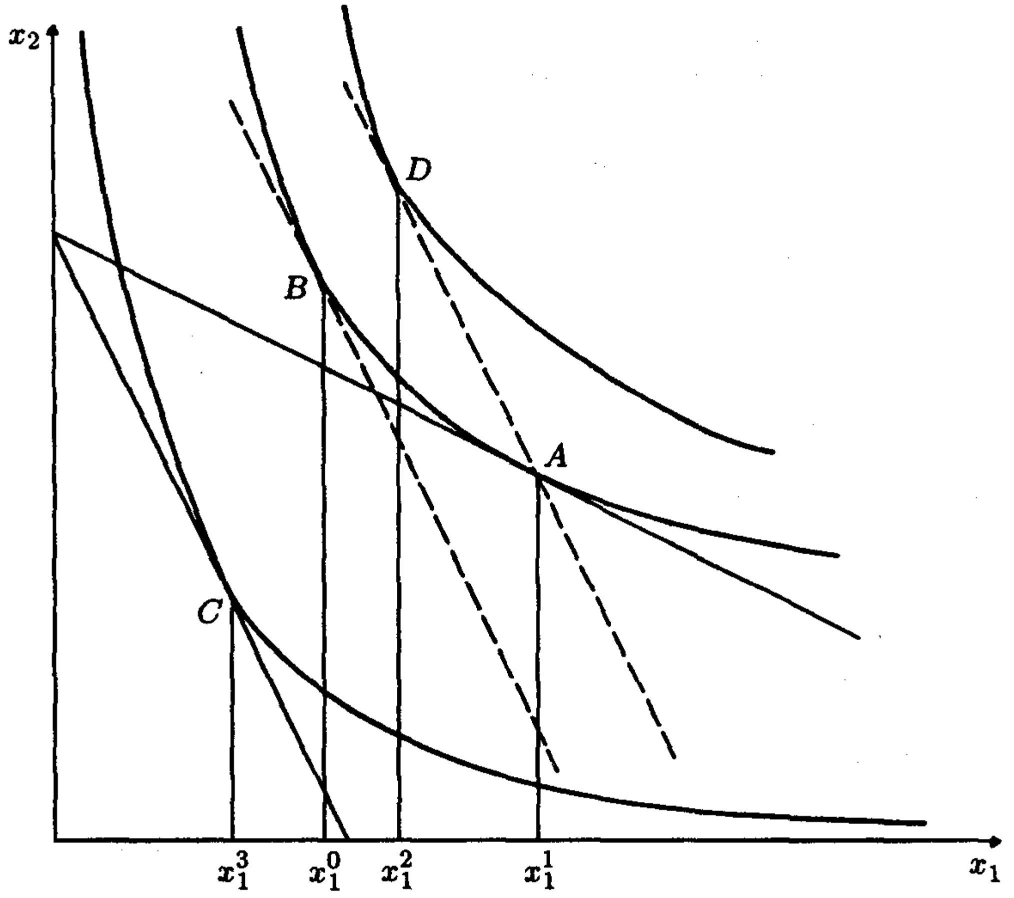
Нека сега да допуснем, че единствената разлика между $\mathbf{p}^1$ и $\mathbf{p}^2$ е при p_i. Тогава (40) ни дава

$$\left(p_i^1 - p_i^2\right)\left(x_i^1 - x_i^2\right) \leq 0 \tag{41}$$

и получаваме известния в общия случай резултат, че ефектът от заместването е отрицателен.

Ако обединим фиг. 4.5 и 4.7, ще можем да видим, че има разлика между подхода на явните предпочитания и подхода на полезността в начина, по който те разделят ценовия ефект на ефект от дохода и ефект от заместването. Точките A, B, C и D на фиг. 4.8 са точно както на фиг. 4.5 и 4.7. Можем веднага да видим, че ако дадем на потребителя достатъчно доход след нарастването на p_2, за да му дадем възможност все още да потребява в A, тогава той всъщност ще потребява в D, която е върху по-висока крива на безразличие от A. Ние сме го свръхкомпенсирали за покачването на цените: по-малко количество компенсация, което би му позволило да консумира в B, би било достатъчно, за да запази неговия реален доход постоянен. Все пак Ви се предоставя възможността сами да покажете в пример 4.22, че това става само в случай, че не разглеждаме безкрайно малки промени в цените: ефектът на дохода при безкрайно малка промяна в цената е един и същ и в двете дефиниции, така че разделянето на ценовия ефект на ефекти на заместването и на дохода е един и същ и равенствата (35) и (37) еднакво добре биха могли да се получат от подхода на проявените предпочитания.

Накрая нека да разгледаме някои ситуации, където промяната на дохода, необходима за компенсация на промените в цените, действително е пресметната и платена. Да предположим, че правителството е пресметнало, че „разходите за живот" на пенсионерите са нараснали с 10% и техните пенсии следователно би трябвало да бъдат повишени с 10%. Да направим това звучащо познато твърдение по-прецизно: Правителството определя какъв пакет от стоки се консумира от един „типичен пенсионер". След това с нарастването на цените, тъй като някои от тях нарастват повече от други, то



Фиг. 4.8. Сравнение между подхода на проявените предпочитания и подхода на полезността

пресмята, че разходите за този пакет са нараснали с 10%. По този начин необходимо би било повишение от 10% на паричния доход, за да бъде в състояние типичният пенсионер да купи това, което е купувал преди да се повиши цената. Фиг. 4.8 обаче показва, че компенсацията, която позволява покупката на първоначалната кошница, също така обикновено позволява покупката на кошници, които са в действителност по-добри от първоначалната. Това, че фиг. 4.8 не представя подвеждащо прост случай, се вижда от факта, че най-общо, ако $\mathbf{p}^2\mathbf{x}^2 = \mathbf{p}^2\mathbf{x}^1$, то от по-предишни съображения следва, че се предпочита $\mathbf{x}^2$ пред $\mathbf{x}^1$. (Има две тривиални изключения от това твърдение: два случая, при които $\mathbf{x}^2$ е същото като $\mathbf{x}^1$. Оставяме на Вас да намерите кои са тези случаи — вж. упражнение 4.21.) Следователно 10% покачване на дохода след 10% покачване в „разходите за живот" поставя типичния пенсионер в по-добри позиции отпреди. Интуитивната страна на този резултат е проста: 10%-ното покачване на разходите за живот включва обикновено повишаване на някои цени с повече от 10%, а на други с по-малко от 10%. С други думи, това е *относителна* промяна на цените. Пенсионерът може да купува това, което е купувал преди, и да бъде толкова състоятелен, колкото и преди, но трябва да замени стоките, чийто цени са се покачили повече, и да се ориентира към стоки с по-малко повишение, като по този начин подобри положението си.

Защо тогава правителствата пресмятат нарастването на доходите, необходимо да позволи на пенсионера да купи предишната кошница от стоки, вместо (по-малкото) нарастването на дохода, което би дало възможност на пенсионера да стои на своята стара крива на безразличие? Отговорът е очевиден: правителството може да разбере какво купува един типичен пенсионер, но не може да намери типичните пенсионерски криви на безразличието.

Същите доводи са в сила и при преговорите с профсъюзите относно повишаването на доходите за покриване на разходите за живот; или при сравняване на разходите за живот в две различни страни. Ако пресметнем дохода, необходим през втората година или във втората ситуация, за закупуването на стоките, консумирани през първата година или при първата ситуация (това се нарича „използване на базово претегления индекс“ на разходите за живот), то надценяваме дохода, действително необходим за да се запази типичният стандарт на живот на потребителя.

4.7. *Предлагането на труд от индивида*

Лесно е да се разшири теорията на консуматора, за да се предложи много прост модел за предлагането на труд. Нека $\mathbf{x}$ е векторът на стоките, консумирани седмично от даден индивид, а L е броят на часовете, които той работи седмично. Тъй като седмицата има общо 168 часа, той не работи $168 - L$ часа. Това нарекохме свободно време и го означихме с

$$N = 168 - L, \tag{42}$$

а можем да разглеждаме свободното време като друга „стока“, която му дава възможност да се наслаждава на живота, така че функцията на полезността е

$$U = U(\mathbf{x}, N). \tag{43}$$

Ако предположим, че потребителят има паричен доход m, получен от източници, различни от работата му, и ако почасовото заплащане е w, то общият наличен доход за разноски за **x** е $wL + m$, така че неговите бюджетни ограничения са

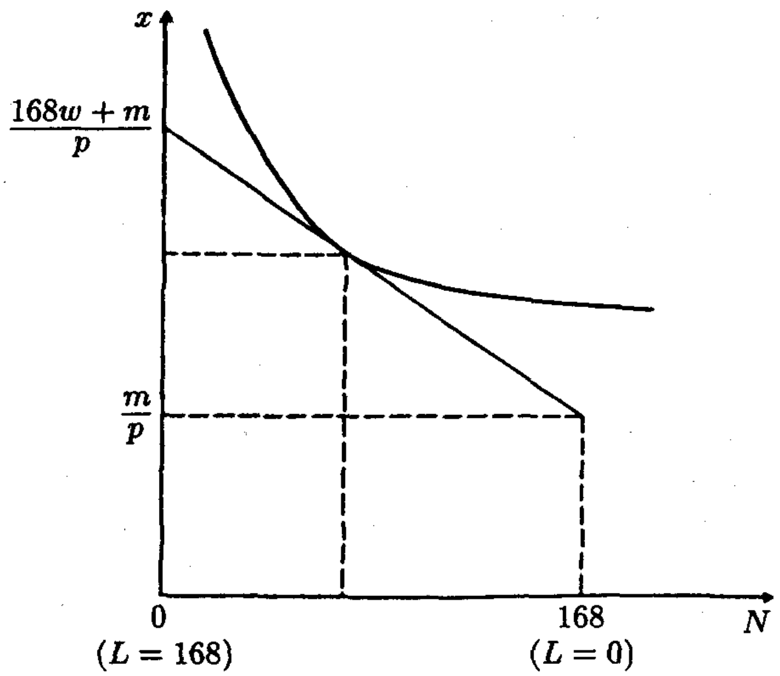
(44) $$\mathbf{px} = wL + m.$$

Като използваме (42), можем да запишем

(45) $$\mathbf{px} + wN = 168w + m.$$

Следователно целта на индивида е да максимализира (43) при условие (45). Забележете как (45) показва, че разходът при благоприятна възможност за свободно време е w: потребителят започва седмицата с пари m и 168 часа, всеки от които може да бъде продаден за w, и всеки час за свободно време, който той си позволява, струва w, точно както всяка единица стока i струва p_i.

Случаят, когато в **x** има само една стока x, е илюстриран на фиг. 4.9. Бюджетната линия завършва в $N = 168$, $x = m/p$, тъй като индивидът не може да работи по-малко от 0 часа, и в тази точка той ще изразходи m/p за x.



Фиг. 4.9. Предлагането на труд от индивида

Наклонът на бюджетната линия е w/p , често считан за „реална надница“, тъй като тя се измерва в стока (в противовес на парите), която се получава от един допълнителен час труд. Ясно е, че оптималната точка както обикновено е точката на допиране, където $U_N/U_x = w/p$.

В общия случай, максимализирайки (43) при условие (45), получаваме условията на Лагранж от първи ред

$$\partial U/\partial x_i = \lambda p_i, \quad i = 1, \ldots, n, \tag{46}$$

$$\partial U/\partial N = \lambda w \tag{47}$$

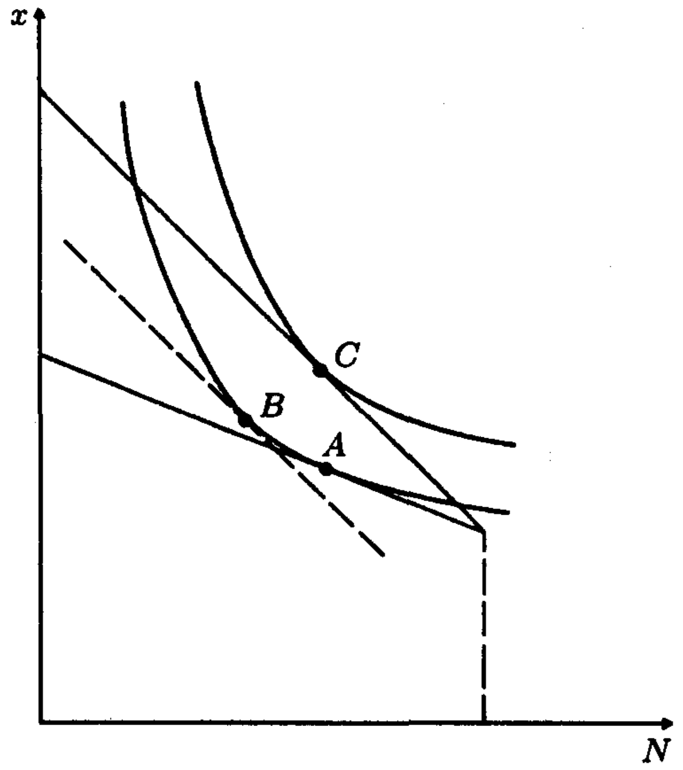
и, разбира се, (45). От тези $n+2$ уравнения относно $\mathbf{x}$, N и λ, получаваме функциите на търсенето на потребителя $\mathbf{x}(\mathbf{p}, w, m)$ и $N(\mathbf{p}, w, m)$, като последната е търсенето на свободно време, а от факта, че $L = 168 - N$, получаваме функцията на предлагането на труд

$$L = L(\mathbf{p}, w, m) = 168 - N(\mathbf{p}, w, m). \tag{48}$$

Най-интересният момент в тази проста теория е, че когато свободното време е нормална стока, ефектите на доходите и на заместването действат в *противоположни* посоки, така че ефектът на w върху $L(\mathbf{p}, w, m)$ е спорен. (Сравнете с функцията на търсенето $\mathbf{x}(\mathbf{p}, w, m)$: лесно се потвърждава, както преди, че ефектът на p_i върху x_i е спорен само когато x_i е непълноценна стока.) Това се получава, понеже w се появява и в двете страни на (45), което лесно се вижда на фиг. 4.10, показваща ефекта от нарастването на w. Избраната точка се премества от A в C.

Тъй като C лежи на по-висока крива на безразличието от A, то било е осъществено покачване в реалния доход, което може да бъде компенсирано чрез намаляване на паричния доход m, водещо до преместване на бюджетната линия в посока на началото, успоредно на новата бюджетна линия, докато избраната точка B е върху старата крива на безразличие. Преместването от A в B е ефектът на заместването: покачването в нормата на надницата води до покачване в относителните разходи за свободно време, така че търсенето на свободно време пада, а предлагането на труд нараства. Преместването от B в C е ефектът на дохода, което води (тъй като свободното време се приема за нормална стока) до покачване на търсенето на свободно време и спад в предлагането на труд. Сумата на двете промени би могла да даде или намаляване, или увеличаване на предлагането на труд.

Този анализ се използва, за да се обясни ефектът на данъка върху общия доход върху предлагането на труд от страна на работниците. Покачването на данъка върху общия доход е ефективно намаляване на нормата на надниците. Ефектът на заместването намалява



Фиг. 4.10. Ефектите на дохода и заместването при покачване на надницата

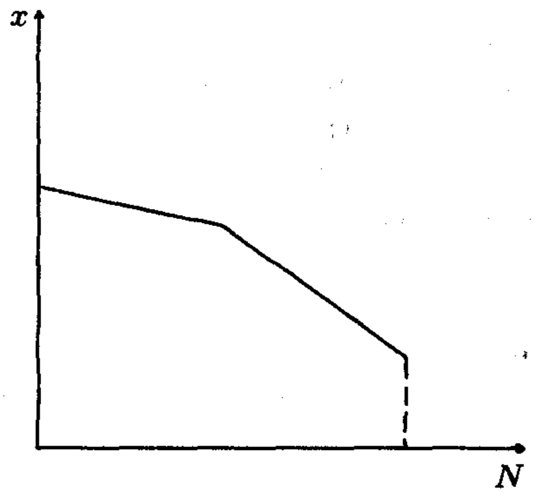
желанието за работа: „не си струва да работя толкова усилено, ако давам повечето от парите си за данъци“ е обикновеното обяснение. Ефектът на дохода обаче покачва предлагането на труд: „трябва да работя по-усилено, за да ми останат достатъчно след плащане на данъците“.

Чрез разглеждането на оптимизационна задача с различни ограничения бихме могли да получим компенсирани функции на търсенето и функция на разходите, включващи предлагането на труд, както и търсенето на стока (или, което е еквивалентно, включващи свободното време като една от търсените стоки). Целият този анализ е съвсем разбираем и на Вас се предоставя да го развиете, ако желаете.

За някои от целите, които си поставяме, е полезно да се приложи подходът на проявеното предпочитание към този клас от задачи. И тук отново разширението на анализа на проявеното предпочитание, развит по-горе, е съвсем разбираемо и не се обяснява подробно.

Трябва да се подчертае, че това е един твърде опростен модел. Най-явното отклонение от реалността е, че има малко на брой дейности, които се заплащат с почасова надница *и* позволяват на работника да избира часовете си за работа. (Това може поне частично да бъде парирано, като се вземе под внимание, че работниците могат да избират измежду различни възможности за работа, всяка от които има фиксирано, но различно работно време.) По-важно, може би, е възражението, че трудът, предлаган от даден работник, не е хомогенна едномерна величина, измервана в часове и плащана по фиксирана тарифа, а по-скоро включва усложненията от различията в способностите, ентусиазма, усилията и удовлетворението от работата. Поради това и теорията, скицирана по-горе, е по-скоро начало на теоретичното разработване на проблематиката, включваща предлагането на труд, отколкото нейната последна дума.

Да отбележим все пак, че е сравнително лесно да се въведат някои усложнения. Плащането на извънредно изработени часове от известен момент нататък е по по-висока тарифа. „Прогресивен" данък общ доход означава по-висока тарифа на данъка, което от своя страна означава по-ниска следданъчна тарифа на надницата, след достигането на дадено ниво. Такива разнообразни тарифи на надницата водят до своеобразни бюджетни линии, илюстрирани на фиг. 4.11, която показва как би изглеждала бюджетната линия при прогресивен данък общ доход. (Един „регресивен" данък общ доход или една система за извънредните часове биха довели до друг вид на линията.)



Фиг. 4.11. Своеобразна бюджетна линия

4.8. *Пазарното търсене и предлагането на труд*

Цялата тази глава се отнася до индивидуално поведение, но точно както получихме функциите на пазарното предлагане за дадена стока чрез събиране на функциите на предлагане на различни фирми, по същия начин можем да получим функцията на пазарното търсене на една стока чрез събиране на функциите на търсенето на отделните индивиди. Следователно ако имаме H индивида, означени с индексите $h = 1, \ldots, H$, и с функции на търсенето $x_i^h(\mathbf{p}, m^h)$ за стоката i, то търсенето на пазара се дава от

$$\sum_{h=1}^{H} x_i^h(\mathbf{p}, m^h).$$

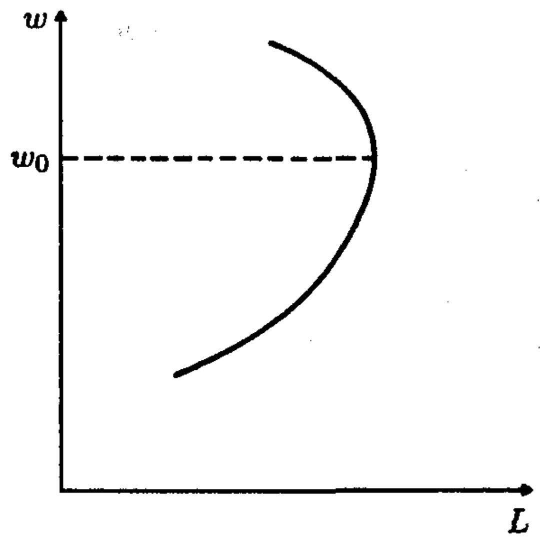
Ако приемем, че случаят Гифен е изключен, и тъй като търсенето на всеки от индивидите е намаляваща функция на p_i, можем да кажем, че пазарното търсене е намаляваща функция на p_i. В термините на една диаграма това означава, че сумираме хоризонтално едно множество от отделни спадащи криви на търсенето, за да получим спадаща крива на пазарното търсене.

По-трудно е обаче да се изключи „перверзното“ поведение на предлагането на труд. Видяхме, че възможността един работник да желае да работи по-малко, когато доходите растат, не е някакво изключение, дължащо се на неподходящо подбрано множество от условия, а реална възможност. В такъв случай кривата на предлагането на труд на индивида ще се изгърби обратно, както е илюстрирано на фиг. 4.12 за $w > w_0$. Ясно е, че вследствие на това сумарното предлагане на труд също би могло да се изгърби обратно. В случая на частична заетост обаче наблюдаването на всяка тенденция от този вид би могло поне частично да бъде парирано от факта, че по-високите надници би трябвало да привлекат нови работници към тази заетост.

Упражнения

4.1. Използвайте предположение (i) в раздел 4.1, за да докажете, че кривите на безразличие не могат да се пресичат.

4.2. Изведете функциите на търсенето, съответстващи на функциите на полезност:



Фиг. 4.12. Обратно изгърбено предлагане на труд

(i) $\log x_1 + \log x_2$;

(ii) $x_1^2 x_2$;

(iii) $x_1^\alpha x_2^\beta x_3^\gamma$,

където в (iii) α, β, γ са всичките положителни и $\alpha + \beta + \gamma = 1$.

4.3. Кои от следните функции на полезност представляват едно и също множество от предпочитания:

(i) $x_1^{1/2} x_2^{1/2}$

(ii) $x_1^2 x_2$

(iii) $\log x_1 + \log x_2$?

4.4. Изведете условията от първи ред за максимализацията на полезността за потребител, чиято функция на полезност е $f(U(\mathbf{x}))$, където f е функция, чиято производна е винаги положителна, и покажете, че получените функции на търсенето са същите както е за потребител, чиято функция на полезността е $U(\mathbf{x})$. Обяснете защо това е така.

4.5. Докажете, че функциите на търсенето на потребителя са хомогенни от степен 0 относно $\mathbf{p}$ и m. Дайте словесно обяснение на този факт.

4.6. Покажете в диаграма, че ако функцията на полезността не е квази-вдлъбната, то условията от първи ред няма по необходимост да решават задачата за максимизиране на полезността.

4.7. Формулирайте и докажете резултатите за фирмата, минимализираща разходите, които съответстват на (29) и (30).

4.8. Изведете компенсираните функции на търсенето и функциите на разходите, съответстващи на функциите на полезност:

(i) $x_1^{1/2} + x_2^{1/2}$;

(ii) $\alpha \log x_1 + (1-\alpha) \log x_2$

и потвърдете, че (29) и (33) са в сила (да припомним, че функциите на търсенето бяха получени в раздел 4.3).

4.9. За функцията на полезността $x_1^\alpha x_2^{1-\alpha}$ потвърдете, че са в сила (35), (37) и (38).

4.10. Докажете, че ефектът на заместването е отрицателен.

4.11. Докажете, че компенсираните функции на търсенето са хомогенни от степен 0 относно цените и че функцията на разноските е хомогенна от степен 1 относно цените. Дайте словесно обяснение.

4.12. Покажете на диаграма възможността една стока да бъде непълноценна.

4.13. Оказва се по необходимост, че $\sum\limits_{i=1}^{n} p_i x_i(\mathbf{p}, m) = m$. Използвайте този факт, за да покажете, че не всички стоки могат да бъдат непълноценни. Уточнете твърдението в раздел 4.5, че за една стока е „по-правдоподобно“ да бъде нормална, отколкото непълноценна.

4.14. Да предположим, че всички стоки, които един потребител купува, са нормални за него и че цената на всяка стока се повишава с 10%, като паричният доход на потребителя остава непроменен. Какъв ще бъде ефектът върху неговата потребителска схема?

4.15. Начертайте диаграма, за да илюстрирате случая със стоката на Гифен.

4.16. Ако другите елементи са равни, то по-правдоподобно е една непълноценна стока да бъде стока на Гифен, ако потребителите изразходват по-голяма част от приходите си за нея. Дайте словесно обяснение за това, дайте геометрично обяснение в термините на диаграмата, използвана за отговор на упражнение 4.15, и използвайте (36), за да дадете математическо обяснение.

4.17. Докажете (38).

4.18. Докажете, че ако има само две стоки, те трябва да са заместители, но като начертаете диаграма, покажете, че не е необходимо те да бъдат брутни заместители.

4.19. Във функцията на полезността

$$U(x_1, x_2) = (x_1 - a_1)^{\alpha}(x_2 - a_2)^{1-\alpha}$$

α е константа, удовлетворяваща $0 < \alpha < 1$, а a_1 и a_2 са положителни константи. Изведете функциите на търсенето, компенсираните функции на търсенето и функцията на разноските съответстващи на тази функция на полезността. (Ще ги намерите много лесно, ако следвате плътно това, което беше направено в случая на функцията $x_1^{\alpha}x_2^{1-\alpha}$.)

Дайте интерпретация на константите a_1 и a_2 и определете дали стоките са заместители или брутни заместители.

Потвърдете, че е в сила уравнението на Слуцки.

4.20. Наблюдавате потребител в две ситуации:

(i) при доход 80 лири той купува 20 единици от стока x на цена една лира всяка и 3 единици от стока y на цена 20 лири всяка;

(ii) при доход 160 лири той купува 30 единици от стока x на цена 4 лири всяка и 2 единици от стока y на цена 20 лири всяка.

Поведението му в двете ситуации в унисон ли е с предположението, че той има неизменни предпочитания?

4.21. Покажете, че има две множества от обстоятелства (едното, появяващо се от естеството на промените на цените и дохода, а другото, появяващо се от естеството на потребителските предпочитания), при които едно изменение на цените и дохода, удовлетворяващо $m^2 = \mathbf{p}^2 x^1$ няма да доведе до промени в потреблението, така че $\mathbf{x}^2 = \mathbf{x}^1$.

***4.22.** Резултатът, аналогичен на (29), е очевиден, ако за компенсация на доходите при промяна на цените се използва концепцията на проявените предпочитания. Покажете в такъв случай, че ефектът върху доходите от покачването на p_i, се дава от $-x_i(\partial x_i/\partial m)$, независимо от това коя концепция за компенсация се използва, така че уравнението на Слуцки може да се получи също и чрез подхода на проявените предпочитания.

4.23. Държавен служител е преместен на работа от Лондон в Брюксел. Правителството пресмята дохода, който ще му е необходим, за да „запази предишния си стандарт на живот“ и му плаща този доход в белгийски франкове. По-добре ли ще бъде държавният служител или по-зле?

4.24. Предпочитанията на един индивид се описват чрез функцията на полезността

$$U(x_1, x_2, N) = \log x_1 + 2\log x_2 + 9\log N,$$

където x_1 и x_2 са количествата от стока, консумирани дневно, L е броят на работните часове дневно и $N = 24 - L$. Цените на стоките са p_1 и p_2. Неговият доход частично се получава от работа, която се заплаща по w парични единици на час, а освен това той има и „нетрудови" доходи от по m парични единици дневно. Изведете функциите на търсенето на стоките от индивида и функцията на предлагането на неговия труд. Покажете, че ако $m = 0$, той работи фиксиран брой часове на ден независимо от цените, но ако $m > 0$ ефектът на заместването от нарастването на надницата надделява над ефекта от доходите.

4.25. Да разгледаме индивид, чието поведение се описва от максимализацията на $U(x, N)$ с ограничение на бюджета, където N е свободното време, а x е потреблението на една отделна стока. Правителството разглежда два начина за облагане на неговия доход:

(i) „прогресивен" данък, при който първата част от дохода до дадено ниво се облага с ниска тарифа, останалата част — с висока тарифа;

(ii) „регресивен" данък, при който тарифата до дадено ниво е висока, а за остатъка — ниска.

Ако тарифите в двете системи са избрани така, че и в двата случая да водят до един и същ реален доход на индивида, в коя от двете системи той ще предлага повече работа?

(Отговорете на този въпрос, като първо използвате функцията на полезността, а след това дефиницията на проявеното предпочитание.)

4.26. Г-н Дулитъл има „нетрудов" договор от 40 лири стерлинги седмично, но решава да работи 20 часа седмично с надница от 2 лири на час. Загубвайки тази работа, той намира друга, която се заплаща по 1,80 лири стерлинги на час, и решава да работи по 25 часа седмично тази работа.

(i) Неговото поведение в унисон ли е с постоянните предпочитания?

(ii) В кой от случаите той е по-добре?

(iii) Възможно ли е да се изведе логически дали за него свободното време е нормална или непълноценна стока?

(iv) Ако по време на своята втора работа „нетрудовите" му доходи нарастнат на 44 лири стерлинги седмично поради смъртта на богатата му леля, но той продължи да работи по 25 часа седмично, ще можете ли да заключите, че това скръбно събитие е довело до промяна на предпочитанията му?

4.27. Понякога се твърди, че заедно с нарастването на надниците на миньорите във Великобритания нараства и броят на отсъствията от работа. Бихте ли могли да обясните такова явление?

ГЛАВА 5

Икономика на благоденствието при конкурентни пазари

5.1. *Увод*

Веднъж развили теория, която цели да опише как конкурентният пазар разпределя ресурси, вече имаме възможност да започнем да *оценяваме* пазарния механизъм. Видяхме как системата на цените регулира търсенето и предлагането както на началните, така и на крайните стоки, привличайки фирмите към определени производства, контролирайки ги как и колко да произвеждат и разпределяйки стоките между потребителите. Дали обаче системата на цените си върши добре работата? Икономиката на благоденствието се състои в изучаването на въпроси от такова естество.

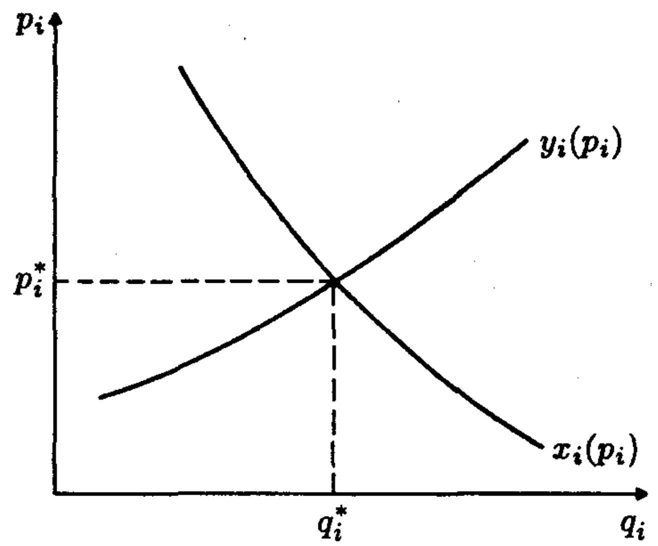
Има едно често употребявано съждение, което гласи следното: на конкурентни пазари фирмите произвеждат количества, при които маргиналният разход е равен на цената, докато потребителите купуват стоките до момента, в който цените са по-малки или равни на това, което те са склонни да заплатят. Маргиналният разход представлява разхода за допълнителните ресурси, необходими за произвеждането на допълнителна единица стока. Пазарът разпределя произведените стоки, като ги насочва към тези индивиди, които са готови да заплатят поне разходите за доставка на стоката до тях, и лишава от тях индивидите, които не искат да заплатят тези разходи, а предпочитат да харчат парите си за други стоки. Подобно съждение може да се направи за стоки, които са краен продукт на една промишленост и суровина за друга, или за труда, предлаган от индивидите и използван от фирмите. По такъв начин стоките се разпределят между тези, които имат желание да платят за тях, а ресурсите отиват по предназначение, в което те са най-високо ценени.

Това съждение е онагледено на фиг. 5.1 в диаграма на търсенето и предлагането на стока i. Кривата на предлагането $y_i(p_i)$ и кривата на търсенето $x_i(p_i)$ се пресичат в равновесната цена и количество p_i^*, q_i^*.

Кривата на предлагането е сумата от кривите на маргиналните разходи на производителя (MC), така че когато $y_i < q_i^*$, $\mathrm{MC}_i < p_i^*$, а когато $y_i > q_i^*$, $\mathrm{MC}_i > p_i^*$. Кривата на търсенето се определя от потребителите и, както вече видяхме, типичният потребител удовлетворява равенството

$$p_i = \frac{1}{\lambda}\frac{\partial U}{\partial x_i} \qquad (1)$$

(вж. (4.8)), което би могло да се изрази най-общо като се каже, че цената трябва да бъде равна на „маргиналната полезност“ (MU). (Забележете, че λ не зависи от i и си спомнете, че истинската стойност на полезността няма значение.) Следователно за $x_i < q_i^*$, $\mathrm{MU}_i > p_i^*$, докато ако $x_i > q_i^*$, $\mathrm{MU}_i < p_i^*$, където MU_i представлява $(1/\lambda)(\partial U/\partial x_i)$.



Фиг. 5.1. Равновесие на конкурентните пазари

Не е желателно да имаме $q_i < q_i^*$, защото тогава $\mathrm{MC}_i < \mathrm{MU}_i$, а има индивиди, които са готови да заплатят за единица стока повече от разхода за доставка. Обратно, при $q_i > q_i^*$, $\mathrm{MC}_i > \mathrm{MU}_i$ е твърде високо. Количеството, уравновесяващо пазара, $q_i = q_i^*$ е оптималното количество.

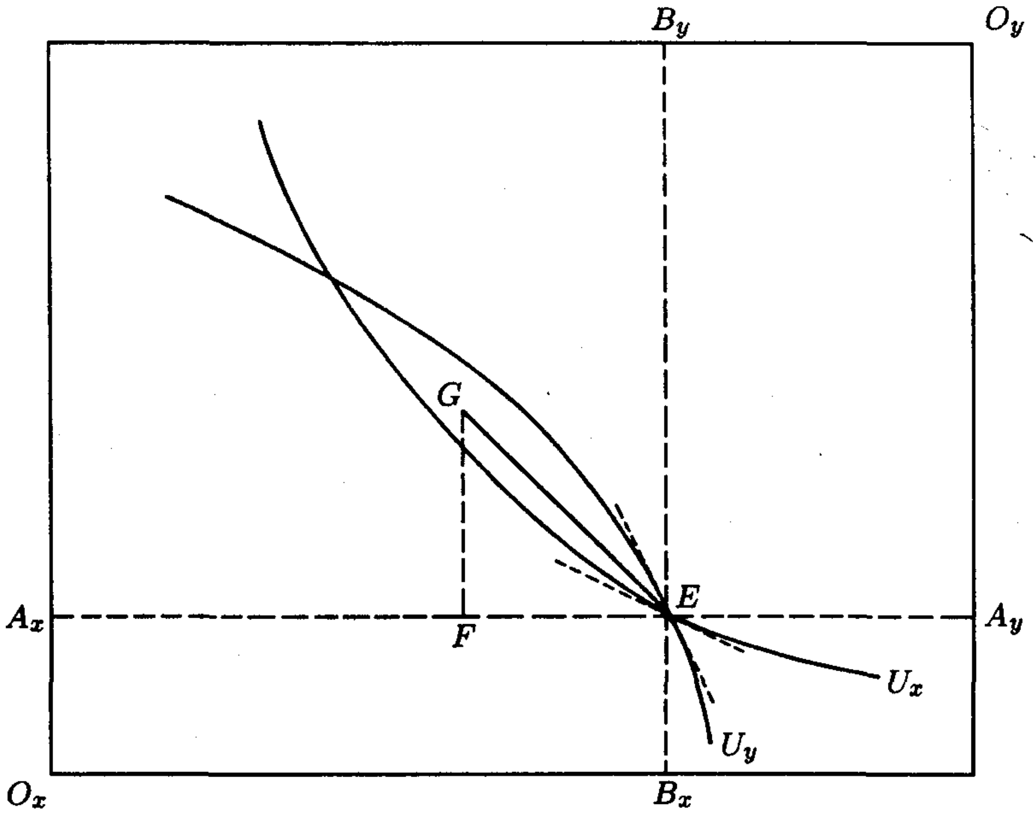
Има няколко особености на това съждение, на които трябва да се обърне внимание. (i) Трябва да отбележим, че то се отнася до конкурентен пазар, на който и предлагащите, и търсещите разглеждат цената като даденост, която не зависи от техните действия. Когато наблюдаваме пазари, които не са конкурентни в този смисъл, ще видим, че положението е различно. Това ще бъде разгледано в следващата глава. (ii) Допускаме, че потребителите действат рационално, така че да удовлетворяват своите желания възможно найефективно, и приемаме собствената преценка на потребителите за това, какво е добро за тях. Трябва да помислим и за възможността потребителите да действат нерационално или неразумно; или че са повлияни от подвеждаща информация за продуктите, като са били неточно осведомени. В този дух един производител може да бъде неточно осведомен за техническите възможности, до които той има достъп. Фактът, че няма какво повече да кажем по тези въпроси, не означава, че те не са важни. (iii) Това, което производителят плаща за начални стоки, може да не е реалният производствен разход: например ако той не трябва да заплаща за почистване на замърсяването, предизвикано от неговата дейност. Подобно съждение се отнася и за потребителите: пушенето в присъствието на непущачи може да доведе до разходи от страна на непушачите, които пушача да не отчита. (iv) „Полезността“ няма значение сама за себе си и следователно „маргиналната полезност“ не е сравнима за отделните индивиди. Когато един потребител реши да изхарчи пари за една стока, вместо за друга, можем да допуснем (в съответствие с определенията в (ii) по-горе), че той предпочита избраната стока (неговата маргинална полезност за долар, изхарчен за избраната стока, е по-голяма). Но фактът, че един индивид е склонен да плати за една стока повече от друг индивид отразява по-скоро тяхното индивидуално благосъстояние, отколкото относителните им нужди. (v) В това съждение има елемент на зараждането на нов въпрос. При използването на концепцията за маргиналния разход неявно предполагаме, че пазарната оценка на началните стоки е правилна: т.е., за да покажем, че един пазар работи оптимално, изглежда допускаме, че и другите пазари работят оптимално. Потреблението от индивида на други стоки също се включва в неговата „маргинална полезност“. Трябва да разглеждаме пазарите в съвкупност. Следващият раздел се занимава с това и постепенно хвърля светлина върху проблема, повдигнат в (iv).

5.2. *Ефективност на Парето*

Да разгледаме стопанство в което има n стоки, консумирани от индивиди, а трудът е единственият фактор на производството, предлаган от индивидите, така че тяхното поведение съответства на описаното в раздел 4.7. (Лесно се вижда, че предположението, че трудът е единственият фактор, предлаган от индивидите, може да бъде изоставено, без да се налагат основни промени в аргументацията по-долу. Това предположение се прави само за опростяване на изложението.) Индивидът h потребява стоки в количества, зададени от вектора $\mathbf{x}^h = \left(x_1^h, \dots, x_n^h\right)$, и предлага труд L^h, а в цялото стопанство има H индивида. Пълно описание на цялото потребление и предлагане на труд в стопанството се задава посредством вектора $\mathbf{a} = (\mathbf{x}^1, \mathbf{x}^2, \dots, \mathbf{x}^H, L^1, L^2, \dots, L^H)$ с дължина $(n+1)H$, а такъв вектор се нарича разпределение. (Забележете, че $\mathbf{a}$ не е сумата от търсенето и предлагането на различните домакинства; той съдържа всеки индивидуален вектор на потреблението и предлагането на труд, подредени един след друг.) Казваме, че разпределението $\mathbf{a}^*$ е *ефективно в смисъла на Парето*, когато *не* съществува друго възможно разпределение $\mathbf{a}^0$ такова, че: (i) всеки индивид h предпочита $(\mathbf{x}^{h0}, L^{h0})$ пред $(\mathbf{x}^{h*}, L^{h*})$ или е безразличен в избора си между тях; (ii) съществува индивид k, който предпочита $(\mathbf{x}^{k0}, L^{k0})$ пред $(\mathbf{x}^{k*}, L^{k*})$. С други думи, $\mathbf{a}^*$ е ефективно в смисъла на Парето, ако е невъзможно да подобрим състоянието на някого, без да влошим състоянието на другиго.

(Понякога казваме, че $\mathbf{a}$ превъзхожда $\mathbf{a}^1$ в смисъла на Парето, ако всеки предпочита състоянието си в $\mathbf{a}$ пред състоянието си в $\mathbf{a}^1$ или е безразличен към тях и поне един индивид предпочита състоянието си в $\mathbf{a}$. По този начин $\mathbf{a}^*$ е ефективно в смисъла на Парето при положение, че не съществува разпределение, което да го превъзхожда.)

Да разгледаме следния пример. Двама индивиди X и Y притежават първоначално няколко ябълки и няколко банана всеки. Няма предлагане на труд и няма производство. Маргиналната норма на заместването на ябълките с банани при началното разпределение за X е 1: размяната на една ябълка за един банан би го оставила безразличен. Маргиналната норма на заместване за Y е 4: той би бил безразличен към замяната на четири ябълки за един банан. Ясно е, че ако Y даде на X две ябълки в замяна на един банан, и двамата ще бъдат в по-добро положение. Следователно първоначалното разпределение не е ефективно в смисъла на Парето.



Фиг. 5.2. Неефективно разпределение в смисъла на Парето

Това може да се види изобразено графично на фиг. 5.2, което е диаграма, наричана „кутията на Еджуърт". X има O_xA_x ябълки и O_xB_x банани, а O_x е началото на неговите криви на безразличие. Началото на Y е O_y, неговата карта на безразличие е завъртяна на 180° и той притежава O_yA_y ябълки и O_yB_y банани. Височината и дължината на кутията измерват следователно общите количества ябълки и банани, с които X и Y разполагат, а E представлява първоначалното разпределение. Кривата на безразличието U_x, която минава през E, отразява предпочитанията на X и има наклон 1 (неговата маргинална норма на заместване) в E. По същия начин U_y е кривата на безразличието на Y през E и има наклон 4 в тази точка. Чрез размяната на 2 ябълки за 1 банан те могат да се преместят от първоначалното разпределение в ново разпределение в G. X дава EF банана на Y в замяна на FG ябълки, получени от Y. В G и двамата са по-добре, защото G лежи над U_x (гледано от O_x) и над U_y (гледано от O_y). Би трябвало да е ясно, че причината да намерят размяна, която да поставя и двамата в по-добро положение е фактът, че техните маргинални норми на заместване в началото бяха различни.

*5.3. Ефективност на конкурентното общо равновесие

В глава 1 видяхме ползата от частичния анализ на равновесието. Равновесието на отделен пазар (или на малък брой тясно свързани пазари) възниква, когато търсенето и предлагането на една стока са еднакви и очакванията на всички страни са изпълнени. Сега накратко ще се спрем на *общото равновесие*, което съществува, когато *всички* пазари в едно стопанство са в равновесие. Следователно в стопанство, в което има n стоки и работна сила, предполагаме, че при цени $(\mathbf{p}, \mathbf{w}) = (p_1, p_2, \ldots, p_n, w)$ всичките $n+1$ пазари са в равновесие и нека $\mathbf{a}$ е полученото разпределение.

При частично равновесие нямаше трудности за съществуването на равновесието. Пресечната точка на низходящата крива на търсенето и на възходящата крива на предлагането определя равновесието, и даже ако при положителна цена и количество такава пресечна точка не съществува, можем все пак да определим какво ще бъде равновесието. Уверихме се, че проблемът за стабилността на равновесието е по-сложен и съждението, което внушаваше, че частичното равновесие по принцип трябва да е стабилно, се оказа доста нестрого.

Нещата са много по-трудни, когато разглеждаме общото равновесие. Да се докаже съществуването на съвкупност от цени, при които търсенето и предлагането се изравняват едновременно на няколко пазара, не е тривиално занимание. Още по-трудно е да намерим условията, при които едно такова равновесие ще бъде стабилно в смисъл, че реалният вектор на цените ще клони с течение на времето към равновесния вектор на цените. Тази проблематика привлече вниманието на специалистите по математическа икономика и ако продължите да изучавате икономиката, ще се запознаете с работата, която е била извършена в тази област. Те не се обсъждат в тази книга, защото разглеждането им би изисквало математически средства, които са доста по-сложни от използваните тук.

Нека тогава просто да *предположим*, че стопанството по някакъв начин е достигнало до равновесните вектори на цените и до равновесното разпределение. Да допуснем, че $\mathbf{a}$ не е ефективно в смисъла на Парето, така че съществува разпределение $\mathbf{a}^0$, което поставя един индивид в по-изгодно положение и не поставя нито един в неизгодно. Понеже **a** е избрано от индивидите в ситуация, в която индивидът h е изправен пред бюджетното ограничение (вж. раздел 4.7)

$$\mathbf{p}\mathbf{x}^h = wL^h + m^h, \tag{2}$$

където m^h е нетрудов паричен доход, то оттук ще следва, че за всички h,

$$\mathbf{p}\mathbf{x}^{h0} - wL^{h0} \geq \mathbf{p}\mathbf{x}^h - wL^h, \tag{3}$$

докато за индивида k, който стриктно се придържа към своята част от разпределението $\mathbf{a}^0$,

$$\mathbf{p}\mathbf{x}^{k0} - wL^{k0} > \mathbf{p}\mathbf{x}^k - wL^k, \tag{4}$$

тъй като един рационален индивид би избрал вектора, който го поставя в по-добра позиция, ако не е по-скъп, и би избрал по-евтиния от векторите, в предпочитанията си към които е безразличен. (Прочетете отново раздел 4.6, ако не го разбирате.) Събирането на тези неравенства ни дава

$$\mathbf{p}\mathbf{x}^0 - wL^0 > \mathbf{p}\mathbf{x} - wL, \tag{5}$$

където $\mathbf{x} = \sum_{h=1}^{H} \mathbf{x}^h$ е съвкупният вектор на потреблението при разпределение **a**, $L = \sum_{h=1}^{H} L^h$ и т.н.

Дясната страна на (5) представлява разноските за стоки от потребителите без техния трудов доход в конкурентното равновесие и според (2) тя трябва да е равна на сумата от нетрудовите доходи m^h на потребителите. Понеже трудът е единственият фактор, предлаган от индивидите, доходите m^h трябва да дойдат от дяловете на индивидите в доходите на фирмите от печалби (включително даването под наем на каквато и да е фирмена собственост). Следователно дясната страна на (5) е общата печалба на фирмите.

(Друг начин да се достигне до същия извод е да се забележи, че приходът на фирмите е разходът на потребителите, докато разходът на фирмите е трудовият приход на потребителите.)

По предположение обаче $\mathbf{a}^0$ е допустимо разпределение, такова че $(\mathbf{x}^0, L^0)$ е допустимо множество от начални стоки и крайна продукция, които фирмите в това стопанство могат да си позволят. Лявата страна на (5) е цялата печалба, която може да бъде реализирана от фирмите при цени $(\mathbf{p}, w)$, произвеждайки $\mathbf{x}^0$ посредством L^0. Тя надвишава печалбата, която в действителност може да бъде реализирана при конкурентно равновесие. Ето защо има поне една фирма, която при тези цени би реализирала по-голяма печалба, променяйки производствения си план, така че да действа при условията на алтернативното разпределение $\mathbf{a}^0$. Това противоречи на факта, че фирмите, приемащи цената, максимализират печалбите си при условията на конкурентно равновесие. Следователно първоначалното предположение, че съществува допустимо разпределение $\mathbf{a}^0$, удовлетворяващо (3) и (4), трябва да е било погрешно, поради което и *конкурентното общо равновесие е ефективно в смисъла на Парето.*

Грубо казано, това доказателство установява, че ако би било възможно един индивид да придобива ползи без същевременно да нанася вреди на други, то дадена фирма би могла да увеличава печалбите си посредством подходящо разместване между индивидите. В примера, онагледен на фиг. 5.2, една фирма би могла да купи 1 банан от X, заменяйки го за 1,5 ябълки, и да продаде банана на Y за 3,5 ябълки, при което облагодетелства X и Y и печели за себе си 2 ябълки.

Съществен момент в доказателството, че конкурентното общо равновесие е ефективно в смисъла на Парето, е предположението, че всички индивиди и фирми (накратко казано всички агенти) срещат едни и същи цени. Ако различни агенти срещат различни цени за една и съща стока, едно неефективно разпределение на ресурсите би дало резултат. Например в случая, онагледен на фиг. 5.2 , ако по някакви причини X вярва, че отношението на цената на ябълките към цената на бананите е 1, докато Y мисли, че един банан струва колкото 4 ябълки, то и двамата ще искат да останат в положение E, което е равновесно, но не е ефективно.

По-общ пример е случаят когато при общо равновесие на нашето стопанство с n стоки и труд върху сделките между производителите и потребителите бъдат наложени данъци. Правителството, налагайки данъците, не играе никаква допълнителна роля и не харчи нищо за постъпленията, така че нетният данъчен приход просто се прехвърля на индивидите. (Забележете, че една субсидия може да бъде разглеждана като данък с отрицателен знак, така че правителството в действителност може да не получава никакви приходи от тези „данъци".) Фирмите получават за стоката си цени $\mathbf{p}^t$ и плащат надница w^t за положен труд, а индивидите трябва да плащат цени $\mathbf{q}^t$ за стоката и да получават надница ω^t. Поради това данъците върху стоките са $\mathbf{t} = \mathbf{q}^t - \mathbf{p}^t$, а данъкът върху труда е $\tau = w^t - \omega^t$.

При тези цени фирмите реализират печалба $\mathbf{p}^{t}\mathbf{x}^{t} - w^{t}L^{t}$, докато общите нетни данъчни постъпления са $\mathbf{t}\mathbf{x}^{t} + \tau L^{t}$, където $\mathbf{x}^{t}$ е продукцията (и съвкупното потребление), а L^{t} е вложеният труд. Общият нетрудов доход сега е сумата от печалбата и данъчния приход:

$$\sum_{h=1}^{H} m^{ht} = \mathbf{p}^{t}\mathbf{x}^{t} - w^{t}L^{t} + \mathbf{t}\mathbf{x}^{t} + \tau L^{t} = \mathbf{q}^{t}\mathbf{x}^{t} - \omega^{t}L^{t}. \tag{6}$$

Сега да разгледаме друго разпределение. Правителството премахва всички данъци върху сделките, но обявява, че ще конфискува всички печалби. След това то така ще преразпредели приходите, че всеки индивид да е облагодетелстван в степен поне колкото е в първоначалното разпределение. Това възможно ли е? При първоначалното разположение индивидът h потребява $\mathbf{x}^{ht}$ и влага труд L^{ht} и тъй като теорията на проявените предпочитания ни учи, че ако новите цени са $\mathbf{p}$, w, то доход от

$$m^{h} = \mathbf{p}\mathbf{x}^{ht} - wL^{ht} \tag{7}$$

ще бъде достатъчен, за да осигури на индивида h поне същите ползи както преди. Това ще изисква от правителството общи плащания на стойност

$$\sum_{h=1}^{H} m^{h} = \mathbf{p}\mathbf{x}^{t} - wL^{t}. \tag{8}$$

Все пак обаче при новото разпределение фирмите следват производствения план $(\mathbf{x}, L)$, който може да е различен от $(\mathbf{x}^{t}, L^{t})$. Тъй като новият план е направен от фирмите при цени $(\mathbf{p}, w)$, а старият план е също възможен, то оттук следва, че *новият план* трябва да носи по-голяма печалба при тези цени. Следователно

$$\mathbf{p}\mathbf{x} - wL \geq \mathbf{p}\mathbf{x}^{t} - wL^{t}. \tag{9}$$

Дясната страна на (9) е общата печалба при новото разпределение, така че това е наличното количество за преразпределяне от правителството, а комбинирайки (9) и (8), виждаме, че правителството в действителност няма достатъчно, за да плати сумите m^{h} на съответните индивиди. Ако неравенството в (9) е строго, поне на един от индивидите може да бъде дадено повече от m^{h}, което удовлетворява (7). От теорията на проявените предпочитания знаем също така, че доход m^{h}, както е дефиниран в (7), ще постави индивида в по-добро положение от преди. В резултат на това получаваме, че без данъци върху сделките съществува равновесие, което поставя всеки в по-добро положение отколкото при данъчното равновесие, с изключение на специални случаи, когато поне един индивид е в по-благоприятно положение, така че *данъците върху сделките са причината за липса на ефективност.*

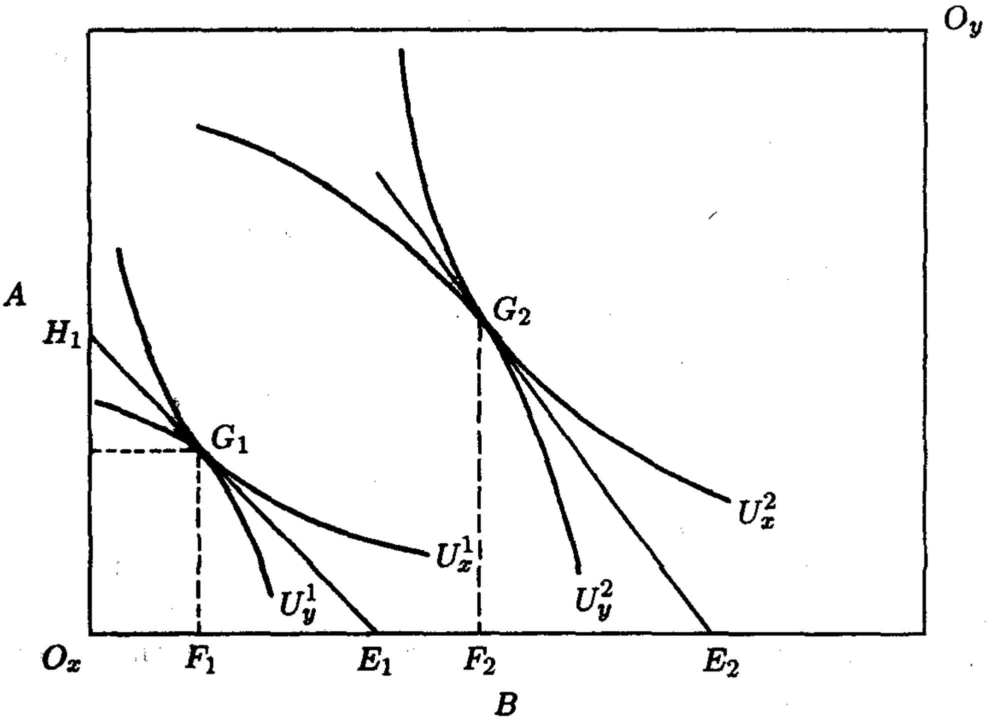
5.4. *Преразпределение на доходите*

Моделът на общото равновесие, представен в предишния раздел, се отнася до задачата (v) за разглеждане на всички пазари която бе поставена още в първия раздел. Задачата (iv) се появява обаче отново в леко изменена форма. Фактът, че едно равновесие е ефективно в смисъла на Парето, така че никой да не може да бъде поставен в по-добра позиция, без да навреди на друг, не изключва възможността за съществуването на екстремално неравенство между индивидите. Да разгледаме например стопанство, в което има индивиди, които не са наследили никаква собственост, нямат дялово участие във фирми и са способни да предложат много малко труд. В конкурентното равновесие такива индивиди са много бедни, защото могат да предложат много малко на конкурентния пазар, докато тези, които са в по-изгодна позиция, имат възможност да водят извънредно охолен живот. Фактът, че равновесието е ефективно в смисъла на Парето просто ни показва, че състоянието на бедните може да се подобри само за сметка на богатите. Накратко, пазарът води до ефективно *разпределение на ресурсите*, но може да доведе и до *разпределение на доходите*, което да се възприема от някои като неравностойно.

Да допуснем, че всички членове на едно общество се съгласят, че разпределението на доходите в свободния пазар е несправедливо и трябва да бъде променено. Какво може да се направи?

Очевидният отговор е да се вземат пари от богатите и да се дадат на бедните. Заключителната част на глава 3 твърдеше, че някои от заплатите на тези, които са имали достатъчно късмет да се родят с умение, което се търси, могат да се определят като икономическа рента, също както и печалбите на фирми с достатъчно голям късмет да работят в ситуация, в която могат да се направят положителни печалби в краткотрайния или продължителния период. Ако просто конфискуваме част от рентите на късметлиите и прехвърлим сумите на некъсметлиите и позволим на всички да произвеждат и търгуват свободно, ще постигнем ново конкурентно равновесие, което също ще е ефективно, но с по-равномерно разпределение на доходите.

Един прост пример на такова преразпределение е описан на фиг. 5.3, която е същата по вид диаграма, като фиг. 5.2. Да предположим, че индивидите X и Y се окажат с първоначалните „дарове“, обозначени с E_1. Ако те започнат да търгуват един с друг при съотношение на цените, зададено от наклона на линията E_1H_1, и двамата ще имат желание да търгуват до точка G_1, защото това е точката, в която всяка от техните криви на безразличието е допирателна към бюджетната линия: X иска да продаде E_1F_1 банана и да купи F_1G_1 ябълки, а това са и количествата, които Y иска да купи и респективно да продаде, така че и двата пазара са в равновесие. Това, че разпределението е ефективно в смисъла на Парето, се вижда от факта, че кривите на безразличието се допират в точка G_1.



Фиг. 5.3. Глобално преразпределение

(Лесно се вижда, че ако бяхме избрали друга цена, в общия случай нямаше да сме в равновесие.) При това равновесие обаче X среща бюджетна линия, която е близо до O_x, докато Y се изправя пред бюджетна линия, която е далеч от O_y, поради което изглежда, че Y е много по-добре от X. Да предположим, че E_1E_2 от бананите на Y са конфискувани и дадени на X, така че техните предимства са преместени в E_2, след което им е позволено да се разменят. Новото равновесие ще бъде достигнато в точка като G_2, която е ефективна в смисъла на Парето, но X в много по-добро положение, а Y — в много по-лошо, отколкото в G_1.

При прилагането на такова преразпределение в живота обаче възникват невероятни проблеми (да оставим настрана въпроса за това доколко индивидите в обществото могат да постигнат съгласие по въпроса, какво преразпределение ги устройва). Вече обсъждахме в теорията на фирмата колко е трудно да се разграничат действителните печалби (рентите) от нормалните плащания за началните стоки, предлагани от собствениците на фирмите. Ако една фирма изглежда, че реализира високи печалби, защото се намира на подходящия пазар в подходящото време, това може да е резултат по-скоро на умни решения, отколкото на късмет. И ако кадърните са добре платени за работата си, редно ли е това да не е отражение на усилията, които те влагат в работата, или на образованието си, а на факта, че са се родили под щастлива звезда? Трудността да се направи това разграничение е причината, която прави почти невъзможно да се облагат с данък действителните печалби, без да се налагат данъци, и по този начин да се обезкуражават инициативата, инвестирането и труда.

За да направим задълбочено изследване на проблема за създаването на методи за изменение разпределението на доходите без прекалена намеса в ефективността на пазара, ще трябва да включим в действие други техники, които са извън обсега на тази книга. Конфликтът между справедливостта и ефективността ще се появява отново и отново в много от политическите теми, които ще разискваме, но отсега нататък той, както и редица други проблеми, ще бъдат разисквани в по-простия, еднопазарен модел от раздел 5.1. С други думи, отново се прехвърляме от общото равновесие към анализа на частичното равновесие.

5.5. *Потребителският излишък и въздействието на данъците*

Да разгледаме кривата на търсенето $x(p)$, изобразена на фиг. 5.4. Удобно е да си представяме, че тя изразява цената като функция на количеството: $p = p(x)$. Тази ***обратна функция на търсенето*** измерва маргиналното желание на потребителя да плати за стоката: $p(x)$ е цената за единица стока, която някой потребител би заплатил за малко повече от стоката, когато x единици са били вече изконсумирани. Така общата полза, която потребителите са извлекли от потребяването на x_1 единици от стоката е

$$B(x_1) = \int_0^{x_1} p(x)\,\mathrm{d}x, \tag{10}$$

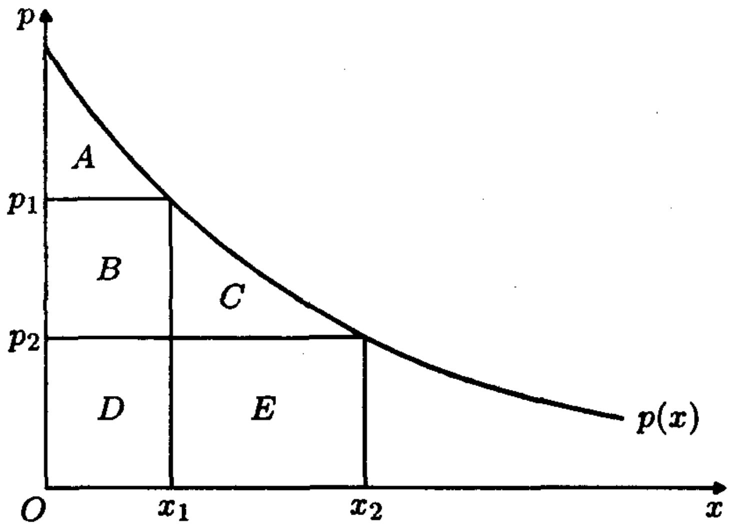
която има свойството, че $B'(x_1) = p(x_1)$ — цената измерва ползата за потребителите от допълнително потребление на стоката, както и очевидното свойство, че $B(0) = 0$. Това е представено графично като цялото лице под кривата на търсенето между O и x_1, т.е. сумата от лицата, обозначени с A, B и D на фиг. 5.4. Количеството обаче е x_1, ако цената е p_1, така че разноските на потребителите $x_1 p_1$, са представени на диаграмата от общото лице на B и D. Общата полза за потребителите надвишава разноските с лицето A, наречено ***потребителски излишък***, и се измерва математически посредством

$$\mathrm{CS}(x_1) = \int_0^{x_1} p(x)\,\mathrm{d}x - p_1 x_1 = \int_0^{x_1} (p(x) - p_1)\,\mathrm{d}x. \tag{11}$$

Ако цените сега паднат на p_2, потребителският излишък ще бъде сумата от лицата, означени с A, B и C. Нарастването на потребителския излишък се разделя на две части: лицето B представлява нарастването на потребителски излишък вследствие намаляването на цените на стоките, които вече са били консумирани при цена p_1, докато C е потребителският излишък, свързан с новото потребление на $x_2 - x_1$.

Аргументацията е съвсем аналогична на използваната в раздел 3.6 (вж. специално фиг. 3.12) и се изразява в това, че когато кривата на предлагането на конкурентен пазар измерва маргиналните производствени разходи, лицето под кривата на предлагането измерва общите променливи разходи, така че лицето между хоризонталната линия, прокарана на нивото на пазарната цена, и кривата на предлагането е печалбата (плюс постоянните разходи).

Очевидно тази аргументация е доста неформална. Заслужава си да отделим малко време, за да погледнем в направление, което може да направи аргументацията по-строга. Да предположим, че един типичен потребител трябва да плати цени $\mathbf{p}$ за n стоки и прави избори за максимализиране на полезността, в резултат от които постига



Фиг. 5.4. Потребителски излишък

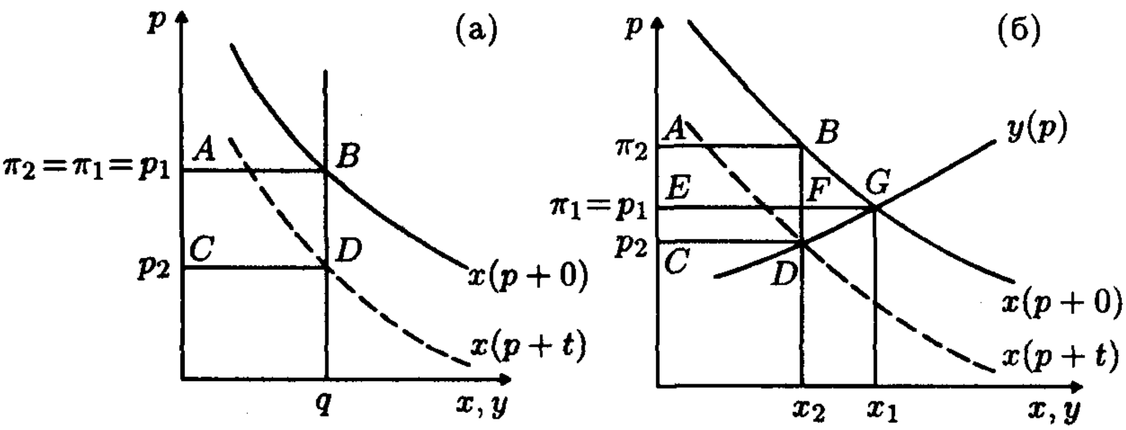
равнище на полезност u. От равенствата (29) знаем, че функцията на разходите му е $e(\mathbf{p}, u)$, а функциите на компенсираното търсене $\mathbf{x}(\mathbf{p}, u)$ притежават свойството

$$x_i(\mathbf{p}, u) = \frac{\partial e(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i}. \tag{12}$$

Да предположим, че p_i намалее от p_{i1} на p_{i2}, като всички други цени останат непроменени. Мярка за ползата на потребителя от такава промяна в цените е намаляването на разходите, което ще го остави на същата крива на безразличието, на която се е намирал преди промяната на цените. Според терминологията в глава 4, ние го компенсираме за промяната в цените и *компенсационната разлика* в неговия паричен доход е $e(\mathbf{p}_1, u) - e(\mathbf{p}_2, u)$, където векторите на цените $\mathbf{p}_1$ и $\mathbf{p}_2$ се различават само по тяхната i-та компонента и където ако $p_{i1} > p_{i2}$, то $e(\mathbf{p}_1, u) > e(\mathbf{p}_2, u)$. Използвайки (12), получаваме

$$e(\mathbf{p}_1, u) - e(\mathbf{p}_2, u) = \int_{p_{i_2}}^{p_{i_1}} \frac{\partial e(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i}\, \mathrm{d}p_i = \int_{p_{i_2}}^{p_{i_1}} x_i(\mathbf{p}, u)\, \mathrm{d}p_i. \tag{13}$$

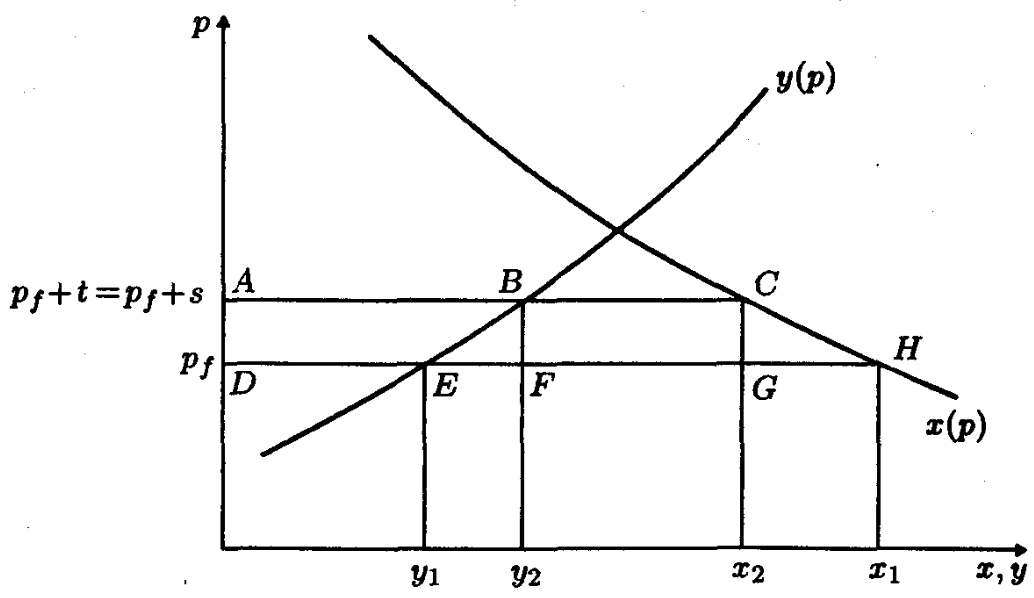
Връщайки се към фиг. 5.4, виждаме, че ако кривата на търсенето е графиката на компенсираната функция на търсенето на стока i, то лицето $B + C$, което представлява интеграла относно p_i от x_i в граници от p_{i2} до p_{i1}, наистина измерва ползата за потребителя от показаното намаление на цената. Така че мярката на потребителския излишък може да бъде установена строго, при положение че реалният доход остава непроменен по протежение на използваната крива на търсенето. Какво може да се каже в защита на потребителския излишък, ако реалният доход или цените на други стоки се променят заедно с p_i, е въпрос, с който няма да се занимаваме тук.



Фиг. 5.5. Ефектът от данъка върху оборота

И така, убедени, че подходът, който сме възприели, не е съвсем произволен, можем да преминем към развиването на вариант за частично равновесие от аргументацията на раздел 5.3, според която данъците върху сделките са причина за неефективност. Ефектът от данъка върху оборота на два различни пазара е илюстриран на фиг. 5.5. (Върнете се към фиг. 1.3 и раздел 1.4, ако не си спомняте аргументацията в подробности.) На пазара (а) предлагането е абсолютно нееластично и неданъчното равновесие е в B. Данъкът премества кривата на търсенето надолу, така че цената на продавача пада до p_2, докато цената на потребителя остава в p_1. Правителството е повишило приходите си от данъци, измервани с лицето на областта $ABDC$, изцяло за сметка на рентата на предлагащите. Продаденото количество стока остава постоянно. Различно е положението на пазара (б), където преместването на кривата на търсенето сваля цената на предлагащия до p_2, докато цената на купувача се повишава до $\pi_2 = p_2 + t$. Количеството намалява от x_1 до x_2, а правителството увеличава приходите си от данъци, измервани с повърхнината $ABDC$. Повишаването на цената на потребителя обаче намалява потребителския излишък с лицето на областта $ABFE$ плюс областта BGF. По същия начин от p_1x_1 на p_2x_2 намаляват и приходите на производителя, докато разходите намаляват с лицето на областта под кривата на предлагането между D и G, така че печалбите намаляват с лицето на областта $EFDC$ плюс областта FGD. (Върнете се на раздел 3.6 и фиг. 3.12, ако това не ви е ясно.) По този начин загубите, които понасят потребител и производител, *надвишават* приходите, получени от количеството, представяно чрез областта BGD. Това е загубата на потребителския излишък и печалбите, свързани с количеството $x_1 - x_2$, което не се е продало заради данъците. Има потребители, които са готови да платят повече, отколкото са разходите за производството на това допълнително количество крайна стока, но данъкът не им позволява да осъществят взаимоизгодна търговия с производителите. Премахването на данъка би намалило приходите на правителството, но би подобрило благосъстоянието на потребителя и производителя до такава степен, че те биха могли да платят на правителството загубата от намалелия приход и пак да останат в по-добро положение. Това би могло да се разглежда като подобрение в смисъла на Парето, така че данъкът е причинил неефективност в размер представен от лицето на областта BGD.

Използвайки тази техника, можем да сравним различни видове данъци. Да предположим, че правителството е решило да се опита да повиши дохода на фермерите, които страдат от конкуренцията на по-евтини вносни стоки. Очевидният начин да се направи това, е просто да се дадат пари на фермерите, но правителството счита това за трудно от политическа гледна точка; поради това да допуснем, че то трябва да избира между *субсидиране* на селскостопанската продукция и *данък върху вноса* (наричан често *мито*).



Фиг. 5.6. Субсидия или мито?

Да предположим, че предлагането от чужбина е безкрайно еластично. В такъв случай пазарът е като този, описан на фиг. 5.6, където предлагането от чужбина става при фиксирана цена p_f, $y(p)$ е кривата на предлагането на селскостопанска продукция в дадена страна, а $x(p)$ е кривата на търсенето от местните потребители.

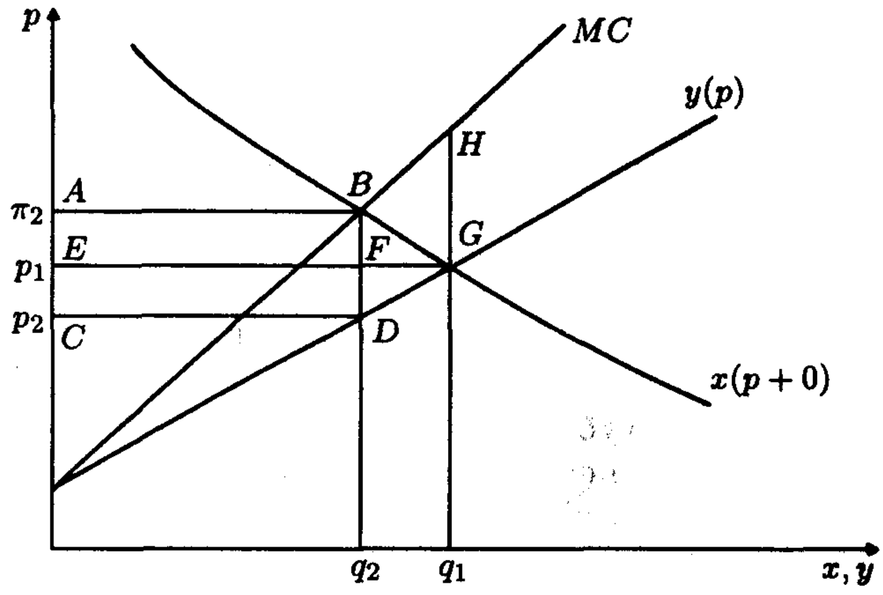
При липса на намеса от страна на правителството, пазарната цена трябва да е p_f. (В упражнение 5.6 трябва да покажете, че цената не може да бъде нито по-висока, нито по-ниска от p_f.) При тази цена местното производство е y_1, а потреблението е x_1, така че вносът е $x_1 - y_1$. Да предположим, че фермерите са получили субсидия s за всяка произведена единица продукция. Пазарната цена ще остане p_f, но фермерите получават $p_f + s$, така че количеството, което те предлагат, нараства до y_2, а вносът спада до $x_1 - y_2$, като правителството изплаща субсидия sy_2, представена на диаграмата от лицето $ABFD$. Печалбите на производителите нарастват с $ABED$, така че поради приходите, предоставени от правителството, количеството, измервано с площта BEF е загубено, което е действителната загуба от субсидирането. От друга страна, ако вместо това вносителите трябва да плащат мито t за всяка внесена единица, пазарната цена ще нарастне на $p_f + t$, така че местното производство също ще нарастне на y_2 (ако $t = s$), местното потребление ще спадне на x_2, вносът ще спадне на $x_2 - y_2$ и правителството ще получи $t(x_2 - y_2)$ приход от митата, представен от площта $BCFG$. Отново печалбите на производителите се повишават с $ABED$, но сега има загуба на потребителски излишък в размер на лицето $ACHD$. Ако от тази загуба извадим приходите на правителството и на производителите, ще получим нетна загуба, представена от двете лица BEF и CGH, която е ефективната загуба от митото.

Отново е лесно да се определи източникът на тези загуби. Стоките могат да бъдат закупени от чужденците на цена p_f, така че BEF представлява допълнителния разход за произвеждането на $y_2 - y_1$ у дома, вместо да се внася, докато CGH представлява загубата от потребителския излишък на тези потребители, които са склонни да заплатят поне p_f, за да си купят $x_1 - x_2$ от чужденци, но не могат да го направят поради митото.

Виждаме, че митото е по-неефективен метод за преразпределение на доходите на фермерите, отколкото субсидията, защото той предизвиква допълнителната загуба CGH, която не съществува при субсидията. От друга страна, митото спестява на правителството разхода за субсидия $ABFD$ и повишава прихода $BCGF$, така че чрез заменянето на субсидията с мито правителството печели $ACGD$ за сметка на потребителите. Последното, на което трябва да обърнете внимание, е, че политическото тълкуване на вносните мита често включва в себе си твърдението, че това са данъци спрямо чужденци за облагодетелстването на местните производители. Този пример показва, че това не е вярно: митото е данък върху местните потребители, от който се облагодетелстват производителите (и се повишават правителствените приходи).

5.6. *Външна среда*

Сега ще се върнем към проблема (iii), поставен в увода. Да разгледаме случая на промишленост, която с процеса на производството си замърсява околната среда. Тези, които са засегнати от замърсяването, трябва да поемат разходите за облекчаване на въздействието му. Ситуацията е отразена на фиг. 5.7.



Фиг. 5.7. Външната среда на производството

Кривата на предлагането в този случай не измерва маргиналния разход. Производителите трябва да заплатят разходите за началните стоки и тези разходи определят предлагането; но производителите не трябва да вземат под внимание разходите, наложени на други за замърсяване. Тези разходи означават, че истинската крива на маргиналния разход се намира над кривата на предлагането.

(Един начин за изразяване на това е да се каже, че кривата на предлагането показва маргиналния *частен* производствен разход, докато действителната крива на маргиналния разход показва маргиналния *социален* производствен разход.)

Пазарното равновесие е в точка G, където цената е p_1, а произведената продукция е q_1. Това равновесие не е ефективно. Да разгледаме ефекта от данък върху продажбите, който е ограничил произведената продукция до q_2, повишавайки цената на потребителя на π_2 и намалявайки цената на производителя на p_2. От нашия предишен анализ на ефекта на данъка върху оборота (вж. фиг. 5.3(б)) знаем, че сборът от загубата на потребителския излишък, загубата на печалба от производителя и печалбата на правителствени приходи е равен на нетната загуба, зададена от площта BGD. Но сега има и допълнителен фактор: разликата между кривата на предлагането и действителната крива на маргиналния разход е маргиналният разход за замърсяването, така че намалението от разходите за замърсяването, което е приход за страдащите от него, е зададено от площта $BHGD$. По този начин се получава и нетен *приход* за обществото от намаляването на производството, представен от площта BHG. Оригиналното равновесие е неефективно.

Логиката би трябвало да е ясна: потребителите, на които са предложени последните $q_1 - q_2$ единици от произведена продукция, не желаят да заплатят действителния маргинален производствен разход, така че площта между кривата на маргиналния разход и кривата на търсенето измерва загубата от това, че стоките са били доставени на потребителите.

Равновесието в B е предпочитано пред равновесието в G от всички индивиди, само ако тези, които губят от промяната, бъдат компенсирани от тези, които придобиват. Потребителите и производителите на стоки губят, правителството и потърпевшите от замърсяване печелят. Печелещите могат да си позволят да заплатят достатъчно пари на губещите, за да ги компенсират за тяхната загуба и все пак да останат с приходи. Ако компенсацията в действителност не бъде изплатена, имаме подобрение на ефективността, както и промяна в разпределението на доходите чрез корекция на условията на външната среда посредством налагането на данък.

Същата аргументация е в сила за случаите, в които външната среда е изгодна, т.е. когато социалните разходи са по-ниски от частните. В такъв случай, както лесно можете да проверите, е необходима субсидия, за да се подобри външната среда.

Има много случаи в производството и потреблението, в които съществува външна среда: при задръстване на уличното движение всяка новодошла кола причинява загуби на останалите, като ги забавя; фабриката, която обучава необучени работници, ще облагодетелства другите фабрики в района, когато работниците се преместят да работят в някоя от тях; красивата градина доставя удоволствие както на собственика си, така и на минувачите; имунизацията срещу заразни болести намалява риска и за неимунизираните да се разболеят, и т.н. Във всеки от тези случаи ефективността изисква *социалните* разходи и ползи да бъдат балансирани в маргинални стойности, като пазарът балансира *частните* разходи и ползи.

5.7. *Обществени стоки*

Извънредна форма на външна среда са обществени стоки. Обществена е тази стока, при която индивидът е удовлетворен по-скоро от наличието ѝ като цяло, отколкото от количеството, което притежава той. Например радио- и телевизионните сигнали: те не могат да бъдат предоставени на някои индивиди, без в същото време да не са предоставени на всички, които живеят в същата област. (Очевидно това твърдение не се отнася за кабелната телевизия.) Друг пример са отбраната, пътищата, чистият въздух и полицията. Въпреки че някои обществени стоки са обект на пренатоварване (например колкото повече хора използват един път, толкова по-малко ефективен е той при обслужването им), те си остават обществени. (Има различни други стоки като образованието, здравеопазването, събирането на сметта, които в много държави се предлагат по-скоро от правителството, отколкото от пазара. Те *не* са обществени стоки, макар че в тяхното потребление може да бъде включена важна външна среда.)

Условието, което определя колко от една обществена стока си струва да бъде произведено, е доста различно от това за частните стоки. В (10) функцията $B(x)$ беше дефинирана така, че да измерва общата полза, която потребителите получават от потреблението на x единици от стоката. Също толкова лесно дефинираме функцията на ползата за всеки индивид:

$$B^h(x^h) = \int_0^{x^h} p^h(x)\,\mathrm{d}x, \tag{14}$$

където $p^h(x)$ е обратната функция на търсенето на индивида h. Ако искаме да максимализираме общата полза минус разхода за нормална „частна“ стока, чиято функция на разходите е $c(y)$, получаваме

$$\text{(15)} \qquad \text{да се максимализира}_{x^1,\dots,x^H} \sum_{h=1}^{H} B^h(x^h) - c(x^1 + \cdots + x^H),$$

което има H необходими условия за максимализиране:

$$\text{(16)} \qquad (B^h)'(x^h) = c'(y), \quad h = 1, 2, \dots, H,$$

което може да бъде представено като

$$\text{(17)} \qquad p^h(x^h) = c'(y), \quad h = 1, \dots, H,$$

условия, които ще бъдат удовлетворени при конкурентен пазар, на който всички потребители плащат една и съща цена, равна на маргиналния разход. Това е просто друг начин да се използва простата аргументация от раздел 5.1 и трябва да забележите важността на предположението, че общата полза е непретеглената сума от ползите на индивидите, като всяка полза се измерва от желанието на индивида да плати.

Ползата на индивидите от обществената стока обаче зависи от общата ѝ наличност, така че ако искаме да максимализираме ползата без разходите, ще имаме

$$\text{(18)} \qquad \text{да се максимализира}_{y} \sum_{h=1}^{H} B^h(y) - c(y)$$

с единствено необходимо условие

$$\text{(19)} \qquad \sum_{h=1}^{H} (B^h)'(y) = c'(y),$$

т.е.

$$\text{(20)} \qquad \sum_{h=1}^{H} p^h(y) = c'(y).$$

Следователно единица обществена стока би трябвало да бъде предложена тогава, когато всички индивиди *заедно* имат желание да платят производствените ѝ разходи, като всеки индивид участва с количеството, измерващо стойността, която той добавя към тази единица стока. Този принос по принцип е различен за различните индивиди.

(За тези от Вас, които са стигнали до раздел 5.3, сме оставили в упражнение 5.11 да разширят доказателството на оптималността в смисъла на Парето на конкурентното общо равновесие за случая, в който има обществена стока, от която различни индивиди трябва да потребяват еднакво количество, но за която може да плащат различни цени.)

Това изглежда, че ни подсеща как предлагането на обществени стоки може да бъде определяно от пазара. Тези, които искат стоката да бъде произведена, трябва да се съберат заедно, като всеки плати сумата, изразяваща стойността на неговата част, и ще получат стоката, ако общото желание да се плати надвишава производствения разход.

Да разгледаме обаче случая на обществена стока с маргинален разход, постоянно равен на \$1000. В разглежданото стопанство има 100 еднакви потребителя, всеки от които оценява достъпа си до един брой от тази стока на \$15, до два броя на \$27 и до три броя на \$36, т.е. $p(1) = 15$, $p(2) = 12$ и $p(3) = 9$. Ясно е, че оптималният вариант е да се произведат две единици от стоката и да се накара всеки индивид да плати \$20, за да се покрият производствените разходи. Да допуснем обаче, че хората не познават истинските предпочитания един спрямо друг и да се поставим на мястото на един от стоте индивида. Можете да се престорите, че не искате тази стока да бъде произведена. Ако останалите 99 души са честни, те ще се съгласят да получат по две единици от стоката, ще поделят разходите помежду си и вие ще се ползвате от стоката безплатно. Това ще рече, че имате склонност да *пътувате гратис*. Разбира се, и други хора могат да се окажат нечестни и да се опитат да станат гратисчии, но съвсем не е очевидно, че това ще доведе до смяна на стратегията от Ваша страна. Докато другите 99 са склонни да внесат \$2000 или повече за по две единици от стоката, няма да имате стимул да предлагате каквото и да било. Ако всички те заедно са склонни да внесат по-малко от \$1973, стоката няма да бъде произведена, дори ако вие предложите \$27, така че също можете да не предлагате нищо. Единствено когато те са склонни да внесат повече от \$1973, но по-малко от \$2000, във Ваша полза е да се намесите. Вероятността достатъчно хора да бъдат нечестни, така че общият принос да спадне до това критично ниво, изглежда толкова малка, че най-добре за Вас е да не предлагате нищо. И ако всеки си направи тази сметка, никой нищо няма да даде и нито една обществена стока няма да бъде произведена. Този анализ няма да се промени съществено, ако съществуват основни разлики в индивидуалните предпочитания на хората.

Положението е малко по-различно, когато недопринасящите с нищо могат да бъдат изключени от ползването на обществената стока, но все пак остават и някои проблеми. Опитът да се наложи на различните хора да плащат различно ще доведе до спадане на желанието да се ползва стоката; от друга страна, равномерното разпределение на вноската от всеки може да не покрие производствените разходи на стоката и ще изключи тези, които са готови да заплатят по-малко от тази равномерна вноска. Явно, не е ефективно да се изключват тези индивиди, защото маргиналният разход за осигуряване на допълнителен индивидуален достъп до обществената стока е равен на нула, освен ако няма претоварване.

Тези проблеми могат да бъдат опростени, но не напълно решени, чрез прехвърляне предоставянето на обществените стоки от страна на правителството. Правителството трябва да проучи какви са нуждите и желанията за дадена обществена стока и да събере средства, за да заплати за произвеждането ѝ. Даже и ако таксите за заплащане на обществената стока са добре обвързани с желанията на индивидите, пак ще се сблъскваме с проблема за гратисчиите и с опити да се омаловажават действителните желания. Ако, от друга страна, обществените стоки се предоставят от общия данъчен приход и достъпът до тях е безплатен, по-вероятно е да имаме ефективно ниво на предлагане за сметка на преразпределението на доходите от тези, които плащат данъци, но малко ползват обществени стоки, към тези, които се радват на голямата полза от тях, като ще трябва да понесем и разходите за неефективността, съдържаща се в повишаването на данъчните приходи.

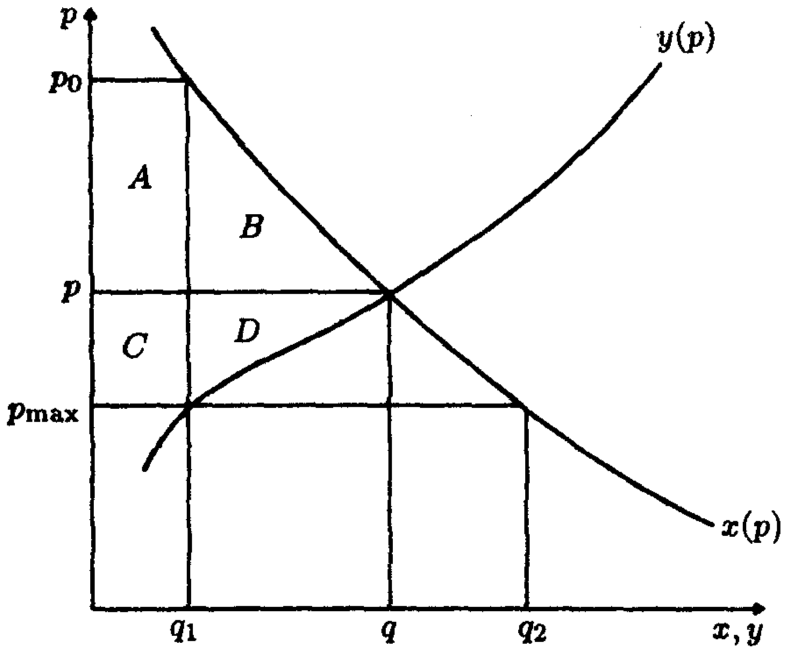
Да разгледаме някои примери. ***Отбраната*** се предлага безплатно и в размер, решаван от правителството, и се заплаща от данъкоплатеца. За пацифистите тази „стока“ няма стойност, но независимо от това те трябва да плащат данъци. *Мостовете и пътищата* обикновено са безплатни за хората, макар че собствеността на превозни средства и горивото в повечето страни се облага с тежки данъци. Данъците върху горивото могат да бъдат смислено приближение на платежоспособността на ползвателите, макар че те налагат неефективна такса върху използването на непретоварените пътища. Данъците върху собствеността на колите нямат това неефикасно въздействие, но те обезкуражават хората да си купуват коли и освен това съдържат в себе си преразпределение от собственици, които си използват колите рядко, към тези, които ги използват често. Таксите за използването на пътища и мостове водят до неефективно натоварване на свободни съоръжения, но не предполагат преразпределение на доходите. Таксата за издаване на телевизионен лиценз, чрез която във Великобритания се финансират нетърговските телевизионни и радио услуги, е такава, че да не ограничава желанието на собственика на TV канал да използва свободни телевизионни сигнали; но тази такса неефективно намалява желанието на хората да си купят телевизор. Същото може да бъде казано и за кабелната телевизия, за която се плаща фиксирана годишна вноска, независимо от ползването. И двете системи включват в себе си преразпределение от случайния към редовния зрител. Кабелните TV системи, при които се плаща за програма, избягват това преразпределяне за сметка на ефективността, като отблъскват крайни потребители на стока, която може да бъде предложена при нулев маргинален разход.

Цялата тази дискусия остави настрана два важни проблема: има ли методи, чрез които едно правителство може да определи действителните желания на хората за обществени стоки и дали всъщност демократичните правителства са склонни да задоволят оптимално желанията на гражданите за обществени стоки. Разглеждането на тези проблеми е извън границите на тази книга.

5.8. *Контрол на цените*

Да предположим, че е поставена законова граница на цената на дадена стока. Очевидно, ако равновесната цена е под границата, ефект няма, така че можем да фокусираме вниманието си върху случая, в който максималната цена е под равновесната цена. Това е показано на фиг. 5.8.

Равновесната цена е p, но цената е фиксирана на $p_{\max}$. При тази цена потребителите искат да купят q_2, но производителите могат да продадат само q_1, така че има свръхтърсене в размер на $q_2 - q_1$. Тъй като не може да бъде напълно задоволено потребителското търсене, ще се появи недостиг на стоката. Не можем да продължим обаче с анализа на контрола на цените, без да се спрем на механизма, чрез който стоките всъщност се разпределят между различните потребители. Има различни възможности:

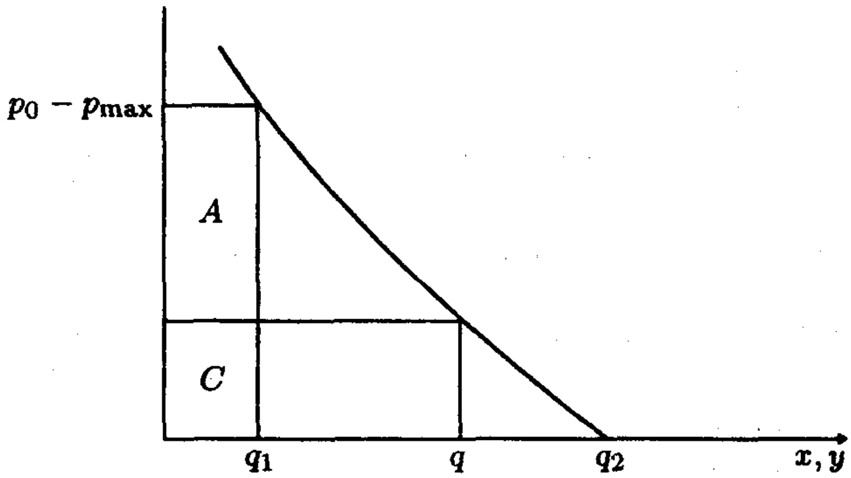


Фиг. 5.8. Въздействието на ценовия таван

(i) Правителството може да *продаде купони*. То отпечатва q_1 купона и обявява, че всяка единица от стоката може да бъде закупена само срещу представянето на купона от страна на потребителя. Ясно е, че цената, която потребителят е склонен да плати за купона представлява разликата между цената, която е готов да заплати за стоката, и цената p_{max}, която той реално плаща. Всъщност кривата на търсенето на купони е идентична с кривата на търсенето за стоката, с изключение на факта, че хоризонталната ос е изместена нагоре с p_{max}. Пазарът на купони е показан на фиг. 5.9. Има потребители, които са готови да платят поне p_0 за q_1 единици от стоката, така че те *биха платили* $p_0 - p_{max}$ за q_1 купона и това ще бъде равновесната цена, която правителството ще може да иска. Потребителите всъщност заплащат p_0 за стоката: p_{max} на производителите, $p_{max} - p_0$ на правителството и q_1 е потреблението. Правителството получава приход от продажбата на купоните, представен от лицата на A и C на фиг. 5.8. Изходът е същият, както в случая когато правителството би наложило данък, равен на $p_0 - p_{max}$. Има загуба на ефективност от потребителския излишък и печалби, изразени посредством лицата на B и D.

(ii) Правителството може да *издаде купони и да позволи тяхната препродажба*. Разликата между този и предишния случай е, че когато купоните бъдат предложени на пазара, те се притежават от индивиди, а не от правителството. Пазарът е все още същият, както беше описан на фиг. 5.8 и 5.9, с изключение на това, че приходите $A + C$ отиват в притежателите на купони, а не в правителството.

(iii) Правителството може *да издаде купони и да забрани препродажбата им.* Може лесно да се забележи, че това е по-лошо за всеки потребител, отколкото може би (ii). На потребителя, който би имал желание да заплати повече от p_0 за допълнително количество от стоката, т.е. да заплати повече от $p_0 - p_{\max}$ за допълнителен купон, сега не му е разрешено да направи тази сделка.



Фиг. 5.9. Пазарът на купони

От друга страна, потребителят, който би предпочел да има $p_0 - p_{\max}$ в брой, вместо купони, т.е. потребителят, който оценява маргиналната единица от стоката на по-малко от p_0, е също ограничен да направи тази сделка, която би го поставила в по-добро положение.

(iv) Стоките могат да бъдат разпределяни *чрез редене на опашка, с право да бъдат препродавани.* В такъв случай цената p_0 ще бъде равновесната цена и понеже може да бъде направена печалба $p_0 - p_{\max}$ чрез редене на опашка и закупуване на стоката на контролираната цена, индивид, който е оценил времето си на w на час (понеже това е неговата заплата на час или маргиналната стойност, която той дава на свободното си време), може да има желание да се реди на опашката h часа, за да купи единица от стоката, където $wh = p_0 - p_{\max}$. В този случай загубите на ефективност B и D се запазват, а лицата на A и C сега представят стойността на времето, прекарано по опашки, което е *още една загуба за обществото.* Този вариант е несъмнено по-лош от (i) и (ii).

(v) И накрая, има възможност за разпределение *чрез опашки, но със забрана на препродаването.* Не е лесно този случай да се сравни директно с (iv). В (iv) потребителят би могъл да заплати на някой друг, който да се нареди вместо него. Сега всеки трябва да се реди сам за себе си. Някои потребители, които оценяват стоката високо, може да оценяват времето си още по-високо, така че те просто няма да купуват. Времето за редене по опашки в този случай ще е по-късо от времето в предишния случай. Ето защо ще има потребители, които не са били в състояние да купят на цена p_0, но сега ще могат да се наредят и да купят при цена $p_{\max}$, понеже оценките на времето им w' и на времето, прекарано в редене, h' удовлетворяват $p_{\max} + w'h' < p_0$. Тези потребители са по-добре, отколкото бяха в (iv); но тези, които са били отблъснати от перспективата да се редят, са по-зле. При всички положения обаче потребителите са по-зле, отколкото ако бяха получили купони, които да не могат да препродадат, защото тогава биха могли да купят стоката за $p_{\max}$ без разходи за редењето на опашка. Следователно има начин за разпределение на купони, който да прави варианта (iii) по-добър за някои, без да го прави по-лош за всички останали от вариант (v).

Какъв е изводът, който можем да направим от всичко това, за контрола на цените на конкурентен пазар? Очевидният аргумент в полза на таван на цените е, че от него печели потребителят. Обаче видяхме, че ако има недостиг на стоки, контролът на цените не е еднакво изгоден за всички потребители. Понякога се твърди, че когато потребителите трябва да чакат на опашка за стоки, ще става по-честно разпределяне на ресурсите, защото бедните хора, които са нямали достатъчно пари да си купят стоките, когато те са били разпределяни само по ценовия принцип, ще имат по-голям шанс да си купят от стоката, защото времето е по-справедливо разпределено от парите. Наистина, бедните хора, за които времето има по-ниска стойност, могат да си позволят да се редят на опашки повече от богатите хора. Проблемът с този аргумент е, че се убедихме, че има начин за такова разпределение на купони, което прави възможно *всеки* да е в по-добро положение, отколкото при реденето на опашка, защото опашките губят ценно време на всички. Така че, ако искаме да помогнем на бедните, може би трябва да им дадем повече купони, отколкото на богатите? По-горе обаче показахме, че е по-добре за всеки, ако купоните могат да бъдат препредавани, така че препродажбата трябва да бъде позволена. Когато цената е контролирана, свръхтърсенето също е контролирано чрез отпечатването на препродаваеми купони, и тогава ефектът е същият както при данъчното облагане с тази разлика, че правителството раздава приходите от данъци под формата на стойностни купони. Сигурно е, че ако правителството действително иска да направи нещо за подобряване на неравностойната позиция на бедните на пазара, ще обложи с данък потреблението на стоката и ще разпредели прихода от този данък, раздавайки го на бедните *в брой*.

Упражнения

5.1. Очертайте аргументацията за разрешаването на работодатели да наемат работници за опасен труд, незабранен от правителствени мерки за сигурност. Определете слабите места, които може да има тази аргументация.

5.2. Очертайте аргументацията за разрешаване на потреблението и търговията с наркотични средства. Има ли някакви слаби места в аргументацията Ви?

5.3. Г-н A отива в магазина и купува 10 kg картофи по 16 лв/kg и 3 kg моркови по 10 лв/kg. Г-н B влиза в друг магазин и купува 6 kg картофи по 13 лв/kg и 3 kg моркови по 10 лв/kg. Ако приемем, че зеленчуците са с едно и също качество, обсъдете възможностите за взаимоизгоден обмен между г-н A и г-н B, ако се срещнат.

5.4. Двама потребители имат запаси от стоки, респективно (x_1^1, x_2^1) и (x_1^2, x_2^2). Съответните им функции на полезност U^1 и U^2 удовлетворяват неравенство

$$\frac{U_1^1(x_1^1, x_2^1)}{U_2^1(x_1^1, x_2^1)} > \frac{U_1^2(x_1^2, x_2^2)}{U_2^2(x_1^2, x_2^2)},$$

където индексите означават частни производни. Какъв вид обмен би бил подобрение в смисъла на Парето?

5.5. Ако обратната функция на търсенето за една стока е $p = x^{-b}$, каква е еластичността на търсенето? Намерете потребителския излишък при цена: $p = 1$: (i) ако $0 < b < 1$; (ii) ако $b = 1$; (iii) ако $b > 1$. Коментирайте го.

5.6. За селскостопанския пазар, обсъден в раздел 5.5, обяснете внимателно защо равновесната цена ще бъде p_f при отсъствие на правителствена намеса, и защо ще се покачи на $p_f + 1$ при въвеждането на мито.

5.7. (i) Да предположим, че дадена стока се внася от чужбина (за простота допускаме, че чуждестранното предлагане е безкрайно еластично) и че правителството иска да намали потреблението на тази стока. Обсъдете възможните предимства на данък върху потреблението и данък върху вноса.

(ii) Ако целта на правителството беше да намали количеството на вноса, обсъдете относителните предимства на субсидирането на местното производство, на данъка върху потреблението и на данъка върху вноса.

5.8. Много големи градове страдат от задръствания на движението, които са особено тежки в пиковите часове. В тази светлина обсъдете дали изброените по-долу мерки са добри или лоши:

(i) да се взимат такси от частните превозни средства за каране в града;

(ii) да се взимат големи такси от частните превозни средства за използването на целодневен паркинг и по-малки такси за краткотрайно паркиране;

(iii) да се намалят наличните площи за паркиране в града;

(iv) да се обособят отделни „автобусни“ платна, в които да не се допускат коли по време на пиковите часове;

(v) да се изисква от обществения транспорт да работи с печалба;

(vi) да се позволи на пенсионерите да пътуват безплатно в обществения транспорт, с изключение на пиковите часове.

***5.9.** Ето някои извадки от една статия в „Ню Стейтсмън“ от 28 ноември 1980 г.:

> Днес да се пропътуват 5 мили с автобусната компания „Саут Йоркшир“ струва 10 пенса, срещу 50 пенса за същото разстояние с „Уест Йоркшир“. Миналата година 64% от дохода на „Саут Йоркшир“ беше във вид на субсидия срещу 21% за „Уест Йоркшир“. Поставено по друг начин, това означава, че всеки пътник струва на данъкоплатците по 5 пенса за „Уест Йоркшир“ срещу 10 пенса за „Саут Йоркшир“.

Целта на тази ценова политика е била да се увеличи броят на пътниците в автобусите на „Саут Йоркшир“ ..., а един от резултатите на това увеличение е, че „Саут Йоркшир“ дава по-добра стойност за платеното при всяка общоприемлива мярка за ефективност (вж. таблицата).

Автобусно обслужване с най-добра стойност

	Саут Йоркшир	Уест Йоркшир
Разход за превозване на отделен пътник	16 пенса	23 пенса
Брой на превозените пътници на единица персонал	52 000	38 000
Среден брой на пътниците на автобус	18	13
Разход за използването на един автобус за една миля	1,19 лири	1,33 лири
Брой на автобусните мили на единица персонал	7 000	6 600
Брой на пропътуваните мили от автобус за година	34 000	29 000

Тази информация достатъчна ли Ви е, за да прецените коя автобусна услуга дава „най-добра стойност“? Ако е така, коя е тя? Ако не е така, каква допълнителна информация бихте желали да имате преди да си направите извода?

5.10. Кои по Ваше убеждение са основните аргументи за и против следните намеси на правителството в икономиката:

(i) предоставянето на безплатна медицинска помощ вместо система от платена медицинска помощ и медицинска застраховка;

(ii) субсидиране на западащи промишлености като стоманодобивната, корабостроителната, текстилната;

(iii) преки инвестиции и участие в управлението на високотехнологични проекти като свръхзвукови пътнически самолети, производство на електронни компоненти и изследване на космическото пространство.

***5.11.** Разширете модела от раздел 5.3, за да включите обществени стоки, за които всеки индивид плаща определена цена, но тази цена може да бъде различна за всеки от тях. При конкурентно равновесие индивидите избират тяхното собствено потребление и предлагането на труд при дадени цени на обществените и частните стоки, количествата на обществените стоки, нетрудовия паричен доход; а фирмите избират производствените планове при дадени цени, като цената на обществена стока за фирмата е сумата от цените, плащани за нея, от индивидите. Докажете, че едно конкурентно общо равновесие е ефективно в смисъла на Парето.

5.12. Да предположим, че има 100 души, които са готови да платят по 1000 лири всеки, за да бъде построен нов път в тяхната община, докато други 100 биха платили по 500 лири всеки. Ако пътят би струвал 125 000 лири обсъдете доколко е желателно той да бъде построен, както и евентуалните проблеми, които биха възникнали при намирането на пари за заплащането му.

5.13. Би ли трябвало да се плаща, когато се вземат книги от обществени библиотеки?

5.14. Да предположим, че функцията на търсенето при използването на мост е

$$p = 100 - 0{,}1x,$$

където p е цената в центове, която ползващият мостра би платил, а x е броят на дневните минавания по моста. Ако дневните разходи, за да се държи мостът отворен, са 450 долара, струва ли си той да стои отворен и ако това е така, би ли трябвало за него да се плаща?

5.15. Да разгледаме отделен потребител на пазара на стока с контролирана цена, дискутиран в раздел 5.8. Прокарайте бюджетната линия между тази стока и всички останали стоки, в случай че стоката има цена $p_{\max}$, но потребителят е ограничен от въвеждането на дажби и не може да купува повече от r единици от стоката. Сега да предположим, че купоните за дажбите могат да бъдат купувани или продавани на цена $p_0 - p_{\max}$. Прокарайте новата бюджетна линия и покажете, че потребителят е или по-добре отколкото или толкова добре колкото при първата бюджетна линия.

Каква би била неговата бюджетна линия, ако стоката би могла да бъде купувана в неограничени количества на цена p_0? Или ако купоните за дажбите е трябвало да бъдат купувани от правителството на цена $p_0 - p_{\max}$, при цена на стоката постоянно равна на $p_{\max}$. На какви предположения относно приходните ефекти трябва следователно да се подчинява анализинът на частичното равновесие на възможностите (i) и (ii) в раздел 5.8?

5.16. Да предположим, че правителството на една страна стопанисва магазини, в които продава хляб на субсидирана цена p. То ограничава количеството хляб, което продава на всяко лице, като му дава купони за дажби, които не могат да се прехвърлят. То все пак разрешава съществуването на свободен пазар на несубсидиран хляб, където всеки, който желае повече хляб отколкото е дажбата в купони, може да си купи колкото иска на цена $p_1 > p$.

Да предположим, че потребителите не могат да препродават хляба на субсидирани цени.

Като използвате кривите на безразличие между хляба и другите стоки при включване на бюджетни ограничения от по-горния тип, покажете как потребителят ще разпредели своите разноски за хляб и за другите стоки. Направете това за двама потребители, единият от които при равновесие желае повече хляб отколкото му дават наличните купони, а другият желае по-малко.

Да предположим, че общото количество на отпечатаните купони е по-малко от общото количество закупен хляб. Да допуснем, че правителството, докато все още безплатно отпечатва купони, разреши на потребителите да ги купуват и продават. Ако хлябът не е непълноценна стока, посредством разделяне на кривите на търсенето и на предлагането на купони намерете каква ще бъде равновесната пазарна цена на един купон.

5.17. В светлината на дискусията в раздел 5.8 върнете се на упражнение 1.32 и вижте дали не желаете да ревизирате своя отговор.

ГЛАВА 6

Теории на неконкурентното поведение

6.1. *Увод*

Както описателната теория, залегнала в глави 1–4, така и предписващата теория от глава 5 предполагат в явна форма, че всички икономически агенти имат конкурентно поведение, т.е. приемат, че всички цени са определени независимо от техните собствени действия. Тези теории предполагат също така явно или неявно, че икономическите агенти са изчерпателно информирани за всички необходими детайли на стопанството, в което те действат. В тази глава ще разгледаме някои случаи, при които тези предположения не са верни, и ще се уверим, че в този случай много от изводите от предишните глави се променят значително. Трябва да е ясно, че използваме думата „конкурентен“ в смисъл, който е твърде различен от ежедневната употреба: поведението, което изследваме в тази глава, е също толкова агресивно насочено към собствените интереси, колкото и поведението, изучавано в предишните глави. Разликата е, че икономическите агенти в този случай вече не приемат цените като даденост (или не са изчерпателно информирани за стопанството, в което участват).

6.2. *Монополистичната фирма*

Може би най-малко приемливото конкурентно предположение е това, че фирмите приемат цените на техните продукти като даденост. Ето защо започваме с най-простия случай, когато една фирма не приема цените за даденост, а ги *определя*, т.е. случая на *монопол*, когато предлагането на пазара се осъществява от една-единствена фирма.

Фирмата произвежда продукция y и има функция на разходите $c(y)$. Цената p на нейната крайна продукция не е константа, а е функция на y: $p = p(y)$ е обратната функция на търсенето на пазара за този продукт, тъй като продукцията на тази фирма е всъщност цялото количество, което се предлага на потребителите. Понеже $p'(y) < 0$, фирмата има низходяща функция на търсенето.

Задачата за максимализиране на печалбата за такава фирма е следната:

$$\text{(1)} \qquad \underset{y}{\text{да се максимализира}} \; p(y)y - c(y),$$

като условието от първи ред е

$$\text{(2)} \qquad p(y) + p'(y)y - c'(y) = 0,$$

докато условието от втори ред е

$$\text{(3)} \qquad 2p'(y) + p''(y)y - c''(y) < 0$$

(сравнете с (2.49) – (2.51)). Следователно необходимото условие е маргиналният разход $c'(y)$ да бъде равен не на цената, а на маргиналния приход (MR), който се дефинира посредством

$$\text{(4)} \qquad \mathrm{MR} = R'(y) = p(y) + p'(y)y,$$

като приходът на фирмата е

$$\text{(5)} \qquad R(y) = p(y)y.$$

Маргиналният приход има много проста интерпретация. когато конкурентна фирма продаде една допълнителна единица от своята продукция, тя получава p, но един монопол трябва да намали цената си, за да продаде повече, така че ако дадена стока бъде продадена на една цена, то приходът е това, което се получава от допълнителна единица, а именно $p(y)$, минус това, което се губи чрез намаляването на цената, на която съществуващата продукция се продава, а именно $p'(y)y$. (Припомнете си, че $p'(y) < 0$.) Отбележете, че последното може да бъде обединено във вида

$$\text{(6)} \qquad \mathrm{MR} = p\left(1 + \frac{y}{p}\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}y}\right) = p\left(1 + \frac{1}{e_{xp}}\right),$$

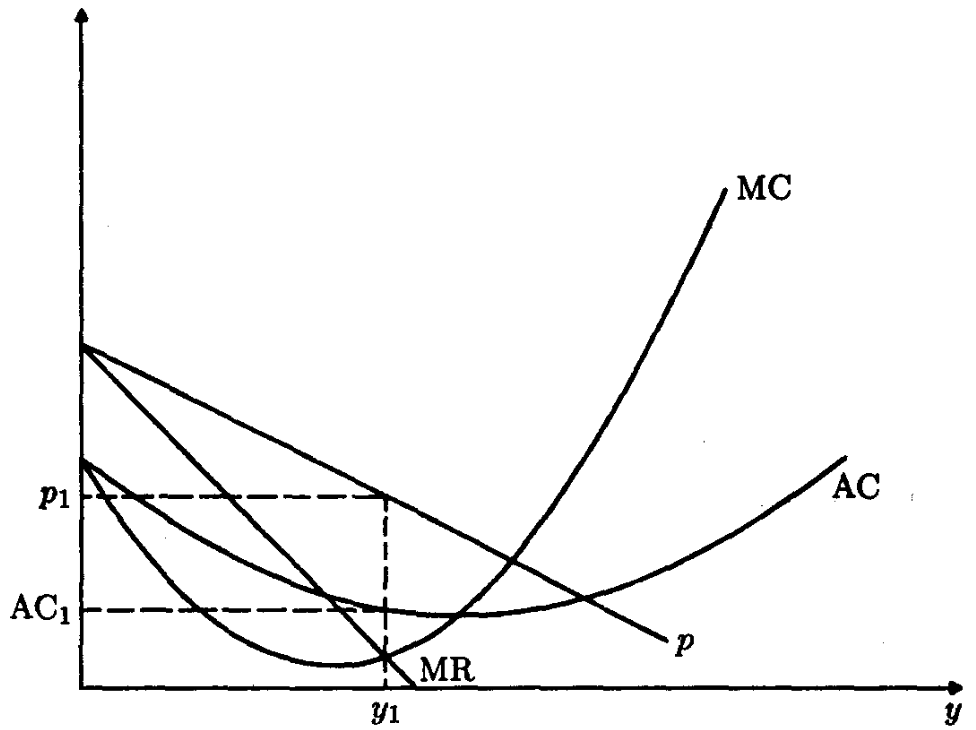
където e_{xp} е ценовата еластичност на търсенето на стоката, докато обратната функция на търсенето $p(y)$ се получава чрез обръщането на функцията на търсенето $x(p)$ и полагането $x = y$. Следователно MR е положително само когато $e_{xp} < -1$, т.е. $|e_{xp}| > 1$.

От (4) виждаме, че когато $y = 0$, MR и $p(0)$ са равни, но но в противен случай MR $< p(y)$. Да разгледаме например линейната функция $p = a - by$. Имаме $R = ay - by^2$, така че MR $= a - 2by$. Кривата на маргиналния приход е права линия, два пъти по-стръмна от кривата на търсенето, когато кривата на търсенето е права линия.

Фиг. 6.1 представя графично максимализиращ печалбата монополист. Печалбите се максимализират в y_1, където MC = MR, като MC пресича MR отдолу, така че условието от втори ред (което може да се запише във вида d(MR − MC)/d$y < 0$) е удовлетворено. Стойността на печалбите е

$$p(y_1)y_1 - c(y_1) = (p_1 - AC_1)y_1.$$

Както и в теорията за конкурентната фирма, възможно е монополистичната фирма да предпочете да не произвежда нищо в случай, че максималните ѝ печалби са отрицателни. Също така лесно могат да бъдат построени и примери, в които монополистичните фирми продължават да произвеждат в краткотрайния период, макар че се реализират загуби (вж. упражнение 6.1).



Фиг. 6.1. Максимализиращ печалбата си монополист

Забележете, че не можем да дефинираме функция на предлагането или да начертаем крива на предлагането на монопол. Уравнение

(2) не може да бъде решено така, че да се изрази y като функция на p, защото p не е екзогенна. Не можем въз основа на познаването на функцията на разходите и на цената, която в действителност се плаща, да заключим какво количество ще бъде предложено, защото фирмените решения зависят от кредото на фирмата за формите и позицията на търсенето и маргиналните криви на приходите.

Да предположим обаче, че сравняваме две промишлености с идентични функции на търсенето и на маргиналния разход, като едната от промишлеността е конкурентна, а другата се състои от една-единствена монополистична фирма. Лесно можем да покажем, че крайната продукция ще бъде в по-малък обем в монополистичния случай. При конкурентната промишленост кривата на предлагането съвпада с кривата на маргиналния разход на промишлеността, която от своя страна е сумата от кривите на маргиналния разход (предлагането) на фирмите. Крайната продукция е подбрана така, че цената да бъде равна на маргиналния разход, защото всички фирми приемат цената за даденост. За разлика от тях ценообразуващият монополист избира такава комбинация между цена и крайна продукция, която прави маргиналния приход равен на маргиналния разход. От фиг. 6.1 става ясно, че произведената продукция при монопола е по-малко. Икономическата логика е проста: чрез ограничаване на производството монополът може да повиши цените, а следователно и печалбата си. В една конкурентна промишленост би важало същото, но никоя фирма не би имала стимул да намали количеството на произведената си продукция, тъй като действията на една фирма не биха повлияли на цената — ето защо се произвежда по-голямо количество. (Това сравнение обаче пренебрегва възможността промишленостите, които са се монополизирали да бъдат онези при които има съществени мащабни стопанства, с други думи промишлености с нарастваща възвръщаемост относно мащаба. Случаят 6 в раздел 3.4 показва, че конкурентното поведение не е възможно да бъде съхранено при промишленост в това положение.)

Логиката на монополистичното поведение хвърля светлина върху ценообразуването на някои форми на труд. Има много длъжности — главно „професии“ като лекарската, адвокатската и счетоводната, както и някои свързани с по-прости умения като отпечатването на вестници и докерската дейност — в които профсъюзите (понякога маскирани като „професионални асоциации“) контролират приемането на нови работници. Целите на профсъюзите са може би твърде сложни, за да бъдат определени като максимализиране на печалбата, но онези съюзи, които могат да контролират приема, със сигурност го правят със съзнанието, че ограниченото предлагане съдържа в себе си по-висока цена.

Една монополистична фирма може да има толкова малко влияние на всеки от пазарите, на които купува началните си стоки, че практически да се превърне във фирма, която приема цените на тези пазари такива, каквито са. Теорията за минимализиране на разходите, изложена в раздели 2.4–2.8, се прилага без изменения, така че функцията на разходите, означена по-горе със $c(y)$, е всъщност $c(\mathbf{w}, y)$, където $\mathbf{w}$ е векторът на цените на началните стоки. Лесно може да се покаже (вж. упражнение 6.2), че ако този монопол има *производствена функция* $y = F(\mathbf{z})$, *то той ще ангажира начални стоки* в количества, които удовлетворяват

$$\text{MR}\frac{\partial F}{\partial z_i} = w_i, \quad i = 1, \ldots, n \tag{7}$$

(сравнете с (2.6)). Логиката трябва да е ясна: маргиналният разход на една начална стока е равен на маргиналната полза, като цената на началната стока е равна на маргиналния разход, а ползата е повишаването на прихода, получено от допълнителна крайна продукция. Лявата страна на (7) се нарича *маргинален приходен продукт* на началната стока i.

Една голяма фирма може обаче да бъде толкова влиятелна на пазарите, от които купува началните си стоки, че цените им да зависят от количествата, които тя купува, така че $w_i = w_i(z_i)$ при $w_i'(z_i) > 0$. За такава фирма минимализирането на разходите и максимализирането на печалбите са различни от тези на фирма, работеща в условията на конкуренция. Равенство (2) описва оптималния избор на крайна продукция и не е трудно (вж. упражнение 6.5) да се покажете, че оптималният избор на начални стоки се описва чрез равенствата

$$(p(y) + p(y)y)\frac{\partial F}{\partial z_i} = w_i(z_i) + w_i'(z_i)z_i, \quad i = 1, \ldots, n, \tag{8}$$

което алтернативно може да се представи като

$$p\left(1 + \frac{1}{e_{xp}}\right)\frac{\partial F}{\partial z_i} = w_i\left(1 + \frac{1}{e_{zi}}\right), \quad i = 1, \ldots, n, \tag{8а}$$

или

$$\text{MR}\frac{\partial F}{\partial z_i} = \text{MC}, \quad i = 1, \ldots, n, \tag{8б}$$

където $e_{zi} = w_i/(w_i'(z_i)z_i) = (w_i/z_i)(\mathrm{d}z_i/\mathrm{d}w_i)$ е еластичността на предлагането на началната стока i на фирмата, а MC_i означава „маргиналния разход за началната стока i“. Ако $w_i'(z_i) > 0$, MC_i е по-голямо от w_i по същата причина, поради която MR е по-малко от p: разходът за закупуване на допълнителна единица от началната стока i е цената, която трябва да бъде платена, *плюс* повишаването на цената, платена за съществуващите единици начална стока i, необходима за привличането на допълнителна единица, ако за всички тях се заплаща същата цена. Фирма, която по такъв начин диктува цените на пазара на начални стоки, се нарича *монопсон* или *монопсонист*.

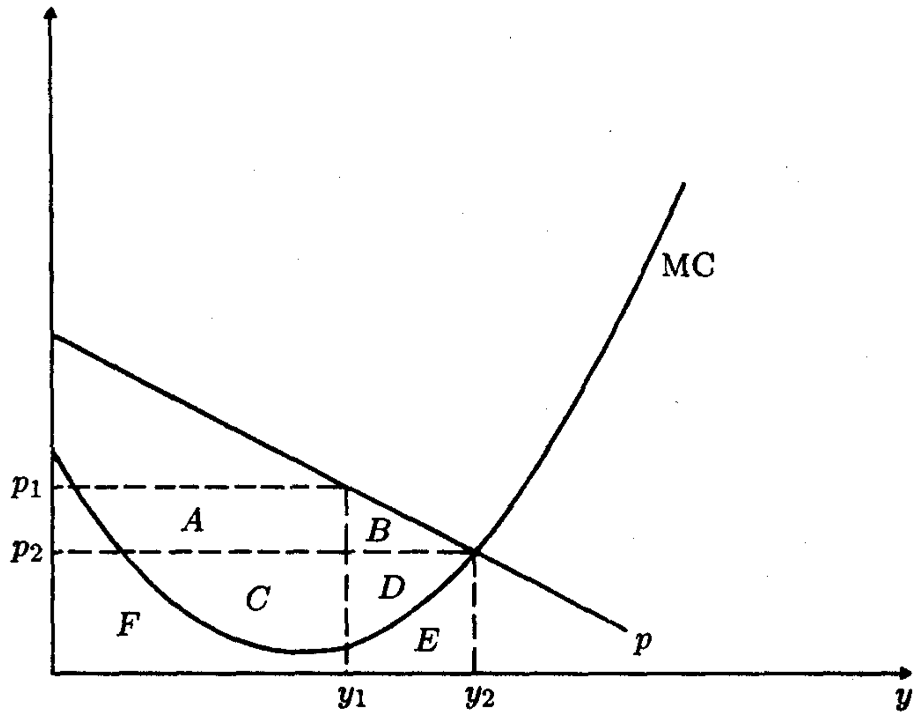
6.3. Икономиката на благоденствието на монопола

Видяхме, че монополът произвежда такова количество стока, при което цената на готовата продукция надвишава маргиналния производствен разход. Аргументацията в раздел 5.1, че на конкурентния пазар се произвежда правилното (или ефективното) количество стоки, зависи най-вече от факта, че цената е *равна* на маргиналния разход. (Формалната аргументация в раздел 5.3, че конкурентното равновесие е ефективно в смисъла на Парето, в заключителната си фаза също така се базира на факта, че фирмите приемат цената за даденост.) Така че не трябва да се учудваме, ако открием, че монополизираният пазар произвежда неефективно малко количество краен продукт.

Фиг. 6.2 възпроизвежда фиг. 6.1, като за яснота са пропуснати кривите AC и MR. Да предположим, че цената е била намалена от p_1 на p_2, а продаденото количество е нарастнало от y_1 на y_2. Потребителският излишък ще се увеличи с количеството, представено от лицата на A и B.

Приходът от продажбите ще се промени от $A+C+F$ на $C+D+E+F$, така че ще нарастне с $D+E-A$. Разходите ще нараснат с E, така че печалбата ще спадне с $A-D$. (Знаем, че печалбата намалява, защото y_1 е нивото на произведена продукция, максимализиращо печалбата на монополиста.) Следователно приходът от потребителския излишък надвишава загубата на печалба в размер, даден от лицето на $B+D$.

Как може да се повиши количеството на произведената продукция от y_1 на y_2? Нашият анализ на външната среда при условията на конкурентен пазар ни подсеща, че данъците и субсидиите са под-



Фиг. 6.2. Неефективността на монопола

ходящ начин да се измести равновесието. Монополът взема предвид загубата в приходите от съществуващите продажби, в случай че намали цената, за да увеличи продажбите, но това не е действителна загуба за обществото, а просто прехвърляне от монопола към неговите съществуващи клиенти. Следователно монополът подценява истинската социална стойност на производството, така че подходящата мярка в случая е субсидията. Ако е платена субсидия s за единица продукция, тогава печалбата на фирмата (сравнете с (1)) става $p(y)y+sy-c(y)$, където $p(y)$ е цената, платена от потребителите, така че необходимото условие за максимализиране е

$$p(y) + p'(y)y + s - c'(y) = 0, \tag{9}$$

т.е.

$$\mathrm{MR} = c'(y) - s. \tag{10}$$

Условието от втори ред отново е (3). Равенството (9) дефинира y като неявна функция на s и след диференциране ни дава

$$(c''(y) - 2p'(y) - p''(y)y)\,\frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}s} = 1, \tag{11}$$

така че $\mathrm{d}y/\mathrm{d}s > 0$ когато е удовлетворено (3). Ясно е, че печалбите също се увеличават с нарастването на s: лесно е да се покаже, че ако $\pi(s)$ представляват максимализираните печалби за дадено s, то $\mathrm{d}\pi/\mathrm{d}s = y$ (вж. упражнение 6.6(а)).

Графично това може да бъде представено като се начертае крива MC$-s$, s единици под кривата MC, като пресечната точка между тази нова крива и кривата MR определя новото количество произведена продукция. За да се получи оптимално количество производство y_2 в случая, показан на фиг. 6.1 и 6.2, е необходимо да се въведе субсидия, равна на вертикалното разстояние между MC и MR в y_2. Тогава при пресмятането на благоденствието на фиг. 6.2 ще трябва да въведем допълнителен елемент: количество sy_2 ще бъде платено от правителството като субсидия, а печалбите на монопола ще бъдат увеличени с $sy_2 - (A - D)$ в сравнение с първоначалното равновесие. Може би изглежда парадоксално, че се провежда политика, която повишава печалбата на монополиста, но това е само още един пример за несъответствие между ефективността и разпределението на доходите: ефективно е да се повишава количеството на произведената от монополиста продукция, но за да стане това, се изисква прилагането на метод, който прехвърля доход от данъкоплатците към монополиста. Ако е възможно на монополиста да бъде наложен данък върху печалбата в размер, който би възстановил прихода от субсидията, преразпределението би могло да бъде възстановено. (На Вас остава да обясните защо предоставянето на субсидия в полза на монопола, която след това трябва да се върне под формата на данък върху печалбата, би имало някакво въздействие върху поведението на фирмата — вж. упражнение 6.6(б).)

6.4. *Ценова дискриминация*

Интерпретацията на маргиналния приход, дадена по-горе, показва защо монополът не предлага стоки до степен, в която цената става равна на маргиналния разход: за да спечели допълнителни клиенти, монополът трябва да намали цената, предлагана на досегашните клиенти. Ако фирмата може да изисква различни цени от различните си клиенти, този аргумент няма повече да бъде в сила. Необходимо условие за такава ***ценова дискриминация*** е продуктът да не може да се препродава. Примери за ценова дискриминация са цените на железопътните и самолетните билети, цените на хотелите, на медицинските и пощенските такси.

Абсолютна дискриминация има тогава, когато от всеки потребител се изисква да плати различна цена за всяка част, колкото и малка да е тя, от цялото количество на потребената от него стока. Очевидно цената, поискана от фирма, която цели да максимализира печалбата си, е максималната цена, която който и да е потребител би желал да плати, като тази информация се дава от обратната функция на търсенето. Общият приход се получава, като се съберат приходите, получени от всяка отделна част на продажбите, т.е. като се интегрира обратната функция на търсенето, за да се получи

$$R(y) = \int_0^y p(x)\,\mathrm{d}x. \tag{12}$$

(Сравнете с (5.10).) Фактът, че това е точната мярка, се потвърждава от забележката, че $R(0) = 0$ и $R'(y) = p(y)$, така че нормата на покачване на прихода от допълнителни продажби се дава от цената, на която се правят допълнителните продажби. Печалбите са

$$\pi(y) = \int_0^y p(x)\,\mathrm{d}x - c(y) \tag{13}$$

и необходимото условие за максимализиране на печалбата (припомнете си, че $R'(y) = p(y)$) е

$$p(y) - c'(y) = 0. \tag{14}$$

Това е същото правило, което би било удовлетворено и от конкурентна промишленост. Причината е проста: тъй като маргиналната продажба може да бъде направена само на цена, която маргиналният потребител би желал да плати, без да се намали цената, плащана за съществуващите продажби, обратната функция на търсенето е функцията на абсолютната дискриминация, на маргиналния приход на монополиста.

Следователно абсолютната ценова дискриминация повишава ефективното количество на произведената продукция. Това увеличение на ефективността е съпроводено от преразпределение на дохода в сравнение с недискриминиращия монопол: потребителите не получават потребителски излишък, понеже той целият се превръща в приход за монопола, както се вижда от сравнението на (5.10) с (12). (Лесно е да се дадат примери, в които недискриминиращ монополист би реализирал загуба, ако произвежда, и следователно ще предпочете да не произвежда нищо, докато дискриминиращият монополист произвежда положително ефективно количество стоки.) Когато сравним абсолютната ценова дискриминация с конкуренцията, не намираме разлика в ефективността, понеже произведената продукция и в двата случая е еднаква по размери, но дискриминацията предполага преразпределение на потребителския излишък в полза на монопола.

В този момент си струва да се върнем на дискусията ни за обществените стоки, подхваната в раздел 5.6, понеже става въпрос за същите проблеми. Ефективното предлагане на обществени стоки ще бъде осигурено, ако предлагащият ги може да действа като абсолютно дискриминиращ монополист.

Практически е невъзможно обаче някоя фирма да има толкова съвършена информация за пазара, та да дискриминира абсолютно. Ето защо в действителност могат да бъдат определени само няколко различни цени. Това се нарича *несъвършена ценова дискриминация*. Да предположим, че пазарът може да бъде разделен на две части със съответни обратни функции на търсенето $p_1(x_1)$ и $p_2(x_2)$. Тогава печалбите на фирмата са функция на x_1 и x_2:

$$\pi(x_1, x_2) = p_1(x_1)x_1 + p_2(x_2)x_2 - c(x_1 + x_2), \tag{15}$$

тъй като крайният продукт е $x_1 + x_2$. Имаме две необходими условия за максимализиране на печалбата.

$$p_i(x_i) + p_i'(x_i)x_i - c'(x_1 + x_2), \quad i = 1, 2, \tag{16}$$

т.е.

$$c'(y) = \mathrm{MR}_i = p_i\left(1 + \frac{1}{e_i}\right), \quad i = 1, 2, \tag{17}$$

където MR_i, е средният приход на пазар i, а e_i е еластичността на търсенето.

Следователно, ако $|e_1| > |e_2|$, $p_1 < p_2$: дискриминиращият монополист взема по-висока цена на пазар, на който търсенето е по-малко еластично.

Да разгледаме като пример цените на самолетните билети. Цените на билети за отиване и връщане, които имат ограничение за продължителност на престоя и предварителна резервация, са значително по-ниски от тези на билетите без ограничения. Целта е да се раздели пазарът на две части: туристите планират пътуванията си предварително и обикновено отговарят на ограниченията;

същевременно ограниченията са направени така, че бизнесмените са принудени да купуват скъпите билети. Може да се очаква, че бизнесмените имат по-малка еластичност при търсенето на самолетни билети от туристите, поради което изглежда, че теорията отразява практиката. (Забележете, че не е правилно да се каже, че бизнесмените са по-богати от туристите и за това има смисъл да плащат повече — по-скоро е от значение разликата в еластичността на търсенето, отколкото в доходите.)

Този пример не е типичен в смисъл, че стоката, предлагана и на двата вида клиенти, е една и съща — ограниченията в предварителните резервации и продължителността на престоя не намаляват разходите на авиокомпанията за предлагането на тази услуга. Повечето форми на ценова дискриминация обаче се отнасят до съвсем различна услуга, която се предлага на потребителите за разделяне на пазара: пътниците в първа класа получават по-добра храна и по-широки седалки от пътниците във втора класа, изданията на книги за библиотеките са подвързани с по-трайна подвързия от обикновените издания и т.н.

Това може да бъде включено в теорията, като оставим разхода да зависи както от x_1, така и от x_2, вместо от сумата им, така че печалбите ще бъдат

$$\pi(x_1, x_2) = p_1(x_1)x_1 + p_2(x_2)x_2 - c(x_1, x_2) \tag{18}$$

с условия от първи ред

$$\frac{\partial c}{\partial x_i} = p_i(x_i) + p_i'(x_i)x_i, \quad i = 1, 2, \tag{19}$$

т.е.

$$\mathrm{MC}_i = \mathrm{MR}_i = p_i\left(1 + \frac{1}{e_i}\right), \quad i = 1, 2. \tag{20}$$

Следователно, макар че маргиналният разход на предлагането на отделни пазари може да е различен (защото по-широките седалки и твърдите подвързии наистина струват повече), това няма да е пълното обяснение на разликата в цените: различието между цената и маргиналния разход ще бъде по-голямо на пазара с по-малката еластичност.

Ясно е, че всичко това може да бъде обобщено непосредствено за случая на пазар, разделен на повече от две части.

Тъй като несъвършената ценова дискриминация изглежда като нещо средно между недискриминацията и съвършената дискриминация, изкушаващо е да се направи изводът, че тя би довела до по-ефективно ниво на крайна продукция от недискриминиращия монопол, но не и до съвсем ефективното ниво на съвършената дискриминация. Първата част на това съждение обаче е неправилна: *не* е вярно, че несъвършената дискриминация непременно увеличава продаденото количество. В упражнение 6.12 от Вас се изисква да го покажете с пример. Въпросът е в това, че тъй като ценовата дискриминация позволява наличието на различни цени на един и същ пазар, едната от тях ще бъде намалена, а другата увеличена от недискриминационната цена. (Упражнение 6.13 изисква да помислите защо двете цени няма да се движат в една съща посока.) Следователно на даден пазар, на който някои потребители са били изключени от потреблението, макар че са били готови да платят повече от маргиналния разход, сега им е разрешено да потребяват; но на другия пазар потреблението е намаляло и следователно е увеличена неефективността. Увеличаването на ефективността на първия пазар не е необходимо да натежава повече от загубата на втория. За разлика от случая на съвършената дискриминация, където цялата неефективност е елиминирана, тук трябва да се очаква повишаване на ефективността.

Да резюмираме. От гледна точка на ефективността потребителите, които имат желание да платят маргиналния разход, трябва да бъдат удовлетворявани. Съвършената ценова дискриминация изпълнява тази задача, а несъвършената ценова дискриминация се доближава до нея повече, отколкото недискриминацията. И двата вида дискриминация освен това оказват въздействие върху разпределението на приходите, което може да е желателно, а може и да не е.

Лесно е да се разшири теорията за случая на монопсония. Фирмата ще иска да предложи различни цени за различни източници на предлагане на една и съща начална стока, ако еластичността на предлагането е различна в двата източника. По-подробното извеждане е оставено за Вас като упражнение 6.15.

6.5. *Олигополия и теория на игрите*

В определен смисъл монополистичната и съвършено конкурентната фирма са в противоположни крайности: едната има за себе си целия пазар, другата среща конкуренция отстрана на толкова много други фирми, че цената, на която продава, е извън нейния контрол. Двата вида фирми имат обаче нещо общо: те правят своите планове, без да се безпокоят за реакциите на своите конкуренти: монополистът — понеже няма конкуренти, а конкурентната фирма — понеже нейните действия сами по себе си имат незначително въздействие върху пазара като цяло. Всъщност малко фирми са истински монополисти и малко промишлености се състоят от действително конкурентни фирми, така че би трябвало да разглеждаме възможности, които са нещо средно между конкуренция и монопол. Такива средни възможности сумарно са известни като несъвършена конкуренция. При почти всички такива междинни случаи дадена фирма трябва да държи ясна сметка за реакциите на своите съперници. Изучаването на това как действат икономическите агенти в ситуации, при които техните действия могат да повлияят на реакциите на други агенти, е предмет на *теория на игрите*.

Промишленост, в която има малък брой фирми, се нарича олигополия. Най-простото множество от условия, които трябва да бъдат наложени, е: (i) фирмите да не заговорничат; (ii) всяка фирма да се опитва да максимализира печалбите си при условие, че крайната продукция на останалите фирми е постоянна. Да предположим, че кривата на пазарното търсене на един продукт е линейна:

$$p = a - bx, \tag{21}$$

и съществуват n фирми, всяка от които има линейна функция на разходите

$$c_f = cy_f, \quad f = 1, \dots, n, \tag{22}$$

където a, b и c са константи. Потребеното количество x е равно на сумата от крайните продукти на фирмите:

$$x = \sum_{f=1}^{n} y_f. \tag{23}$$

Да разгледаме типична фирма, чиито печалби са

$$\pi_f(y_f, x) = (a - bx)y_f - cy_f. \tag{24}$$

Фирмата се стреми да максимализира този израз относно y_f при условие, че крайните продукти на всички останали фирми са фиксирани, така че от (23) следва $\mathrm{d}x/\mathrm{d}y_f = 1$. Следователно получаваме условието от първи ред

$$a - c - bx - by_f = 0. \tag{25}$$

(Условието от втори ред явно е удовлетворено.) Сега, тъй като (25) е удовлетворено за всяко f, като сумираме по всички f и приложим (23), ще получим

$$n(a - c - bx) - bx = 0, \tag{26}$$

така че

$$x = \frac{n}{n+1}\frac{a-c}{b} \tag{27}$$

и

$$y_f = \frac{1}{n+1}\frac{a-c}{b}. \tag{28}$$

Тази аргументация е приложима каквато и да е стойността на n. При $n = 1$ имаме случая на монопола $x = (a - c)/2b$. С нарастването на n крайният продукт на всяка от фирмите намалява, но общото предлагане нараства, а когато n клони към безкрайност, общият краен продукт клони към $(a-c)/b$, конкурентната крайна продукция, която би била произведена ако фирмите биха приемали цените за даденост. (Въпреки това обаче не бива да се придава прекалено голяма значимост на последния резултат. Той беше получен в твърде прост пример. По-важното е, че няма показания как би могла да бъде получена стойността на n за всеки отделен случай.)

Равновесието, описано посредством (27) и (28), беше получено при условие, че всички фирми са идентични и всяка фирма действа като че ли крайните продукти на другите фирми са дадени. Това условие дължим на живелия през 19 век френски икономист Курно, а равновесието, което получихме, се нарича *равновесие на Курно*. (Това е пример за една по-широка концепция за равновесие в теорията на игрите, наричана равновесие на Наш.) При равновесието на Курно никоя от фирмите няма стимул да промени своята крайна продукция, като напусне равновесната стойност, докато всички други фирми са в процес на избиране на техните равновесни крайни продукции.

По-нататъшното разглеждане на този пример има за цел да насочи вниманието ни към случая $n = 2$. Олигополия с две фирми се нарича *дуополия*. Равенството (25) за фирма 1 придобива вида

$$a - c - by_2 - 2by_1 = 0, \tag{29}$$

така че

$$y_1 = \frac{a - c - by_2}{2b}. \tag{30}$$

По подобен начин фирма 2 ще избере y_2, така че да е удовлетворено

$$y_2 = \frac{a - c - by_1}{2b}. \tag{31}$$

Тези функции, представящи y_1 като функция на y_2 и y_2 като функция на y_1, се наричат *функции на реакцията* и са изобразени графично на фиг. 6.3 като *криви на реакцията*. Равновесието на Курно е при $y_1 = y_2 = (a - c)/3b$ и е показано на фигурата в точка C, където се пресичат двете криви.

Естествено е да попитаме дали равновесието е стабилно. Да предположим, че започваме в $y_2 = 0$, така че фирма 1 е монополист и избира монополното ниво $(a - c)/2b$ на крайната продукция. Пазарът е в точка P_1. Фирма 2 ще реагира посредством увеличаването на y_2, така че ще се преместим в P_2. При такава стойност на y_2 фирма 1 ще пожелае да намали крайната си продукция, така че ще отидем в P_3 и така нататък докато бъде достигната равновесната точка C на дуополията. Лесно е да се види, че пазарът ще клони към C каквато и да е началната точка, ако на всяка стъпва една фирма вярва, че трайната продукция на останалите е фиксирана. Проблемът с тази аргументация се състои във възможността да се покаже непосредствено, че такива вярвания са неправилни и съвсем няма да е задоволително теорията да се основава на допускания, че икономическите агенти ще действат на базата на вярвания, които се оказват системно неправилни. Различно е положението в действителното равновесие: убеждението на първата фирма, че y_2 е фиксирано на ниво $(a - c)/3b$ (така че оптималната стойност на y_1 е $(a - c)/3b$) е основателно, понеже y_2 действително взема тази стойност (понеже от своя страна фирма 2 има правилното очакване за y_1).

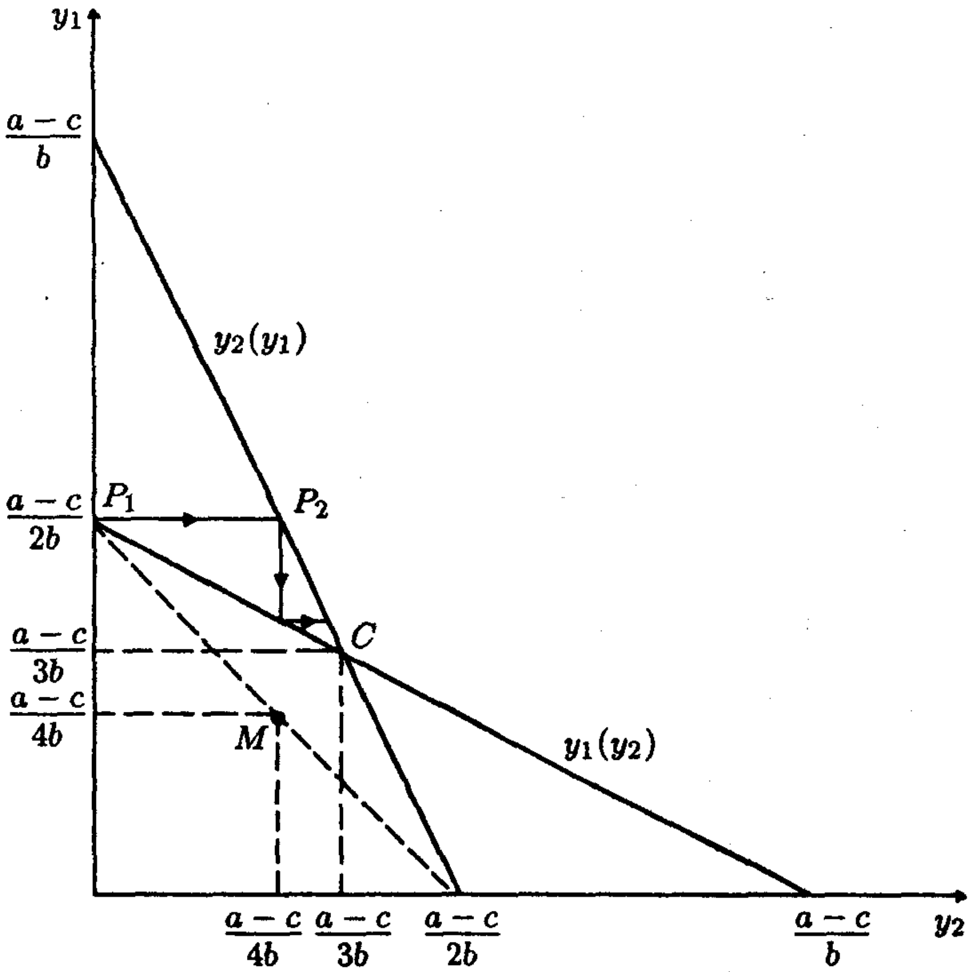
крайна

Да предположим сега, че фирма 1 е осведомена, че фирма 2 има функция на реакцията, зададена чрез (31), и фирма 1 максимализира печалбите си при предположение, че е удовлетворено (31) вместо предположението, че y_2 е фиксирано. Следователно целта на фирма 1 е

$$\begin{aligned} &\text{да максимализира}_{y_1, y_2}\ (a - by_1 - by_2)y_1 - cy_1, \\ &\text{при условие че } y_2 = (a - c - by_1)/2b, \end{aligned} \tag{32}$$

което може да бъде представено във вида

$$\text{да се максимализира}_{y_1}\ \frac{1}{2}(a - c)y_1 - \frac{1}{2}by_1^2, \tag{33}$$



Фиг. 6.3. Дуополия на Курно

чието решение е

$$y_1 = (a-c)/2b, \tag{34}$$

така че

$$y_2 = (a-c)/4b. \tag{35}$$

Това е ***равновесието на Стакелберг***, при което фирма 1 е ***водач***, а фирма 2 — ***догонващ***. То е показано като точка S_1 на фиг. 6.4.

За да бъде разбрана разликата между двете равновесия, може би ще бъде полезно да погледнем контурите на функцията на печалбите на фирма 1. Тези контури са кривите линии на диаграмата, при които печалбите стават толкова по-малки, колкото повече контурите се отдалечават от монополистичната точка $y_1 = (a-c)/2b$, $y_2 = 0$. Контурите са вертикални когато пресичат линията $y_1(y_2)$, понеже тази линия е дефинирана чрез максимализиране на печалбите при дадено

y_2. Водачът на Стакелберг избира точката върху линията $y_2(y_1)$, която е на най-високия контур, откъдето следва и изборът на S_1.

Ясно е, че има симетрично равновесие на Стакелберг в S_2 с водач фирма 2 и догонващ фирма 1. Това води до явното затруднение, че при равновесието на Стакелберг трябва да съществува необяснена асиметрия на сложността. Ако и двете фирми се опитват да бъдат водачи, всяка от тях ще открие, че тяхната хипотеза, че другата фирма ще остане пасивна върху своята крива на реакцията, е неверна, така че няма да има равновесие докато и двете се стремят да водят.

Досега приемахме, че фирмите имат некооперативно поведение. През 1776 г. в своята класическа книга „Богатството на нациите" Адам Смит обаче отбелязва: „Хората от един и същ бранш рядко се срещат даже и за веселие или развлечение, а общуването им, доколкото го има, завършва обикновено с някаква конспирация против обществото или с някакъв хитър трик за повишаване на цените."

Оставайки в примера с дуополията, нека да допуснем възможността фирмите *да се договарят*. (На езика на теорията на игрите това означава да разгледаме *кооперативно* решение на играта.) Ако фирмите си взаимодействат и максимализират съвместните си печалби, те трябва да изберат нивото на общата крайна продукция така, че тя да удовлетворява:

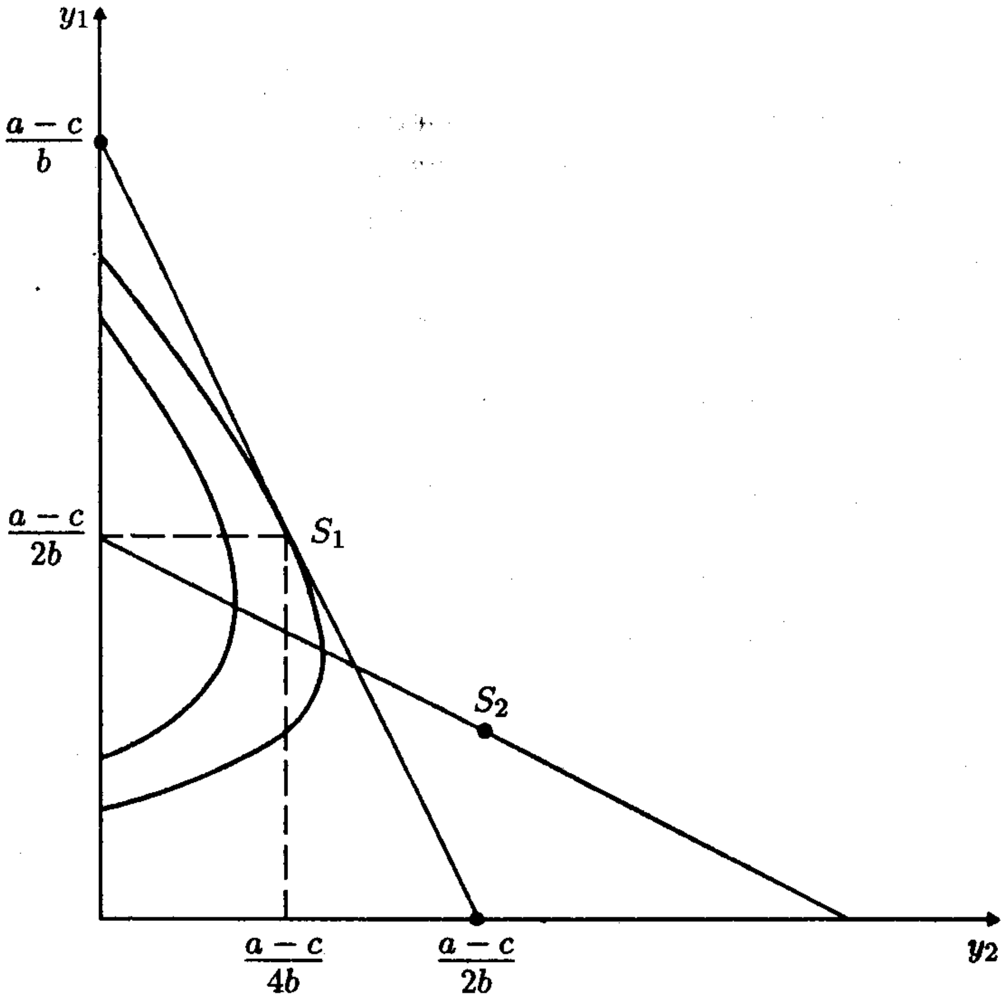
$$\text{да се максимализира}_{y}\ (a - by)y - cy, \tag{36}$$

което има за решение, разбира се, монополното равновесие $y = (a - c)/2b$. След това фирмите ще трябва да решат как да разпределят помежду си продукцията и печалбите, но това, което очевидно трябва да направят, е да се споразумеят да положат

$$y_1 = y_2 = (a - c)/4b, \tag{37}$$

която точка е означена с M на фиг. 6.3.

Във връзва с това кооперативно решение има обаче един сериозен проблем: всяка фирма има стимул да наруши споразумението. Ако предположим, че $a = 13$, $b = 1$ и $c = 1$, то равновесието на Курно е $y_1 = y_2 = 4$, докато кооперативното решение е $y_1 = y_2 = 3$. Нека освен това за простота да направим съвсем произволното предположение, че ако фирмите, които са се договорили да произведат по 3 единици всяка, възнамеряват да нарушат договора, да имат като алтернатива само ниво 4 на крайната продукция. Лесно се пресмята,



Фиг. 6.4. Равновесие на Стакелберг при дуополия

че печалбите са свързани с крайната продукция, както е показано на следната таблица:

	$y_2 = 3$	$y_2 = 4$
$y_1 = 3$	$\pi_1 = 18$ $\pi_2 = 18$	$\pi_1 = 15$ $\pi_2 = 20$
$y_1 = 4$	$\pi_1 = 20$ $\pi_2 = 15$	$\pi_1 = 16$ $\pi_2 = 16$

Сега фирмите се намират в положение, известно на специалистите в теорията на игрите като *затворническата дилема*. Фирма 1 може да твърди, че ако фирма 2 се придържа към договора, тя ще постави $y_2 = 3$, докато ако наруши договора, ще може да увеличи печалбите си от 18 на 20; а ако фирма 2 наруши договора и постави $y_2 = 4$, фирма 1 ще може да повиши печалбите си от 15 на 16, като също наруши договора. Следователно фирма 1 има не много амбицираща стимул да постави $y_1 = 4$. (Ако едно действие е по-добро от друго действие, независимо от това какво ще предприеме противника, то се нарича от специалистите по теория на игрите *доминираща стратегия*.) Симетричното е също вярно, ако фирма 2 би поставила $y_2 = 4$, и *двете фирми ще бъдат по-зле от колкото ако бяха спазили договореностите си*. (Ако поставената в този раздел проблематика Ви е заинтригувала в такава степен, че да продължите да изучавате теорията на игрите, бързо ще разберете защо на този проблем е дадено куриозното наименование „затворническа дилема".)

Това показва защо съзаклятническите договорености между фирми (наричани често „картели") биха могли да се окажат нестабилни споразумения. Не би следвало обаче да изпадаме в крайния извод, че договореностите непременно *трябва* да се нарушават. Може да се предположи, че описаната по-горе ситуация ще се повтаря периодично. Да допуснем, че фирма 1 отправи към фирма 2 следната заплаха: „ако ти поставиш $y_2 = 4$ през който и да е период, аз ще поставя $y_1 = 4$ за следващите два периода". Ако сега фирма 2 излъже, нейната печалба ще нарастне от 18 на 20 през първия период, но ще падне на 16 през следващите два периода. Придобивката на 2 единици през първия период е несравнимо по-малка, за да компенсира загубата от 4 единици през оставащите два периода. Фирма 2 ще си направи сметката, че е по-добре да задържи y_2 на 3. Междувременно, разбира се, тя отправя симетрична заплаха към фирма 1, за да си осигури y_1 да остане на 3.

В крайна сметка с този прост пример успяхме да опишем четири различни възможни равновесия, които не са еднакво приемливи, но всичките са възможни. В равновесието на Курно при дуопол обшата крайна продукция е $2(a-c)/3b$, така че цената е $c+(a-c)/3$; при равновесието на Стакелберг крайната продукция е $3(a-c)/4b$, така че цената е $c+(a-c)/4$; в договорното равновесие крайната продукция е $(a-c)/2b$, а цената е $c+(a-c)/2$. Всички тези равновесия имат свойството, че крайната продукция по обем е по-малка от конкурентната крайна продукция $(a-c)/b$, а цената е по-висока от маргиналния разход c, но се различават в отдалечеността им от конкурентното равновесие.

6.6. *Диференцирани продукти и монополистична конкуренция*

В разгледания в предишния раздел пример фирмите произвеждат един и същ продукт, а цената на продукта е тази, на която всичко произведено може да бъде продадено. В един много по-реалистичен модел на олигополия би следвало да се предположи, че фирмите в една и съща промишленост произвеждат стоки, които са много близки помежду си, но не са идентични. Различията биха могли да бъдат съвсем тривиални, както например при опаковките на праха за пране, или биха могли да бъдат съществено различни, както при подробните технически спецификации на различните коли. Тогава всяка фирма може да поставя цената на собствения си продукт.

Да предположим, че две фирми произвеждат много близки, но различни продукти. Фирма 1 има функция на търсенето $y_1 = y_1(p_1, p_2)$ за своя продукт, където p_1 е цената на нейния продукт, а p_2 — цената на съперника, и частните производни на функцията на търсенето удовлетворяват условията $y_{11} < 0$ и $y_{12} > 0$. Аналогично, функцията на търсенето $y_2 = y_2(p_1, p_2)$ на фирма 2 има свойствата $y_{21} > 0$ и $y_{22} < 0$. Функциите на разходите на фирмите са съответно $c_1(y_1)$ и $c_2(y_2)$. Ако фирма 1 поставя своята цена ***въз основа на предположението, че p_2 е дадено***, тя ще се стреми да реши задачата

$$\text{(38)} \qquad \text{да се максимализира}_{p_1} \; p_1 y_1(p_1, p_2) - c_1(y_1(p_1, p_2)),$$

а решението $p_1 = p_1(p_2)$ ще бъде нейната функция на реакцията. По подобен начин фирма 2 може да получи своята функция на реакцията $p_2 = p_2(p_1)$. ***Ценовото равновесие на Курно–Неш*** ще се задава от двойката цени (p_1, p_2) със свойството

$$\text{(39)} \qquad p_1 = p_1(p_2(p_1)).$$

Ценово равновесие на Стакелберг с водач фирма 2 би се получило, ако предположим, че фирма 2 избира p_2, така че да реши задачата

$$\text{(40)} \qquad \text{да се максимализира}_{p_2} \; p_2 y_2(p_1(p_2), p_2) - c_2(y_2 p_1(p_2), p_2)),$$

докато (38) продължава да описва поведението на фирма 1. ***Кооперативно ценово равновесие*** ще бъде двойката (p_1, p_2), която решава задачата

$$\text{(41)} \qquad \text{да се максимализира}_{p_1, p_2} \; \Big(p_1 y_1(p_1, p_2) + p_2 y_2(p_1, p_2) - c_1(y_1(p_1, p_2)) - c_2(y_2(p_1, p_2))\Big)$$

(макар че такова решение може би ще трябва да бъде допълнено с договор за разпределяне на печалбата).

Отново ще си послужим с пример. Да предположим, че $y_1 = 7 - 2p_1 + p_2$, $y_2 = 7 + p_1 - 2p_2$, $c_1 = y_1$, $c_2 = y_2$. Следователно печалбите на фирма 1 са

$$\pi_1 = 9p_1 - 2p_1^2 + p_1p_2 - 7 - p_2 \tag{42}$$

и като максимализираме относно p_1 при дадено p_2, получаваме функцията на реакцията

$$p_1 = (9 + p_2)/4, \tag{43}$$

а поради симетрията функцията на реакцията на фирма 2 е $p_2 = (9 + p_1)/4$. Така че за Ценовото равновесие на Курно–Неш ще имаме

$$p_1 = p_2 = 3, \quad y_1 = y_2 = 4. \tag{44}$$

Функциите на реакцията са начертани на фиг. 6.5, а това равновесие е в точка C, където те се пресичат.

При равновесието на Стакелберг, когато фирма 2 е водач, (43) описва поведението на фирма 1, а фирма 2 максимализира

$$\pi_2 = 9p_2 - 2p_2^2 + p_2(9 + p_2)/4 - 7 - (9 + p_2)/4 = 11p_2 - (7p_2^2 + 37)/4, \tag{45}$$

така че тя избира $p_2 = 22/7$, а фирма 1 тогава поставя $p_1 = 85/28$. Тази точка е означена с S_2 на фиг. 6.5.

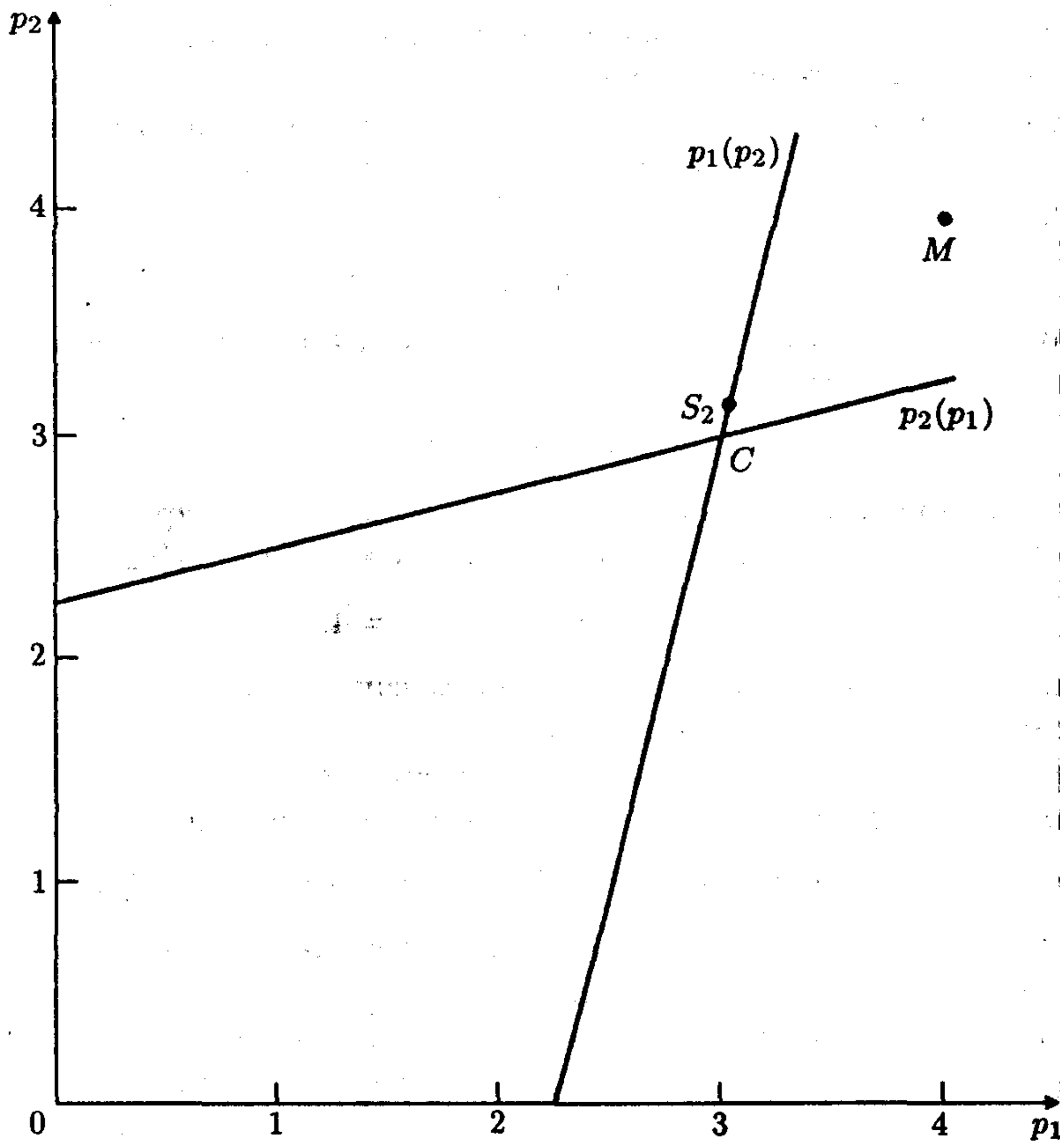
При кооперативното равновесие двете фирми действат заедно като двупродуктен монополист с цел да максимализират

$$\pi_1 + \pi_2 = 8(p_1 + p_2) - 2(p_1^2 + p_2^2) + 2p_1p_2 - 14 \tag{46}$$

относно p_1 и p_2. Решението е $p_1 = p_2 = 4$, $q_1 = q_2 = 3$ и е отразено като точка M на фиг. 6.5.

Накратко казано, този пример е съвсем аналогичен на примера от предишния раздел с единствената действителна разлика, че тук фирмите поставят цените за диференцираните продукти вместо да определят количествата на един хомогенен продукт.

Както в предишния пример и тук се вижда, че един олигополичен пазар може да има няколко вида равновесия и не е ясно кое от тях се реализира в действителност. Може би най-сериозният пропуск е предположението, че броят на фирмите в промишлеността е фиксиран. А влизането на нови фирми в промишлеността или евентуална такса за влизане изцяло биха модифицирали равновесието. Естествено е, че колкото по-лесно е за други фирми да влизат в



Фиг. 6.5. Дуополия с диференцирани продукти

промишлеността, толкова по-близо до конкурентното равновесие ще бъдат кооперативното равновесие и равновесието на Курно–Неш.

Тук ние не сме в състояние да изследваме задълбочено това съждение. Можем обаче да хвърлим поглед върху пазарна структура, при която влизането на нови фирми има смисъл. Предполагаме, че в дадена промишленост има голям брой фирми, всяка от които произвежда един и същ, но диференциран продукт, и няма прегради за влизането на други фирми. Тази пазарна структура се нарича *монополистична конкуренция*.

Типичната за случая фирма притежава крива на търсенето на своя продукт, която е функция на цените на всички конкурентни продукти, както и на цената на собствения си продукт

$$y_i = y_i(p_1, p_2, \dots, p_n) \tag{47}$$

с $\partial y_i/\partial p_i < 0$ и $\partial y_i/\partial p_j \geq 0$, $i \neq j$. Тъй като фирмата има много конкуренти, тя предполага, че съперниците и не реагират на отделни нейни решения, така че при определяне на нейната цена тя приема предположението на Курно–Неш, според което цените на другите фирми са дадени предварително. Следователно нейната цел е

$$\text{да се максимализира}_{p_i} \; p_i y_i(p_1, \dots, p_n) - c_i(y_i(p_1, \dots, p_n)), \tag{48}$$

където $c_i(y_i)$ е нейната функция на разходите. Условието от първи ред е

$$y_i + p_i \frac{\partial y_i}{\partial p_i} - c_i'(y_i) \frac{\partial y_i}{\partial p_i} = 0 \tag{49}$$

и като си припомним, че еластичността на търсенето на y_i относно цената му p_i се дава посредством

$$e_i = \frac{p_i}{y_i} \frac{\partial y_i}{\partial p_i}, \tag{50}$$

можем да запишем (49) във вида

$$c_i'(y_i) = p_i \left(1 + \frac{1}{e_i}\right). \tag{51}$$

Тогава точно както монополиста, фирмата изравнява маргиналния разход с маргиналния приход, като в този случай маргиналният приход трябва да бъде дефиниран по-внимателно като стойността на прихода на фирмата от допълнителна единица краен продукт при условие, че всички останали фирми поддържат своите цени постоянни.

При равновесие обаче трябва да е изпълнено още едно условие. Ако типичната фирма реализира положителни печалби, към този пазар ще бъдат привлечени нови фирми с перспективата също да реализират печалби, като произвеждат подобен продукт. Така че при постоянен брой фирми пазарът ще бъде в равновесие само ако цената е равна на средния разход:

$$p_i = c_i(y_i)/y_i. \tag{52}$$

От уравненията (51) и (52) и $e_i < 0$ следва, че маргиналният разход $c_i'(y_i)$ е по-малък от средния разход $c_i(y_i)/y_i$, така че от равенство

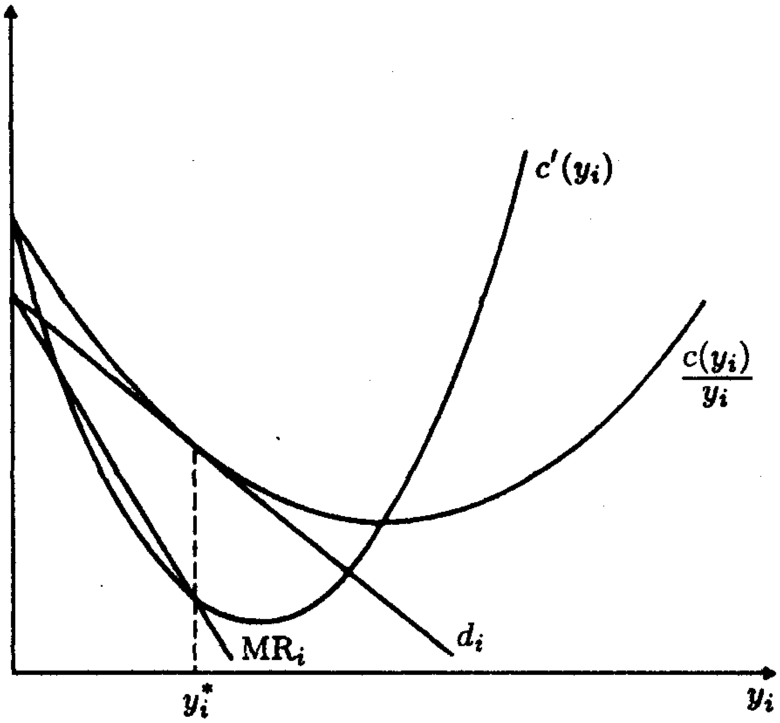
(3.4) с подходящи разсъждения, както ни е вече известно, ще получим, че средният разход е намаляваща функция на крайния продукт.

Фирменото равновесие е показано на фиг. 6.6, на която кривата на търсенето d_i показва комбинациите на p_i и y_i' за фирмата, ако цените на другите фирми са постоянни, а MR_i се основава на същото условие и y_i^* е крайната продукция, която фирмата избира да произвежда. Трябва да Ви е станало ясно защо кривата на търсенето е *допирателна* на кривата на средните разходи при y_i^*, ако са изпълнени (51) и (52) (вж. упражнение 6.24).

Ако кривата на търсенето d_i пресича кривата на средния разход, то фирмата ще реализира положителни печалби. Биха навлезли и нови фирми и макар че точните подробности за това как би се променило d_i се усложняват от необходимоста да се разглежда как биха реагирали цените при навлизането на нови фирми, явно е, че кривата d_i би се преместила наляво до положението, в което се постига допирното равновесие. По подобен начин, ако d_i навсякъде е под $c(y_i)/y_i$, едно излизане на фирма от промишлеността би придвижило d_i надясно.

При равновесие цената надвишава маргиналния разход, а ще има и „свръхкапацитет", в смисъл че фирмата ще произвежда на ниво на крайната продукция, което е по-ниско от нивото на което средният разход е най-нисък. Трябва да внимаваме да не направим извода, че има неефективност. Ако на фиг. 6.6 кривата на търсенето d_i пресича точката на минимума върху кривата на средния разход и фирмата е склонила (заради данъци или субсидии) да произвежда в тази точка, то цената би се изравнила с маргиналния разход, а средният производствен разход ще бъде колкото е възможно по-нисък. Това обаче може да се случи само ако кривата d_i се намира надясно от равновесната d_i крива, т.е. ако на пазара има само няколко фирми. При това положение потребителите срещат значително по-малък избор на стоки и ако те действително ценят разнообразието им, на този пазар може да се чувстват по-зле в резултат на по-малкото разнообразие на наличните стоки, макар и на по-ниски цени.

Друг пункт за разглеждане при монополистичната конкуренция е, че тъй като има много фирми на пазара, всяка отделна фирма може да реши, че еластичността на търсенето е много висока, така че когато (52) и (51) са удовлетворени, цената и средният разход са много близки до маргиналния разход, така че резултатът не е много по-различен от този при съвършената конкуренция.



Фиг. 6.6. Монополистична конкуренция

Накрая, ако разгледаме какви видове пазари биха могли да бъдат монополистично конкурентни, виждаме, че явни примери в това отношение са марковата продукция на битовата електроника, на колите или на сапуните, или търговията на дребно като в бакалските магазини. Във всеки от случаите стоките, предлагани от различните търговци, са много близки, но и достатъчно различни при отделния продавач, за да не бъде търсенето на неговата стока с безкрайна еластичност. Въпреки това обаче, когато наблюдаваме пазарите на сапун, телевизори или коли, виждаме пазари при които както в Европа, така и в Америка почти всички стоки се предлагат от шепа фирми. Следователно олигополистичното поведение, при което всяка фирма взема под внимание донякъде реакциите на конкуренцията, изглежда по-приемливо, отколкото поведението прието в теорията на монополистичната конкуренция. Ако наблюдаваме бакалии, бензиностанции, фризьорски и масажистки салони и т.н., виждаме много предлагащи, но на всяко отделно място те са най-много една шепа, така че всеки предлагащ вероятно счита, че се конкурира в действителност само с малък брой непосредствени съперници и отново олигополистичното поведение е по-приемливо от монополистичната конкуренция.

Резюмирайки обсъждането на теорията на олигополията и на монополистичната конкуренция, може би най-явното нещо, което можем да кажем, е, че теорията е в значително по-малка степен „шарена черга" отколкото са теорията на конкурентните пазари и теорията на монопола. Тук процедирахме главно като разгледахме редица тясно свързани примери, които бяха достатъчни за да покрият едно голямо разнообразие от възможни случаи. Въпросът как олигополистичното поведение може да бъде повлияно от влизането на нови конкуренти (или от такса за такова влизане) беше разгледан само в крайния случай на монополистична конкуренция, като получихме не много изненадващия резултат, че тъй като условията не са много по-различни от условията на съвършената конкуренция, то няма да са много по-различни и резултатите.

6.7. *Пазари с непълна информация*

Сега почти сме готови да обединим различните направления на теорията, развита в тази и предишната глава, но преди да го направим, ще отбележим, че има множество аспекти на теорията, които бяха пренебрегнати. Предположихме, че фирмите и индивидите вземат решения в среда, за която имат цялата необходима информация: фирмите познават предоставените им производствени функции, потребителите знаят цената и качеството на всички стоки на пазара, които биха били интересни за тях, и т.н. В действителност обаче икономическите агенти са непълно информирани относно тяхната икономическа среда, информацията се придобива срещу заплащане, а околната среда постоянно се изменя в резултат от случайни събития (такива като времето или нещастните случаи) и друго непредвидимо за агентите поведение. Някои от най-интересните и фундаментални въпроси в икономическата теория се отнасят до това как институциите и индивидите реагират на неопределеността и на непълната информация. Тук не можем да изследваме тази проблематика по подходящ начин, но няколко примера могат да ни помогнат да бъдем предпазливи при прилагането на теориите, които развихме в ситуации, където те не са приложими без модификация.

Учредявания и практики, които на пръв поглед могат да изглеждат монополистични и следователно нежелателни биха могли да получат по-смислено описание с помощта на непълната информация. Да разгледаме например патентите. Патентът дава на изобретателя изключителни права за използване на изобретението (или за заплащане от страна на други ползватели) за определен брой години. Следователно той има монопол върху използването на своето изобретение и ще получава монополистични печалби. Ефективното използване на нови изобретения е възможно само ако на всички е осигурен достъп до тях. Действието на патента обаче има за цел да даде стимул на потенциалните изобретатели да търсят полезни знания. Няма прост отговор на въпроса доколко изобретателите трябва да получават патентна защита, за да се постигне правилният баланс между ефективното използване на информацията и адекватния стимул да се правят нови открития.

Една друга, както изглежда монополистична практика е характерната особеност на колективните професионални спортове да наемат играчи с дългосрочни договори според които играчите нямат право да играят в друг отбор, даже след формалното изтичане на договора. Следователно, когато един отбор иска играч от друг отбор, той трябва да плати „трансферна такса“, за да склони този отбор да освободи играча от своя договор. На пръв поглед отборите заедно организират монопсония на пазара на играчите, като предотвратяват възможността заплатите на добри играчи да бъдат покачвани чрез наддаване, в случай че различни отбори се опитват да ги наемат, а премахването на дългосрочните договори сигурно би се изразило в задържането на ниски нива на заплатите на по-слабите играчи и същевременно в повишаване на заплатите на най-добрите. (Предлагаме сами да разработите детайлите на тази аргументация.) Играчът в началото на своята кариера не е наясно какво ще излезе от него, поради което с радост би приел система за наемане, която дава по-висока от реалната заплата, ако играчът се окаже от по-ниска категория, за сметка на намаление на заплатата, която той би получил, ако се окаже, че е много добър. Накратко казано, отборите поемат част от риска, на който са изложени играчите. (Разбира се, има и друга страна на този въпрос: отбор, който е много добър в развитието на таланта на млади играчи, ще получава високи трансферни такси, така че системата ще има и стимули за отборите да откриват и изграждат таланти, което много наподобява патентната система.) Тук отново няма ясно изразен отговор на въпроса, при точно каква степен на свобода на договора се получава оптималният баланс между разделянето на риска, от една страна, и стимулите играчите да се представят добре, от друга страна.

Има фирми, които се специализират в поемането на риска, и тези фирми се наричат застрахователни компании. Отплащайки се за застрахователната вноска, компанията ще Ви компенсира, ако Ви изгори къщата, ако Ви откраднат колата или ако се разболеете. Проблемите възникват при изпълнението на застахователните договори поради непълната информация на застрахователните компании за поведението и обстоятелствата, свързани с техните клиенти. Да предположим, че знаете, че Вашето здраве е малко по зле от средното, но не и толкова лошо, че при медицинско изследване да попаднете в графата „лош риск", и тогава ще бъдете твърде склонни да си направите здравна застраховка. Ако пък сте изключително здрав, можете да решите да поемете риска да не се застраховате. Следователно застрахователната компания ще се стреми да открие дали клиентите ѝ не са по-малко здрави от средното ниво, в резултат на което да получи повече искове за изплащане, отколкото ако нейните клиенти биха съответствали на представителен разрез на населението. Това е проблем на *противоположния подбор.* Този проблем възниква и на други пазари. Пазарът на колите втора употреба е пример за това: ако притежавате много надеждна кола, малко вероятно е да я продадете, поради което се очаква използваните коли, които се предлагат за продажба, да са под средната надеждност. В резултат от противоположния подбор може да се случи определени видове стоки, за които потребителят е готов да плати, да не бъдат предлагани.

Друг проблем, който възниква при застраховането, е, че ако например къщата Ви е напълно застрахована срещу пожар, можете да не бъдете толкова внимателен по отношение на предпазните мерки. Това е проблем на *моралната случайност.* Очевиден начин застрахователят да се справи с този проблем, е да откаже да застрахова цялата стойност на къщата, така че собственикът също да понесе част от загубите, в случай че къщата изгори. За един честен и грижовен стопанин, който действително желае цялостна застраховка, може да се окаже, че е невъзможно да я направи.

Следователно в случай на неопределеност и непълна информация е необходимо първо да бъдете внимателни при обяснението на действията на определени икономически институции и второ да сте наясно за възможността определен стоки и услуги да не бъдат предоставени на потребителя, независимо от това, че потребителят е готов да плати разходите за тях.

6.8. *Резюме на икономиката на благоденствието*

Направеният в последните две глави анализ дава силни аргументи в подкрепа на пазарното разпределяне на ресурсите, но поставя и някои важни проблеми. Каква е ролята на правителствената намеса при разпределението на ресурсите? Следва част от многото възможни отговори на този въпрос.

(1) Правителството не трябва да прави почти нищо и да остави пазара да си върши работата. Може би ще трябва да има и известно преразпределение на дохода, насочено към най-бедните членове на обществото (директно във вид на пари, които те могат да изразходват както им е угодно). Би трябвало да има и колективно осигуряване на отбраната, правни и полицейски услуги, както и колективно ползване на пътища и мостове. Ще има проблеми с външната среда, информацията, обществените стоки и монополизма, което означава, че пазарът ще функционира непълноценно, но колективните опити те да бъдат решени ще са още по-непълноценни. Решаването на проблемите с политически средства изисква предоставянето на власт на централизирана бюрокрация, докато пазарът децентрализира вземането на решения.

(2) Пазарът би трябвало да бъде предимно методът за разпределяне на ресурсите, но при условията на значителна правителствена намеса и контрол. Правителството би трябвало да използва системата на данъците за преразпределяне на дохода и богатството, да предлага обществени стоки, би трябвало да предлага и някои частни стоки като образование и здравеопазване (поради положителна външна среда, непълноценност на пазара и въздействия от разпределението на доходите), би трябвало да забрани потреблението на стоки със силно отрицателно въздействие върху околната среда (като например използването на въглища за отопление на жилищата) или на стоки, чието действие изглежда против интересите на потребителите (като потреблението на наркотични средства), би трябвало да наложи и субсидии на някои стоки с цел да приведе пазарните цени в синхрон със социалните разходи и ползи, и накрая би трябвало да регулира или да поеме собствеността на фирми, които имат значителна монополистична власт.

(3) Разпределянето на ресурсите би трябвало да сѐ определя главно чрез правителствено планиране, като на пазара се предоставя съвсем незначителна роля. Частната собственост на средствата за

производство би трябвало да бъде почти изцяло забранена, така че в най-добрия случай притежателите на земя и всички малки фирми да бъдат колективна собственост и под контрол. На теория конкурентния пазар би трябвало да може да функционира ефективно, но на практика монополизмът е толкова силен, че теорията е неприложима и пазарът концентрира властта в ръцете на няколко капиталисти-монополисти с печалби, които не действат като двигател за ефективно преразпределение на ресурсите, а са просто грабеж на монополите. Пазарът води до голямо неравенство в разпределението на дохода и политическата власт на богатите прави преразпределението неефективно докато съществува пазарната система. Като възнаграждава индивидуалното усилие, пазарът обезкуражава коопериранeто и алтруизма.

(В тази книга не разглеждаме критериите, които едно правителство би могло да използва, ако действително планира икономиката, като при това е важно да се разбере, че простото отхвърляне на системата на цените и обявяването, че икономиката е планова, не дава отговор на въпроса *как* да бъде планирана. Всъщност оказва се, че до голяма степен теорията, която беше развита по-горе, е от полза и е в съответствие с теорията на икономическото планиране. Много от дейностите на икономическите плановици могат да бъдат тълкувани като опити с непазарни методи да се направи това, което теорията на конкурентните пазари предвижда да стане, ако пазарът функционира правилно.)

При целия наш анализ на системата на цените предполагахме, че пазарите са в (или близо до) равновесие. Очевидно хронично съществуващата безработица на хората и непълното използване на ресурсите при пазарната икономика повдигат въпроса дали пазарът действително достига до равновесие. Тази и свързаните с нея теми са обект на разглежданията в оставаща част на тази книга, като по този начин ще преминем от микроикономиката към макроикономиката.

Упражнения

6.1. Начертайте диаграма, която да илюстрира случая на монопол, който в краткотрайния период ще произвежда на положително ниво на крайната продукция, но за продължителния период ще прекрати производството. Необходимо ли е, ако фирмата реализира загуби в краткотрайния период, да се откаже от производството в продължителния?

6.2. Монополист с производствена функция $y = F(\mathbf{z})$ на пазарите на начални стоки приема цените за даденост, а разходната му функция е $c(\mathbf{w}, y)$. Като разгледате зависимостта между маргиналния разход и маргиналните продукти, покажете, че ако той избере y за максимализиране на печалбите, равенството (7) ще бъде удовлетворено.

Като предположите алтернативно, че сте означили със $\mathbf{z}$ решението на задачата

$$\text{да се } \underset{\mathbf{z}}{\text{максимализира}} \; p(F(\mathbf{z}))F(\mathbf{z}) - \mathbf{wz},$$

покажете, че (7) трябва да бъде удовлетворено.

6.3. Монополист използва началните стоки z_1 и z_2 за производството на крайния продукт y, има производствена функция $y = z_1^{1/3} z_2^{2/3}$ и среща цени на началните стоки $w_1 = 8$, $w_2 = 2$. Той предполага, че функцията на търсенето на неговия продукт е $p = y^{-2}$:

(а) Запишете печалбата му като функция на z_1 и z_2 и се опитайте да максимализирате тази функция.

(б) Намерете функцията на разходите на фирмата и начертайте графиката на маргиналните разходи и маргиналния приход. Обяснете защо пропадна Вашият опит за максимализирането на печалбите.

(в) Какво в действителност би трябвало да произвжда фирмата, ако нейното предположение за вида на функцията на предлагането е правилно? Мислите ли, че нейното предположение е правдоподобно?

(г) Да предположим, че фирмата установи, че нейната функция на търсенето действително е $p = 24y^{-1/2}$. Каква ще бъде оптималната ѝ политика?

6.4. Едно изследване на таксиметровия бизнес в един американски град установява, че градските власти са издали само ограничен брой разрешения, като повечето от тях са притежание на компанията А, която ги е убедила, че издаването на повече разрешения е вредно. Разрешенията могат да се купуват и да се продават. Компанията А не продава разрешенията, които притежава, а пазарната цена на разрешенията, които се продават, е 30 000 долара за всяко. Явно е, че компанията А не използва всички разрешения, които притежава.

Какво можете да очаквате за цената на таксиметровата услуга: да е равна на, да е по-малка от, да е по-голяма от маргиналния разход на предлаганата услуга? Горепосочените факти дават ли някакво доказателство, което да потвърждава това убеждение? Защо компанията А не използва всичките си разрешения или не продаде разрешенията, които не използва? Може ли градът да приложи по-ефективна политика от съществуващата практика? Защо тази по-добра политика всъщност не е била приложена в града по-рано?

6.5. Изведете формално минимализиращите разходите и максимализиращите печалбата условия от първи ред за един монопсонист.

6.6. (а) За фирмата, описана с уравненията (9)–(11), нека $\pi(s)$ е максималната стойност на печалбите при дадено s. Покажете, че $d\pi/ds = y$.

(б) Ако, както беше обсъждано в края на раздел 3.3, върху крайната продукция на един монопол се дава субсидия и веднага се налага данък върху печалбата, който точно възстановява прихода от субсидията, то за правителството процедурата приключва без да е платило нещо на монопола и без да е получило нещо от него. Как е възможно такава политика, която изглежда, че няма никакъв ефект, да промени поведението на фирмата?

6.7. Да предположим, че правителството на една страна има контрол върху промишленост, която е единственият в света източник на предлагането на дадена стока. Ако правителството взима под внимание само благосъстоянието на собствените си граждани, то каква политика би прилагало: (а) продажби в чужбина; (б) продажба на продукта в страната?

6.8. Постройте пример, в който един недискриминиращ монополист би реализирал загуби от производството си, в резултат на което би избрал възможността да не произвежда, докато един абсолютно дискриминиращ монополист ще произвежда крайна продукция с положително ниво на ефективност.

6.9. Да разгледаме отново моста, описан в упражнение 5.12. Да предположим, че той е частна собственост. Коя е оптималната политика на собственика: (а) да наложи на всички ползватели една и съща цена; (б) абсолютно да дискриминира цената? Кой от случаите е за предпочитане от гледна точка на обществото?

6.10. Върху корицата на книга с меки корици с големи букви е написано: „Това са пълни издания с меки корици на утвърдени заглавия, широко използвани от университетите по целия свят. Тези издания с намалени цени се публикуват в полза на студентите". С по-малък шрифт можете да прочетете: „Това издание може да бъде продавано само в онези страни, в които е дадено на консигнация от издателя. То не може да се реекспортира и не може да се продава в САЩ, Мексико и Канада." Дискутирайте върху тези твърдения. Уместно ли е от американските студенти най-често да се изисква да се сдобият с учебника, съответстващ на четения курс лекции, докато другаде учебниците по-скоро се препоръчват, отколкото да се изискват?

6.11. Пазарът на стоката на една фирма е разделен на две групи от потребители, чиито съответни функции на търсенето са

$$y_1 = p_1^{-2}, \quad y_2 = p_2^{-3}.$$

Функцията на разходите на фирмата е $c(y_1 + y_2) = 0{,}6(y_1 + y_2)$. Определете политиката, която максимализира печалбата на фирмата: (а) ако тя налага една и съща цена и на двата пазара; (б) ако тя може да наложи различни цени. Разсъдете какво ще се случи с $y_1 + y_2$, както и с y_1 и y_2 поотделно. (Това може да бъде направено по-лесно, ако проблемът се формулира така, че да се търсят оптимални цени вместо оптимални количества.)

6.12. Като разгледате фирма с постоянен маргинален производствен разход c, която поставя цена p_1 за една част от своя пазар, за която функцията на търсенето е

$$y_1 = a_1 - b_1 p_1,$$

и поставя друга цена p_2 за останалата част на пазара, където функцията на търсенето е

$$y_2 = a_2 - b_2 p_2,$$

като a_i, b_i са положителни константи, покажете, че непълната ценова дискриминация не води по необходимост до краен продукт, който е по-голям отколкото в случая на единствен ценови монопол.

6.13. Защо при ценова дискриминация поне един потребител ще срещне по-ниска цена, докато при липса на дискриминация поне един ще бъде изправен пред по-висока цена?

6.14. Фирма произвежда стока, за която зависимостта между общия ѝ разход c и количеството крайна продукция y се дава от функцията на разходите $c(y)$. Една част y_1 от крайната продукция се продава директно на обществеността на цена p_1, която се определя от обратната функция на търсенето $p_1 = p_1(y_1)$. Останалата част от крайната продукция $y_2 = y - y_1$ се продава на цена p_3 на дъщерна компания, която пакетира и продава стоката на цена p_2 на друга част от обществеността, чиято обратна функция на търсенето е $p_2 = p_2(y_2)$. Общият разход за пакетиране и дистрибуция на дъщерната компания е $g(y_2)$.

Изведете условията за максимализиране на съвместните печалби на фирмата-майка и на дъщерната фирма. Ако фирмата-майка контролира дъщерната фирма като просто определя цената p_3 и препоръчва на дъщерната фирма да максимализира собствените си печалби, намерете правилото за максимализиране на печалбата на дъщерната фирма и като следствие докажете, че цената p_3 би трябвало да бъде равна на маргиналния производствен разход на фирмата-майка, ако трябва да се максимализират общите печалби.

6.15. Скицирайте теорията на дискриминиращата монопсония.

6.16. Да предположим, че в един град има две фабрики. Работата в едната от тях се предполага, че е неподходяща за жени, поради което в нея няма такива. В другата фабрика има мъже и жени, които изпълняват еднакво добре възложената им работа. Можете ли да очаквате, че във втората фабрика на мъжете и жените ще бъдат плащани различни заплати, ако няма закон забраняващ половата дискриминация относно заплащането?

***6.17.** Конкурентна промишленост се преобразува в картел. Всички фирми се договарят да продават само на картела. Цената, която получават фирмите, се определя от ръководството на картела, което се задължава да изкупува цялата крайна продукция, която фирмите предлагат. След това ръководството продава стоката на друга цена. Какви ще бъдат двете цени, ако картелът си постави за цел да максимализира общите печалби, които се реализират от фирмите и от ръководството на картела? Какъв ще бъде ефектът върху крайната продукция и върху общата печалба, ако вместо това ръководството на картела се опита да максимализира само собствените си печалби?

6.18. Да предположим, че в дуополията, анализирана в раздел 6.5, функциите на разходите на фирмите са

$$c_f = cy_f + dy_f^2, \quad f = 1, 2.$$

Как би променило това техните функции на реакцията и различните равновесия?

6.19. В олигополията, анализирана в раздел 6.5, да предположим, че функциите на разходите на фирмите са

$$c_f = cy_f + g, \quad f = 1, \ldots, n,$$

където g е константа. Да предположим, че съществува неограничен брой фирми с достъп до една и съща технология и че влизането във и излизането от промишлеността е свободно. Намерете броя n на фирмите, които действително ще произвеждат крайна продукция в продължителния период при равновесие на Курно.

6.20. В n-фирмената олигополия на раздел 6.5 да предположим, че една от фирмите действа като водач в смисъла на Стакелберг относно останалите $n-1$ фирми. Какво ще бъде равновесието?

6.21. Да предположим, че на пазара, описан в упражнение 6.19, има само две фирми и едната от тях действа като водач в смисъла на Стакелберг. Изведете функцията на реакцията на втората фирма, като обърнете специално внимание на обстоятелствата, при които тя ще реши да не произвежда нищо. Има ли стойности на g, при които фирма 1 ще избере такова ниво на крайната продукция, което да ѝ осигури фирма 2 да не излезе на пазара?

6.22. Да разгледаме договорна олигополия с пазар, на който рекламата има ефект при привличането на съществуващите потребители от един предлагащ към друг, но няма въздействие върху общото търсене на продукта. Какво правило би трябвало да прилагат фирмите при правенето на реклама? Как ще коментирате факта, че Правното дружество на Англия и Американската медицинска асоциация не разрешават на своите членове да рекламират своите услуги пред обществото?

6.23. В монополистично конкурентна промишленост всяка от фирмите вярва, че цената, която тя може да получи за своя продукт, е функция на количествата, предлагани от всички фирми на промишлеността, поради което типичната фирма ще има обратна функция на търсенето $p_i = p_i(y_1, y_2, \ldots, y_n)$. Да предположим, че всяка фирма избира ниво на крайната продукция при предположение, че нивата на крайната продукция на другите фирми са дадени. Ще се различава ли резултатът от този, описан от уравненията (49)–(52)?

6.24. Защо на фиг. 6.6 кривата на търсенето е допирателна към кривата на средния разход?

6.25. Да предположим, че на монополистичен конкурентен пазар има n фирми с функции на търсенето

$$y_i = p_i^{-2}\left(\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{n} p_j^{-1/2}\right)^{-2}, \quad i = 1,\ldots,n$$

и функции на разходите

$$c(y_i) = cy_i + g,$$

където c и g са константи и всяка фирма предполага, че цените на всички други фирми са дадени, когато тя поставя своята цена. Колко е равновесният брой на фирмите на този пазар? Разгледайте свойствата на функциите на търсенето.

6.26. Да предположим, че всички фризьори в един град образуват асоциация. Те определят цената на подстригването така, че да максимализират общите си печалби. Те нямат възможност да спрат навлизането в бранша на нови членове, но могат да принудят всеки нов фризьор да иска от клиентите си цените на асоциацията. Докога ще продължи навлизането на нови членове и какво ще стане с цената на постригването? Съществуването на асоциацията за добро ли е или за зло?

6.27. Обяснете подробно защо премахването на дългосрочните договори при професионалните колективни спортове се очаква да доведе до намаляване на възнаграждението на по-бедните играчи и същевременно до повишаване на възнаграждението на най-добрите играчи.

6.28. Какво ще бъде отношението на организатора на концерт, който е несигурен относно нивото на търсенето на билети, към пласьорите на билети? (Сравнете с упражнение 1.32 и 5.17.)

6.29. Защо компаниите за търговско застраховане не предлагат и застраховка при загуба на работата?

6.30. Предполага се, че разпространителите на празни касети правят музикални презаписи върху тях от грамофонни плочи или от записи върху други касети. Музикантите, чиято музика се презаписва по такъв начин, не получават проценти върху направените копия. Обмислете дали би трябвало да има данък върху продажбите на празни касети, като постъпленията да се разпределят между музикантите.

ГЛАВА 7

Въведение в макроикономиката

7.1. *Увод*

Досега се занимавахме с въпроси, отнасящи се до отделни потребители и фирми, както и с търсенето и предлагането на отделни стоки. Изложената до тук материя е предмет на ***микроикономиката***. За разлика от тази проблематика сега се насочваме към изучаване на макроикономически проблеми като определянето на „съвкупния национален доход", „равнището на безработицата", „общото равнище на цените" и т.н.

Може да не е ясно, че тези понятия заслужават сериозно внимание. Общото равнище на цените и равнището на националния доход са статистически творения, чиито стойности зависят от идеите и определенията на статистиците. Освен това, ако от микроикономическата теория може да се изведе, че съществува постоянна тенденция пазарите да бъдат в равновесие, то тогава може да се породи съмнение относно съществуването на явлението, което многозначително може да бъде наречено безработица и което се състои в това, че предлагането на работна сила постоянно надвишава търсенето.

Въпреки това обаче съществуват факти от реалния свят, че икономическата система не е винаги в равновесие — например високите нива на безработица по целия свят през 30-те и началото на 80-те години, както и високите равнища на инфлацията по света през 70-те години на настоящия век — и тези именно факти бяха главната мотивация за развитието на макроикономическата теория.

Естествено би било да приемем нашите микроикономически модели за отправна точка за изграждане на макроикономиката: чрез използването и адаптирането на микроикономическия анализ с цел да обясним очевидно съществуващата безработица, или да отговорим на въпросите-близнаци: защо се появява инфлацията и какъв е смисълът ѝ.

В действителност ще започнем с разглеждането на модели, от които изглеждат недвусмислено изключени почти всички микроикономически разглеждания. Логиката на смисления избор и на максимализирането, които бяха централни в досегашното изложение, изглежда нямат място тук. Често се правят произволни предположения. Може би най-поразителен е фактът, че цените, които играят такава важна роля в микроикономическата теория, нямат никаква роля в по-голямата част от макроикономическата теория, която предстои да обсъдим.

Постепенно, заедно с напредъка в изграждането на макроикономическата теория, все повече ще се промъкват в нея микроикономически разсъждения, но синтезът на микроикономиката и макроикономиката ще изисква едновременно развитие и на двете направления на теорията, което е извън обхвата на настоящата книга.

7.2. *Най-простият модел*

Започваме с модел, при който цените не играят абсолютно никаква роля. В едно стопанство в даден период от време може да наблюдаваме количества $y_1, y_2, \ldots, y_n$ от различни стоки, които се произвеждат и продават на цени $p_1, p_2, \ldots, p_n$. Стойността на цялата крайна продукция е

$$Y = \sum_{i=1}^{n} p_i y_i.$$

Ако количества $z_1, z_2, \ldots, z_m$ на производствените фактори се доставят от отделни индивиди при цени $w_1, w_2, \ldots, w_m$, тогава общата печалба на фирмите ще бъде

$$\pi = \sum_{i=1}^{n} p_i y_i - \sum_{j=1}^{m} w_j z_j.$$

Доходите на индивидите се състоят от приходите, от предлагането на производствени фактори и от печалбата, така че общият доход е

$$\pi + \sum_{j=1}^{m} w_j z_j,$$

който също е равен на Y. Общият доход е равен на стойността на общото производство.

При разглеждането на тези въпроси по-нататък се абстрахираме от това как общото производство Y е разделено между отделните стоки или как решенията на производителите могат да определят подобно разделяне. Все едно е да предположим, че само една стока е била произведена, като Y е равнището на производство на тази стока.

Ще фокусираме нашето внимание върху спестяванията и инвестициите като най-възможен източник на макроикономическите проблеми. Доходът на индивидите се разпределя на потребление и спестяване, като целта на спестяването е да осигури в бъдеще допълнително потребление за индивидите или за техните наследници. Произведеното се разделя на потребление и инвестиция, като инвестицията представлява добавка към суровините на предприятието и към наличното оборудване, за да се увеличи бъдещото производство. Ако търсенето на определени стоки е различно от предлагането им, съществуването на подобно неравновесие ще предизвика промени, включително относителни промени в цените, което би могло да придвижи пазарите по-близо до равновесното състояние. От пръв поглед обаче не става ясно как пазарът може да направи взаимно желанието на индивидите да спестяват и желанието на фирмите да инвестират.

Първоначално ще направим две прости предположения за поведението на производителите: (i) приемаме, че търсенето от тяхна страна на стоки за инвестиране, което ще отбележим с I, се задава от външни фактори; (ii) тяхното съвкупно предлагане на стоки, т.е. общото производство Y, винаги се променя така, че да е равно на търсенето. Явно е, че нито едно от тези предположения не следва по естествен начин от разсъжденията за поведението на производителите, които правихме дотук. В частност, второто предположение води до съществуването на неизползвани начални стоки, част от които в случаи, че се увеличи търсенето, могат да бъдат използвани, за да се увеличи произведената продукция в размер, съответстващ на търсенето.

Сега трябва да разгледаме как индивидите, чийто общ доход е Y, правят своя избор да разделят дохода си на потребление C и на спестяване S ($= Y - C$). Какви насоки може да ни даде микроикономическата теория за потреблението? В действителност, избирайки нивото на сегашното си потребление C, индивидите избират между сегашното и бъдещото потребление.

Нека разгледаме един доста опростен модел за това как може да бъде направен подобен избор. Да предположим, че един потребител живее през два периода от време, през които има респективно доходи y_1 и y_2. В края на втория период този потребител няма желание да остави наследство на своите наследници. Той може да вземе или да даде назаем при лихва r, като избира потребление c_1 и c_2 през съответните периоди. Тъй като $y_1 - c_1$ са спестяванията, които той е направил през първия период, то през втория период ще има на разположение за потребление сумата от неговите доходи през втория период и неговите спестявания с лихвите. Ако $y_1 - c_1$ е отрицателно число, то това са дълговете, които той трябва да издължи с лихва от доходите през втория период. Следователно

$$c_2 = y_2 + (1+r)(y_1 - c_1), \tag{1}$$

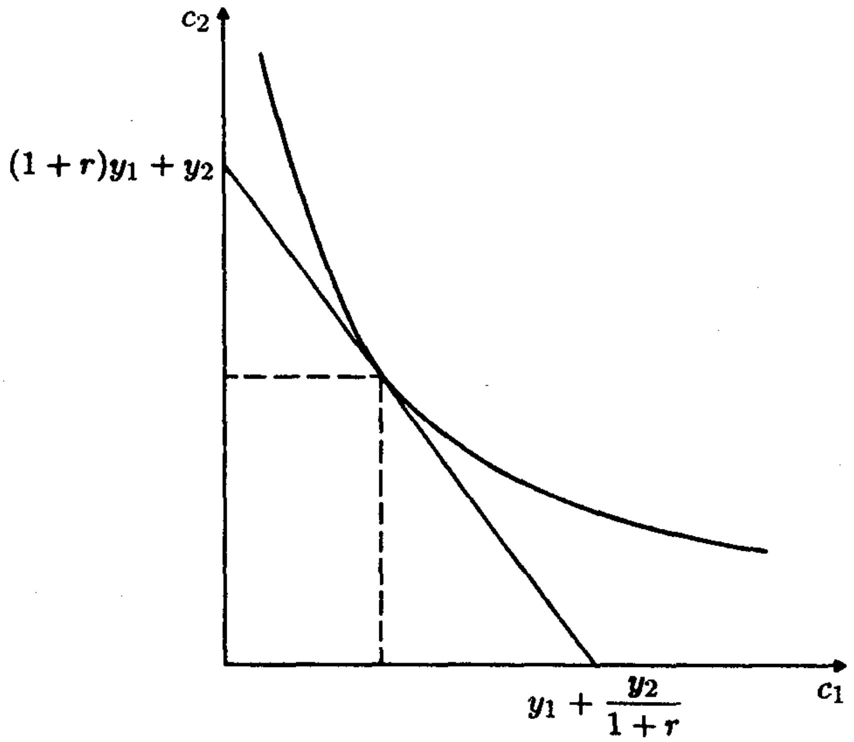
което е еквивалентно на

$$c_1 + \frac{c_2}{1+r} = y_1 + \frac{y_2}{1+r}, \tag{1a}$$

и това са неговите бюджетни ограничения: той избира c_1 и c_2 така, че да максимализира своята полезност $u(c_1, c_2)$ при условията на тези ограничения. (Вж. фиг. 7.1.)

Максимизационната задача е идентична на стандартната максимизационна задача, обсъждана в глава 4, тъй като бюджетното ограничение (1a) е от вида $p_1c_1 + p_2c_2 = m$, където в този случай $m = y_1 + y_2/(1+r)$, $p_1 = 1$ и $p_2 = 1/(1+r)$. Фактът, че цената на потреблението през втория период е $1/(1+r)$ от цената на потреблението през първия период, отразява факта, че едното може да бъде заменено с другото посредством вземане на заем при лихва r. Ясно е, че оптималният избор на потребление за всеки един от периодите ще зависи от y_1, y_2 и r. Ако се върнем към предишните постановки, можем да направим извода, че настоящото потребление C ще зависи от настоящия доход Y, както и от бъдещия доход и от лихвения процент.

Това добра теория ли е за вземане на решение за потребление и спестяване? Очевидно структурата на два периода от време не е достатъчно добро описание на реалния свят, където хората имат неопределена продължителност на живота. Всъщност моделът, както и можете да си представите, лесно се разширява за множество периоди от време, като се запазват изводите, че настоящите потребление и спестявания зависят от настоящите и бъдещите доходи и от лихвените проценти и че неопределеността на продължителността на живота на хората не доминира при вземането на решения. Много по-сериозен проблем, до болка познат на студентите, е, че



Фиг. 7.1. Избор на потребление в зависимост от времето

не е много лесно да се вземат пари назаем за текущо потребление срещу обещание да се изплатят задълженията от бъдещи доходи и че не могат да се вземат подобни заеми при същата лихва, каквато би била лихвата на спестяванията. Ако изключим даването на заем или ако определим различни лихвени проценти за вземането и за предоставянето на заем, то това допълнително ще усложни модела.

Но най-съществeният проблем в тази теория за вземането на решения за спестявания е фактът, че хората обикновено не знаят какъв ще бъде в бъдеще техният доход. Може би най-добрата индикация, която повечето хора имат за бъдещия си доход, е настоящият им доход. Тогава c_1 ще зависи от y_1 и r, като зависимостта от y_1 ще отразява двойната роля на y_1: като мярка на личния текущ доход и като оценка за бъдещ доход.

За опростяване на разглежданата материя ще пренебрегнем влиянието на лихвения процент. Това отразява факта, че влиянието на r върху c_1 е преувеличено (както ще трябва да покажете в упражнение 7.3) и частично изразява, че само анализът на това как човек взема решения за спестяване или потребление не предполага съществено влияние върху лихвения процент, а важното е, че няма никакво значение за теориите, които разглеждаме по-нататък, дали ще вземем под внимание или ще пренебрегнем влиянието на лихвения процент върху потреблението. Поради това ще възприемем хипотезата, че потреблението зависи единствено от текущите доходи: $C = C(Y)$.

Каква ще бъде формата на зависимост между C и Y? Ясно е, че C ще бъде нарастваща функция на Y: повече доходи сега и повече доходи, очаквани в бъдеще, означава и по-големи възможности за настоящо потребление. Колко повече? Ако доходите на даден индивид се увеличат през настоящата година с $ 1000 и ако той е убеден, че това нарастване на доходите ще бъде получено през всичките следващи години, то неговите разходи за потребление ще нараснат със сума в рамките на $ 1000. По-вероятно е обаче той да не бъде толкова сигурен в увеличението на доходите си през всички следващи години (по-конкретно, да вземем предвид възможността, че може да има години, през които поради напреднала възраст или болест той няма да има никакъв доход), така че по този начин неговото потребление всъщност ще нараства с по-малко от $ 1000. Следователно производната на $C(Y)$ ще удовлетворява неравенството $0 < C_Y(Y) < 1$. Тази производна се нарича ***маргинална склонност към потребление.***

Достигайки накрая до нашата хипотеза относно вземането на решенията за потребление и спестяване, която математически се изразява с ***функцията на потреблението*** $C = C(Y)$, трябва да осъзнаем не само че сме направили редица предположения за опростяване на разглежданите въпроси, но следва да признаем, че макар и неформално сме отдали голямо значение на очакванията на отделните индивиди за несигурно бъдещо, докато в същото време формално нашата хипотеза не отрежда никаква роля на неопределеността.

Към двете предположения, направени по-рано за поведението на производителите, сега добавяме и нашата хипотеза относно поведението на потребителите: (iii) потреблението е функция на дохода с маргинална склонност към потребление между 0 и 1.

Формално нашият модел може да бъде изразен по следния начин:

$$Y = C + I, \tag{2}$$

$$C = C(Y), \quad 0 < C_Y(Y) < 1, \tag{3}$$

където в уравнение (2) са обединени двете предположения (i) и (ii) относно поведението на производителите, а (3) изразява предположението (iii) относно поведението на потребителите.

Важно е да се отбележи, че равенството (2) е равновесно условие, което изразява, че предлагането е равно на търсенето, където както винаги „предлагането“ и „търсенето“ означават количествата, които съответните стопански агенти желаят да оттъргуват. Възможно е количеството, което индивидите и фирмите искат да купят, да се различава от количеството, което фирмите искат да продадат. Ако $Y > C + I$ или $Y < C + I$, то някои фирми или индивиди няма да могат да изпълнят своите планове и състоянието няма да бъде повече равновесно.

Ако обединим двете уравнения, като елиминираме C, ще получим

$$Y = C(Y) + I, \tag{4}$$

което неявно определя Y, а също и равновесното ниво на крайната продукция и доходите, като функция на I. При нашите микроикономически модели цената на стоката е факторът, който извършва корекциите, за да се получи равновесие. В разглеждания случай обаче няма цени, които да бъдат коригирани, а по силата на предположенията, които сме направили, има едно-единствено ниво на крайна продукция и доходи Y, което удовлетворява (4).

Определянето на равновесната стойност на Y е показано на фиг. 7.2, където функцията $C(Y) + I$, чийто наклон е по-малък от 1, пресича функцията Y, чийто наклон е 1. Без да знаем формата на функцията $C(Y)$, не можем да определим в явен вид Y, но можем, точно както в примерите от глава 1, да получим резултатите на сравнителната статистика чрез диференциране. Диференцирането на (4) относно I ни дава

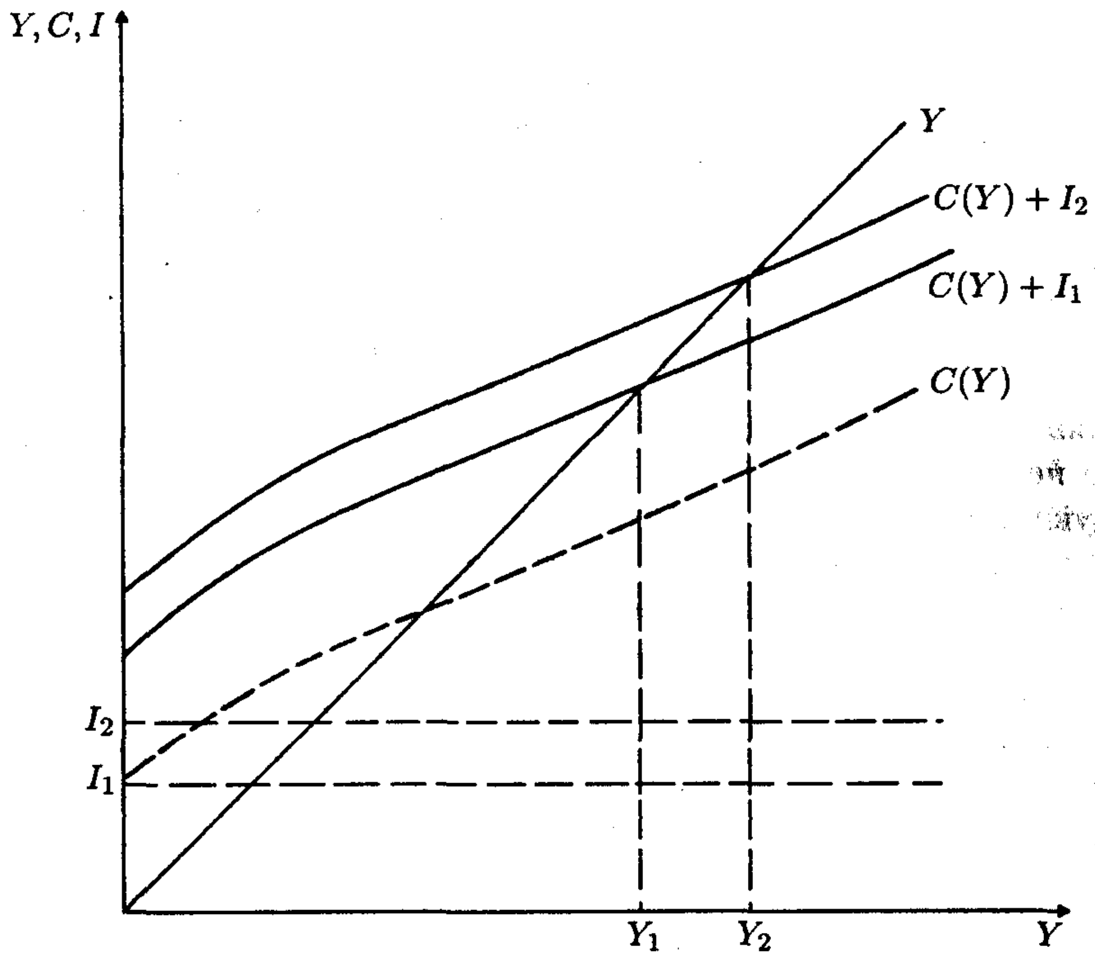
$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}I} = C_Y \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}I} + 1, \tag{5}$$

така че

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}I} = \frac{1}{1 - C_Y}. \tag{6}$$

Тъй като $0 < C_Y < 1$, $\mathrm{d}Y/\mathrm{d}I > 1$. Стойността на $\mathrm{d}Y/\mathrm{d}I$, която в този модел е $1/(1 - C_Y)$, е наречена *множителят*. Едно екзогенно увеличение на търсенето на инвестиции води до по-голямо нарастване на равновесното ниво на крайната продукция. Това се вижда на фиг. 7.2, когато повишаването на инвестициите от I_1 до I_2 води до повишаване на равновесното ниво на Y от Y_1 до Y_2.

По начало идеята, че едно екзогенно увеличение на търсенето на една единица би довело до много по-голямо нарастване на производството, да речем с три единици, ако C_Y приеме възможната стойност 2/3, може да изглежда парадоксално. Обяснението обаче



Фиг. 7.2. Множителят

се крие в това, че с разрастването на производството за посрещане на повишеното търсене на инвестиции доходите се увеличават и по този начин се увеличава и потреблението, а множителят измерва разширението на производството, което посреща както екзогенното увеличение на търсенето на инвестиции, така и ендогенното увеличаване на търсенето на потребление, което е резултат от самото разширение на производството.

(При анализиране на макроикономическите модели ще ни се налага да диференцираме много по-често, поради което е полезно да следваме направената по-горе уговорка да използваме означението за производна $\frac{dy}{dx}$, или $\frac{\partial y}{\partial x}$ за частна производна, където е необходимо, за да отчетем въздействието от промяната на екзогенна променлива върху равновесната стойност на ендогенна променлива, докато използването на индексни означения правим за да изразим диференцирането или частното диференциране на функция, която е част от структурата на модела.)

Друг начин за изграждането на разглеждания модел е да се дефинират спестяванията S като $Y - C$, като по този начин спестяванията ще са функция на Y, дефинирана посредством

$$S(Y) \equiv Y - C(Y). \tag{7}$$

Тъй като $S_Y = 1 - C_Y$, то $0 < S_Y < 1$. По този начин моделът може да се изрази с едно-единствено уравнение

$$S(Y) = I, \tag{8}$$

така че

$$S_Y \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}I} = 1 \tag{9}$$

и

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}I} = \frac{1}{S_Y}. \tag{10}$$

Очевидно (8), (9) и (10) са еквивалентни на (4), (5) и (6), като получаваме същия множител. Производната S_Y се нарича *маргинална склонност към спестяване.*

Записвайки равновесното условие във вида $Y = C(Y)+I$, поставяме ударението върху факта, че това е изравнено по условие търсене и предлагане на крайната продукция. Записването на условието във вида $S(Y) = I$ ни дава различна, но еквивалентна интерпретация. Както вече отбелязахме, производството и доходът са едни и същи. Част от доходите са изразходвани за потребление, но част от тях *върнати обратно* като спестявания. Известна част от търсенето за производство е същото това потребителско търсене, но друга част е *новоинжектираното* търсене на фирмите за инвестиции. При състояние на равновесие ще искаме върнатото обратно $S(Y)$ да бъде равно на „инжекциите“ I. В общия случай ще използваме формата „предлагането е равно на търсенето“ на уравнението.

Нека сега разгледаме пример, в който знаем, че функцията на потреблението е линейна: $C(Y) = a + cY$. В този случай условието за равновесие е

$$Y = a + cY + I, \tag{11}$$

което решено в явен вид ни дава

$$Y = \frac{a+I}{1-c}, \tag{12}$$

така че множителят е $1/(1-c)$. Можем да решим относно C и да получим

$$C = (a + bI)/(1-c).$$

Ако искаме в този модел да разглеждаме въздействието на екзогенната промяна на потребителското желание да потребява, въвеждаме една „фиктивна променлива“ e във функцията на потреблението, така че

$$C = C(Y, e), \quad C_e > 0. \tag{13}$$

(Върнете се в края на раздел 1.7, където по-рано бяха прилагани изкуствени променливи.) Следователно условието за равновесие е

$$Y = C(Y, e) + I, \tag{14}$$

което диференцирано относно e ни дава

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}e} = C_Y \frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}e} + C_e, \tag{15}$$

така че

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}e} = \frac{C_e}{1 - C_Y} > 0. \tag{16}$$

Следователно намаляването на спестовността и нарастването на желанието за потребление води до увеличаване на дохода. Сега да разгледаме въздействието върху действителното спестяване, което е

$$S = Y - C(Y, e), \tag{17}$$

така че

$$\frac{\mathrm{d}S}{\mathrm{d}e} = (1 - C_Y)\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}e} - C_e = 0. \tag{18}$$

Едно понижено *желание* за спестяване не води до никаква промяна в действителните спестявания, тъй като въздействието му изцяло се компенсира от въздействието на спада на равновесното ниво на доходите. Това е известно като ***парадоксът на спестяването***. (Ако направите справка с модела на формата „изтеглянията са равни на вноските“, причината за такъв един резултат моментално става ясна.)

7.3. *Въвеждането на международна търговия и правителството*

Нека разгледаме две допълнителни променливи: износът X и вносът M. Нека X бъде екзогенна и нека $M = M(Y)$, като $0 < M_Y < 1$. (M_Y е „маргинална склонност към внос".) Износът е допълнителен източник на търсене за производство, но част от потреблението се посреща от вноса, така че равновесието изисква предлагането на стоките от местно производство да е равно на общото търсене минус вноса:

$$Y = C(Y) + I + X - M(Y). \tag{19}$$

(Друг начин за записване на условието за равновесие е

$$S(Y) + M(Y) = I + X. \tag{19a}$$

Чуждестранното търсене на стоки е инжекция, докато доход, изразходван зад граница, е изтегляне; но това интуитивно е много по-малко очевидно, отколкото аргументът търсене-предлагане, който ни дава (19).)

Например за да получим въздействието на X върху Y, диференцираме (19) и стигаме до

$$(1 + M_Y - C_Y)\,\frac{\partial Y}{\partial X} = 1 \tag{20}$$

и всъщност

$$\frac{\partial Y}{\partial X} = \frac{\partial Y}{\partial I} = \frac{1}{1 + M_Y - C_Y} \;\left(= \frac{1}{S_Y + M_Y}\right). \tag{21}$$

Този множител е по-малък отколкото множителя, получен в (6) за модела без отчитане влиянието на външната търговия. Интуитивният смисъл на този резултат се състои в това, че част от извънредното търсене, предизвикано от разширението, изтича в чужбина, така че разширението в действителност е по-малко.

При определени обстоятелства износът не би трябвало да се счита за екзогенна променлива, тъй като износът на една държава е внос за друга. Ако нашата страна е достатъчно голяма по отношение на нашите търговски партньори, то количеството, което ние внасяме от тях, ще има значителен мултипликационен ефект (породен от нарастване на техния износ) върху техния доход, което от своя страна ще увеличи техния внос от нас, което пък ще доведе до увеличаване на нашия доход. Нека да разгледаме случая с две страни, които са означени с горен индекс 1 и 2. Имаме две условия за равновесие:

$$(22)\qquad \begin{aligned} Y^1 &= C^1(Y^1) + I^1 + X^1 - M^1(Y^1),\\ Y^2 &= C^2(Y^2) + I^2 + X^2 - M^2(Y^2), \end{aligned}$$

но тъй като $X^1 = M^2(Y^2)$ и $X^2 = M^1(Y^1)$, се получава

$$(22a)\qquad \begin{aligned} Y^1 &= C^1(Y^1) + I^1 + M^2(Y^2) - M^1(Y^1),\\ Y^2 &= C^2(Y^2) + I^2 + M^1(Y^1) - M^2(Y^2), \end{aligned}$$

Това са две уравнения с две неизвестни Y^1 и Y^2, и въздействията от изменението на I се намират чрез диференциране на двете уравнения по отношение на I^1, при което се получава

$$(23)\qquad \begin{aligned} \left(1 + M_Y^1 - C_Y^1\right)\frac{\partial Y^1}{\partial I^1} - M_Y^2\frac{\partial Y^2}{\partial I^1} &= 1,\\ - M_Y^1\frac{\partial Y^1}{\partial I^1} + \left(1 + M_Y^2 - C_Y^2\right)\frac{\partial Y^2}{\partial I^1} &= 0, \end{aligned}$$

от където

$$(24)\qquad \frac{\partial Y^1}{\partial I^1} = \frac{(1 + M_Y^2 - C_Y^2)}{(1 + M_Y^1 - C_Y^1)(1 + M_Y^2 - C_Y^2) - M_Y^1 M_Y^2} > 0,$$

$$(25)\qquad \frac{\partial Y^2}{\partial I^1} = \frac{M_Y^1}{(1 + M_Y^1 - C_Y^1)(1 + M_Y^2 - C_Y^2) - M_Y^1 M_Y^2} > 0.$$

Лесно се вижда от (24), че

$$\frac{\partial Y^1}{\partial I^1} > \frac{1}{(1 + M_Y^1 - C_Y^1)},$$

така че множителят е по-голям отколкото в предишния случай, където ние предположихме, че износът на страната е екзогенен. Интуитивният смисъл е отново прост: търсенето, което е посрещнато от чуждестранното предлагане, предизвиква известно допълнително търсене на наши стоки и тази обратна връзка повишава равновесното ниво на производството.

Важно е също така да се представи ролята на правителството в този модел. За простота нека първоначално да приемем, че няма международна търговия.

Правителствата могат да търсят стоки, а също така и да повишават данъците. Нека обозначим правителственото потребление на стоки с G, а данъчното облагане с T. Няма никаква ***необходимост*** правителството да постигне равенството $G = T$ — то може да допусне дефицит, т.е. $G > T$, и да набере средства по различни начини, а не само чрез данъчно облагане, за да си плати сметките. Когато му дойде времето ще видим, че пътят, по който правителството набира средства за покриване на своя дефицит, не е маловажен.

Правителствените разходи са допълнителен източник на търсене, но облагането с данъци не се отразява ***директно*** върху търсенето и предлагането. То е един ***трансфер*** от индивидите към правителството, което влияе върху търсенето чрез намаляване на дохода, с който разполага домакинството за потребление и спестявания. Дефинираме ***наличния доход*** като $Y - T$ и предполагаме, че

$$C = C(Y - T) \tag{26}$$

(като сега означението C_Y ще има смисъла на производна на C относно $Y - T$). Сега равновесното уравнение е

$$Y = C(Y - T) + I + G \tag{27}$$

и имаме три множителя:

$$\frac{\partial Y}{\partial G} = \frac{\partial Y}{\partial I} = \frac{1}{1 - C_Y} > 0, \tag{28}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial T} = \frac{-C_Y}{1 - C_Y} < 0. \tag{29}$$

Увеличените правителствени разходи увеличават производството по същия начин както и увеличените инвестиции; повишаването на данъчното облагане намалява потреблението и причинява свиване на производството.

Балансирано бюджетно разширение на правителствените разноски е нарастване на G, придружено с равностойно изменение на T, така че $\mathrm{d}T/\mathrm{d}G = 1$. Въздействието на тази промяна е

$$\frac{\partial Y}{\partial G} + \frac{\partial Y}{\partial T}\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}G} = \frac{\partial Y}{\partial G} + \frac{\partial Y}{\partial T} = 1. \tag{30}$$

Съществува балансиран бюджетен множител, равен на 1. Защо този множител трябва да бъде положителен е лесно да се разбере: повишаването на G с една единица увеличава търсенето на стоки с една единица, но в същото време повишаването на T с единица не понижава търсенето с една единица, тъй като само част от нея би била консумирана. Следователно еднакво увеличение на G и T

не увеличава търсенето. Обяснението защо в крайна сметка производството се увеличава с точно една единица ще го отложим за следващия раздел.

Разширяването на модела, включващо външната търговия и дейността на правителството, е съвсем непосредствено. Уравнението на равновесното състояние придобива вида

$$Y = C(Y - T) + I + G + X - M(Y). \tag{31}$$

(Обърнете внимание на предположението, че M е функция на Y, а не на $Y - T$. В упражнение 7.9 Ви се предоставя възможността да го проверите.) В този модел има четири множителя, които трябва да бъдат получени: влиянието върху Y на промените в I, X, G и T. Извеждането на тези множители и на множителя на балансирания бюджет оставяме да направите сами.

Разбира се, тези модели могат еднакво добре да бъдат представени като се използва версията на равновесното условие „изтеглянията са равни на вноските“. Определяме спестяванията като наличния доход минус потреблението:

$$S(Y - T) \equiv Y - T - C(Y - T), \tag{32}$$

и получаваме условие, еквивалентно на (31):

$$S(Y - T) + T + M(Y) = I + G + X. \tag{33}$$

Спестяванията, данъчното облагане и вносът са всичките изтегляния от дохода; инвестициите, правителствените разходи и износът са инжекции на търсенето.

Всички тези модели предполагат съществуването на неизползвани ресурси и съдържат в себе си факта, че правителството разполага с инструментите на *фискалната политика* — промените в разходите и данъчното облагане — които са мощни средства за справяне с безработицата. Ако по някаква причина равновесното състояние на стопанството е на такова равнище на производство, при което има значителна безработица, правителството може да проведе мерки за увеличаване на G или за намаляването на T, или и двете.

Все пак има няколко причини, поради които нещата не могат да бъдат третирани толкова просто. На първо място, информацията на правителството относно състоянието на стопанството винаги е неточна, така че размерът на необходимите промени в политиката винаги ще поражда съмнение. Проблемът донякъде се тушира поради съществуването на „автоматични фискални стабилизатори“ —

фактът, че приходите от данъците са по-големи, когато доходът е по-голям, се обуславя от начина, по който се налагат данъците, а също и от факта, че компенсациите за безработните имат тенденция към намаляване, когато доходът е по-висок — но подобни стабилизатори не могат изцяло да елиминират проблема. (Забележете, че плащанията на правителството като компенсации за безработните и плащанията по социалното осигуряване трябва да се разглеждат като отрицателни елементи на T, а не на G, което представлява директните стокови разходи на правителството.)

Освен това разглежданите по-горе модели предполагат, че пазарът незабавно се приспособява към всякакво ново равновесие. В следващия раздел разглеждаме модел с времеви забавяния или още лагове и ще видим, че подобни лагове имат значими последствия за фискалната политика.

И нещо още по-фундаментално: (i) тези модели не обхващат въпросите как правителственото финансиране на разликите между G и T би могло да влияе върху стопанството; (ii) няма теория за инвестициите, която е приета да бъде екзогенно дефинирана, въпреки че лесно могат да се намерят причини защо в действителност инвестициите могат да се влияят от правителствената политика; (iii) не е посочена по никакъв начин ролята на цените в тези модели. Тази последна точка е важна в частност и поради факта, че макар и търсенето и предлагането на стоки да се уравновесява, ще има незаети трудови ресурси в стопанството. В частност, незаетостта на работна сила предполага, че предлагането на работна сила надвишава търсенето. Би трябвало да вземем под внимание и възможността за съществуването на механизми в стопанството, които водят до коригирането на безработицата без намесата на правителството.

7.4. *Прости динамични модели*

Не е може би напълно невъзможно потреблението да зависи стриктно от *текущите* доходи. Как могат хората да планират своето потребление въз основа на равнище на доходите, което само по себе си е частично определено от действителното потребление? Моделите на множителя описват равновесието, но за да се разбере как може да се постигне равновесие, ще направим едно по-приемливо предположение, че потреблението е планирано на базата на приходи от *предишни* периоди.

Да предположим, че функцията на потреблението е линейна. В такъв случай заместваме (2) и (3) с

$$Y_t = C_t + I_t, \tag{34}$$

$$C_t = a + cY_{t-1}, \quad 0 < c < 1. \tag{35}$$

Да предположим сега, че равнището на инвестициите не се променя от период на период, така, че $I_t = I$. В този случай предлагането е равно на търсенето, когато

$$Y_t = a + cY_{t-1} + I. \tag{36}$$

Но стопанството е в равновесие само когато равнището на доходите Y_{t-1}, въз основа на което потребителите изграждат своите планове, е същото, каквото е равнището Y_t. Следователно равновесният доход Y_e се определя от

$$Y_e = a + cY_e + I \tag{37}$$

и това е равновесното състояние, описано в (11). Формално моделът е много близък до паяжинообразния цикличен модел от раздел 1.3; наистина особеността там беше, че равновесието изисква изпълнението на очакванията, а така също и на уравнението за предлагането и търсенето, което се появява отново тук.

Като извадим (37) от (36), получаваме

$$Y_t - Y_e = c(Y_{t-1} - Y_e) \tag{38}$$

и тъй като $0 < c < 1$, ако стопанството тръгне от състояние извън равновесното, във всеки следващ период то ще се доближава до равновесното. Наистина последователното прилагане на (38) за $t = 1, 2, 3, \ldots$ ни дава

$$Y_t = c^t Y_0 + (1 - c^t)Y_e, \tag{39}$$

което показва ясно, че $Y_t \to Y_e$ е при $t \to \infty$.

Да предположим, че през периода 0 инвестициите са на равнище I, а доходите Y_0 се намират на равновесно ниво $(a + I)(1 - c)$. От периода от време 1 нататък инвестициите се намират на равнище $I + \Delta I$. От (37) следва, че новото равновесно равнище на доходите е $Y_e = (a + I + \Delta I))/(1 - c) = Y_0 + \Delta I/(1 - c)$. Тъй като тръгваме извън това равновесие, то няма да бъде достигнато изведнъж. Всъщност от (39) следва, че

$$Y_t = Y_0 + \Delta I \frac{1 - c^t}{1 - c} \tag{40}$$

$$= Y_0 + \Delta I(1 + c + c^2 + \cdots + c^{t-1}) \tag{41}$$

(където (41) следва от добре известния метод за сумиране на геометрична прогресия).

Равенството (41) не само показва как постепенно се достига новото равновесие, но ни помага да разберем и защо множителят е по-голям от 1. Първоначалното внасяне на допълнително търсене ΔI увеличава Y_1 със същото това количество. През следващия период ще имаме допълнително търсене ΔI, но също и допълнително търсене за потребление $c\Delta I$, което произтича от увеличения през предишния период доход, така че Y_2 е с $(1+c)\Delta I$ над Y_0. През всеки следващ период доходът е по-висок, но всяко следващо увеличение е по-малко, понеже само част от допълнителния доход се внася като допълнително потребителско търсене през следващия период.

Прилагането на същата техника в по-сложни линейни модели ни помага да разберем по подобен начин и други множители. По този начин в модела с отразено влияние на външната търговия нека $C_t = a - cY_{t-1}$ и $M_t = mY_{t-1}$, така че при постоянни I и X стопанството се описва чрез

$$Y_t = a + cY_{t-1} + I + X - mY_{t-1}, \tag{42}$$

което е непосредствено обобщение на (36), а аналогично на (41), в случай на постоянна промяна на инвестициите на стойност $I+\Delta I$ като се започне от старото равновесно състояние $Y_0 = (a+I+X)/(1-c+m)$, имаме

$$Y_t = Y_0 + \Delta I[1 + (c-m) + (c-m)^2 + \cdots + (c-m)^{t-1}]. \tag{43}$$

Окончателното равновесие е $Y_e = Y_0 + \Delta I/(1-c-m)$ и от (43) виждаме, че множителят е по-малък отколкото в (41), понеже първоначалното стимулиране на търсенето с 1 единица дава прираст през следващия период на c единици от допълнителното потребителско търсене, но и от m единици от търсене на внос. Така че увеличението на търсенето в тази икономика е $c - m$. На свой ред, през третия период има допълнително увеличение от $(c-m)(c-m)$ и т.н.

Сега да разгледаме модел със забавяне (или лаг) и правителствена фискална политика, но без търговия. Стопанството се описва с уравнението

$$Y_t = C_t + I_t + G_t, \tag{44}$$

$$C_t = a + c(Y_{t-1} - T_{t-1}). \tag{45}$$

В упражнение 7.11 Ви се предоставя възможността да покажете, че ако стопанството тръгне в момента 0 с G_t в G и производство Y_0 на нивото си на равновесие и ако след това G_t се покачи на $G + \Delta G$ в момента 1, то

$$Y_t = Y_0 + \Delta G(1 + c + c^2 + \cdots + c^{t-1}), \quad t \geq 1, \tag{46}$$

при крайно равновесие

$$Y_e = \frac{a - cT + I + G + \Delta G}{1 - c} = Y_0 + \frac{\Delta G}{1 - c} \cdot$$

Все пак да разгледаме стопанство, тръгващо в момента 0 с T_t и в T и производство Y_0 при равновесие. Като обърнете специално внимание на потребителската функция (45), можете да покажете, че ако T_t се увеличи на $T + \Delta T$ за периода от време след $t = 1$, то

$$\begin{aligned} &Y_1 = Y_0 \\ &Y_t = Y_0 - \Delta T(c + c^2 + \cdots + c^{t-1}), \quad t \geq 2, \end{aligned} \tag{47}$$

при крайно равновесие

$$Y_e = \frac{a - cT - c\Delta T + I + G}{1 - c} = Y_0 - \frac{c\Delta T}{1 - c} \cdot$$

Лесно могат да се обединят (46) и (47), за да се получи въздействието от разширението на балансирания бюджет от G и T до $G + \Delta G$, $T + \Delta G$ за периодите от време от $t = 1$ нататък:

$$Y_t = Y_0 + \Delta G = Y_e, \quad t \geq 1, \tag{48}$$

така че окончателното равновесие се получава незабавно!

Тези резултати лесно могат да бъдат разбрани. Повишаването на разходите на правителството с една единица има точно същия ефект както и увеличаването на инвестициите. Така че (46) е съвсем като (41). Увеличаването на данъчното облагане с една единица е различно. То няма пряко въздействие върху търсенето и неговото отражение върху потреблението е забавено с един период от време. Първият ефект е понижаването на потреблението със c единици през втория период от време, а това от своя страна се проявява и в последващите периоди от време. Сравнявайки (46) и (47), виждаме, че разликата между въздействието на ΔG и на ΔT се изразява в това, че първото условие от серията в (47) липсва, защото промяната в правителствените разходи има директно една единица, което оказва влияние върху търсенето, и липсва при промяна на данъчното облагане. Фактът, че множителят на балансирания бюджет е 1 и веднага проявява цялостното си въздействие, както е показано в (48), следва непосредствено.

Тези прости динамични модели служат за изясняване на лостовете, подчинени на множителя. Освен това те са по-реалистични от незабавените модели и дават важни сигнали на определящите икономическата политика. Да предположим, че периодът от време в модела на (44) и (45) е една година и че $c = 0{,}75$, така че множителят е 4. Правителство, което е покачило разносните с един милиард лири и очаква моментално покачване на дохода от 4 милиарда, ще бъде разочаровано, понеже (46) показва, че изменението в дохода, измервани в милиарди лири, са $Y_1 - Y_0 = 1$, $Y_2 - Y_0 = 1{,}75$, $Y_3 - Y_0 = 2{,}3125$, $Y_4 - Y_0 = 2{,}7343$, $Y_5 - Y_0 = 3{,}0508$ и т.н. Фактът, че правителствената политика може да оказва своето въздействие твърде бавно, може да стане причина за възникването на значителни проблеми: правителство, поставено пред угрозата на скорошни избори, би могло да приеме мерки, които в далечна перспектива водят до катастрофални последствия, да си осигури скорошен ефект; правителство, което е загубило търпение да провежда мъдра политика, понеже нейните резултати се проявяват по-бавно, е започнало неразумна политика.

В приложението е дадена модификация на този динамичен модел на множителите, която по-пълно отчита ролята на инвестициите.

7.5. *Инвестиции и лихвен процент*

Да разгледаме инвестиционен проект, който предполага разходи x_0 в началото 0 и ще донесе печалби $x_1, x_2, \ldots, x_T$ в следващите периоди от време. Как един потенциален инвеститор би трябвало да направи оценка на такъв проект?

Всичките x_i са изразени в едни и същи парични единици, като например лири или долари, но би било грешка да се оценява стойността на проекта, като се взима $x_1 + x_2 + \cdots + x_T - x_0$, което означава да се сумират печалбите, получени през различните периоди от време, тъй като един долар сега не е това, което е един долар след една година.

Да предположим, че банките и другите финансови институции предлагат лихвен процент за единица време. Това означава, че ако 1 долар е оставен на депозит в момента 0, то след единица време ще могат да бъдат изтеглени $(1 + r)$ долара. Обратно, ако 1 долар в момента 0 бъде даден на заем от банка с лихвен процент r, то след период от време с дължина 1 на банката трябва да бъдат издължени $(1 + r)$ долара. Следователно един долар в момента 0 може да бъде заменен на пазара за $(1 + r)$ долара след 1 единица време. Те имат една и съща стойност. Колко пари в момента 0 могат да бъдат заменени за пари след 1 единица от време? Ясно е, че отговорът е $x_1/(1 + r)$. Казваме, че $x_1/(1 + r)$ е *сегашната стойност* в момента 0 на парите x_1 след период от време 1. В действителност $1/(1+r)$ е цената, на която пари след период от време 1 могат да бъдат заменяни за пари в началния момент от време 0. (Сравнете с разглежданията в раздел 7.2 за даване и вземане под наем от потребител.)

По-общо казано, 1 долар, депозиран за t периода от време, произвежда $(1+r)^t$ долара, така че сегашната стойност в началния момент от времето 0 на парите x_t в момента от време t е $x_t/(1 + r)^t$. Цената, на която пари за момента t могат да бъдат заменени за пари за момента нула, е $1/(1 + r)^t$. Следователно сегашната стойност (PV) в момента 0 на целия поток от печалби от инвестиция е

$$\text{(49)} \qquad \mathrm{PV}_0 = \frac{x_1}{1+r} + \frac{x_2}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{x_T}{(1+r)^T}\,.$$

Нетната сегашна стойност (NPV) на цялата инвестиция се намира, като от сегашната стойност се извадят началните разноски:

$$\text{(50)} \qquad \mathrm{NPV}_0 = -x_0 + \frac{x_1}{1+r} + \frac{x_2}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{x_T}{(1+r)^T}\,.$$

Операцията на умножаване на x_t с $(1 + r)^{-t}$ понякога се нарича *дисконтиране*, а $(1 + r)^{-t}$ се нарича *дисконтов множител*. Това, което всъщност направихме, е, че намерихме стойността на ежегодната печалба, изразена в пари за момента 0, като умножихме всяка парична сума с нейната цена, точно както пресмятаме паричната стойност на една кошница от обикновени стоки x_1, x_2, …, x_n като $p_1x_1 + p_2x_2 + \cdots + p_nx_n$; или за индивид с доход m, който купува такава кошница от стоки, изчисляваме нетните разходи като $-m + p_1x_1 + \cdots + p_nx_n$.

Ако лихвеният процент се променя през отделните периоди от време, като е бил r през периода 1, r_2 през периода 2 и т.н., то съвсем просто е да се пресметне сегашната стойност по формулата

$$\text{(49a)} \quad \mathrm{PV}_0 = \frac{x_1}{1+r_1} + \frac{x_2}{(1+r_1)(1+r_2)} + \cdots + \frac{x_T}{(1+r_1)(1+r_2)\ldots(1+r_T)}$$

със същата модификация, която направихме в (50).

Ако сегашната стойност на потока от печалбите е по-голяма от x_0, то проектът следва да се изпълни, тъй като стойността на възвръщаемостта от проекта е по-голяма от стойността на възвръщаемостта, която финансовите институции биха предложили за депозита на x_0. Равносилно е да кажем, че проектът следва да бъде изпълнен и ако нетната сегашна стойност е положителна. (Това съждение предполага, че няма никакъв риск: инвеститорът е сигурен във възвръщаемостите, които ще му осигури проектът и приходите, които банките биха му предложили.)

Ако всички стойности на x_t са положителни за $t \geq 1$, то тогава PV_0 е намаляваща функция на r, а с нарастването на r става все по-малко вероятно някой проект да премине през теста на сегашната стойност. Потенциалният инвеститор, който разполага с пари, ще предпочете просто да предостави своите пари на банка при текущия лихвен процент, отколкото да инвестира в даден проект; също и потенциалният инвеститор, който има нужда да заеме средства за финансиране на своя инвестиционен проект, ще открие, че очакваните възвръщаемости няма да изплатят изцяло неговия дълг с лихвата.

Дори ако някои от стойностите на x_t са отрицателни, вероятно е те да се проявят в началните периоди, докато проектът все още набира скорост, като в този случай PV_0 почти сигурно ще бъде намаляваща функция на r, тъй като $1/(1+r)^t$ намалява още повече при даденото увеличение на r колкото по-голямо е t. Следователно равнището на инвестициите в стопанството не трябва повече да бъде възприемано като екзогенно. Можем да приемем, че

$$I = I(r), \quad I_r < 0. \tag{51}$$

Забележете, че макар разглеждането на пресмятанията на сегашната стойност да се отнася до получаването на паричната стойност на инвестиционния проект, то това, от което непосредствено се интересуваме, е желанието на инвеститора да купи заводи, машини и суровини, защото I е инвеститорското търсене на *стоки*. (Ако съществува някаква опасност от объркване на понятието инвестиции с „финансови инвестиции“ като депозиране на пари в банка, ние ще наричаме I „реални инвестиции“.)

Това все още е твърде непълна теория на инвестициите, защото така представени x_t описват проекта като екзогенно фиксиран. Всъщност очакваните в бъдеще възвръщаемости от който и да е проект зависят от това какви други проекти ще бъдат осъществявани, а те също така зависят и от бъдещото поведение на икономиката като цяло. Засега ще оставим тези въпроси настрана.

*7.6. *Дисконтиране в непрекъснато време*

Моделът от предишния раздел беше формулиран в дискретно време. Един алтернативен подход, който в някои случаи може да бъде по-полезен, е да се адаптира формулировка за непрекъснато време. Сложната лихва показва растеж с фиксирана скорост. Поради това в непрекъснато време сложната лихва се представя от експоненциална функция. Само функция от вида

$$y(t) = y(0)e^{rt} \tag{52}$$

има свойството на постоянен растеж със скорост r:

$$\frac{\mathrm{d}y(t)}{\mathrm{d}t} = ry(t). \tag{53}$$

Това свойство на експоненциалната функция може да бъде разбрано като се разгледа какво става със сложната лихва в дискретно време, когато периодите от време се разделят на все по-малки интервали. Една единица пари, инвестирана за t периода от време при лихва r за всеки период от време, ще стане $(1+r)^t$ в края на този процес. Ако вместо това трябва да олихвяваме два пъти за всеки период от време и да плащаме лихва при $r/2$ за всеки полупериод, то тогава за $2t$ полупериода единицата пари ще нарастне до $(1+r/2)^{2t}$. Като разделяме всеки период на по-малки периоди, например на n подинтервала, получаваме $(1+r/n)^{nt}$. С нарастването на n се приближаваме до непрекъснатото олихвяване, т.е. до непрекъснатото нарастване, и тъй като

$$\lim_{n\to\infty}\left(1+\frac{r}{n}\right)^{nt} = e^{rt}, \tag{54}$$

експоненциалната функция се оказва подходящата мярка на лихвата.

Паричната сума $y(0)$, инвестирана при непрекъснатото олихвяване с лихвен процент r за периода от време от 0 до момента t, става равна на $y(0)e^{rt}$ в момента t. Следователно сегашната стойност в момента 0 на $x(t)$, получена в момента t, е $x(t)e^{-rt}$. По този начин една инвестиция, която произвежда поток от приходи $x(t)$ $(0 \le t \le T)$, ще има сегашна стойност в момента 0, равна на

$$\mathrm{PV}_0 = \int_0^T x(t)e^{-rt}\,\mathrm{d}t, \tag{55}$$

тъй като интегрираме, за да сумираме непрекъснатия поток. Останалата част от изложението на раздел 7.5 продължава без съществени промени.

7.7. *Облигации и лихвен процент*

Облигацията е обещание да се плати фиксирана сума пари за фиксирано време: например лист хартия, който постановява, че Британското правителство ще заплати 10 лири на приносителя на 31 март всяка година, до и включително 31 март 1993 г., а на 31 март 1993 г. ще заплати допълнително 100 лири за „погасяване" на задължението.

На 1 април 1983 г. тази облигация има следната сегашна стойност в лири стерлинги:

$$\text{(56)} \qquad \mathrm{PV} = \frac{10}{1+r} + \frac{10}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{10}{(1+r)^{10}} + \frac{100}{(1+r)^{10}}\,.$$

Най-общо казано, една облигация с годишна доходност a и доходност b в края на своя живот има следната сегашна стойност:

$$\text{(57)} \qquad \mathrm{PV} = \frac{a}{1+r} + \frac{a}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{a}{(1+r)^T} + \frac{b}{(1+r)^T}$$

$$\text{(58)} \qquad = \frac{a}{r}\left(1 - \frac{1}{(1+r)^T}\right) + \frac{b}{(1+r)^T}$$

(където (58) се получава от (57), като се използва формулата за сумиране на геометрична прогресия).

Някои облигации продължават вечно (облигациите на Британското правителство, наречени „конзоли" са един такъв пример), а стойността на такава облигация (ценна книга) може да бъде намерена, като оставим $T \to \infty$ в (58), и тя ще бъде a/r. Потвърждение на това в термините на разхода при благоприятна възможност може да се види лесно и е оставено да го направите в упражнение 7.16.

От (58) непосредствено следва, че ако $a/r = b$, то $\mathrm{PV} = b$. Следователно в замяна на облигация, чиято сегашна стойност е определена в (56), някой може да плати 100 лири стерлинги, ако пазарният лихвен процент е 10%, т.е. ако $r = 0{,}1$. Все пак това, което е важно за развитието на нашата теория е фактът, че ако се променя пазарният лихвен процент r, тъй като сумите a и b са константи, стойността на облигацията трябва да се променя. От (57) става ясно, че сегашната стойност на всяко годишно плащане е намаляваща функция на r, така че сегашната стойност на облигацията ще бъде намаляваща функция на r. Съществуват активни и добре изградени пазари на много видове облигации, и цената, на която една облигация може да бъде купена или продадена, трябва да бъде равна на нейната сегашна стойност, така че ще имаме *обратно пропорционална зависимост между цената на облигациите и лихвения процент.*

Ако се очаква лихвеният процент да се променя в бъдеще, то тогава (57) следва да бъде модифицирано точно както (49) беше модифицирано, за да се получи (49а):

$$\text{(57a)}\quad \mathrm{PV} = \frac{a}{1+r_1} + \frac{a}{(1+r_1)(1+r_2)} + \cdots + \frac{a+b}{(1+r_1)(1+r_2)\ldots(1+r_T)},$$

и никакви опростявания, каквито бяха направени в (58), тук не са приложими. Сега стойността на облигацията зависи от сегашните и очакваните в бъдеще пазарни лихвени проценти и ако някой от тези лихвени проценти се увеличи, то стойността на облигациите ще падне.

(Не се обърквайте от факта, че облигация като тази, която е описана по-горе, може да се нарича нещо като „10% съкровищен бон до 1993“. Това е просто съкратено описание на облигацията, която осигурява поток от бъдещи плащания, които са описани по-горе. Възможно е облигациите да са били емитирани за първи път, когато пазарният лихвен процент е бил 10%, така че правителството е могло да ги продаде за 100 лири, но това, което има значение сега, е фиксираният модел на плащания, от една страна, и от друга, сегашният и очакваните бъдещи лихвени проценти, които могат да се променят значително и да бъдат много по-различни от 10%).

7.8. *Търсенето на пари*

Сега ще разгледаме търсенето на пари в едно стопанство. Тук е изключително важно да се направи разграничението между *наличности* и *потоци*. Когато по-рано разглеждахме множителните модели, всичките обсъждани величини бяха потоци: националният доход, инвестициите, потреблението, износът и т.н. се измерват в долари или лири стерлинги *за година*. Все пак наличното предлагане на пари, както и търсенето на пари във всеки един момент от време са наличности, измервани като определена сума долари. Следователно твърдение от типа „увеличаването на паричната маса от страна на правителството с 1 млн. *долара* неизбежно ще доведе до увеличаване на разходите със същата сума, тъй като хората ще имат повече пари за харчене" трябва да се разглежда много скептично, защото предполага директна връзка между две величини, които не са пряко сравними: дали се твърди, че разходите ще бъдат увеличени с 1 млн. долара седмично (т.е. 52 млн. долара годишно) или с 1 млн. долара месечно (т.е. 12 млн. долара годишно), или с 1 млн. долара годишно, или дали разноските просто ще нарастнат временно, докато бъдат изразходени допълнително 1 млн. долара, така че нарастването в равновесния поток на разноските да бъде нула?

Изглежда съществува връзка между паричните наличности и потока на икономическата активност, но това е много по-тънка връзка, отколкото изразената в горното твърдение, а ключът към тази връзка е в търсенето на пари.

Нека равнището на националния доход да е Y, измерван в милиони лири стерлинги годишно. Това е общата стойност на *сделките* със стоки, които годишно се осъществяват между потребителите и производителите в цялото стопанство. Тъй като почти всички сделки включват използването на пари, смислено е да се предполага, че паричната сума, с която хората биха искали да разполагат, т.е. средното равнище на балансите по банковите им сметки и парите в брой, ще бъде функция на равнището на сделките, в които те очакват да вземат участие. Разбира се, има и други видове сделки като сделките с финансови активи или сделки между фирмите с междинни стоки, но ще бъде смислено да се предположи, че общата стойност на сделките ще бъде тясно свързана с общия доход. Следователно количеството пари, което индивидите и фирмите биха искали да притежават, ще зависи от равнището на доходите и от производството. Най-простата зависимост, която можем да предположим, е, че търсенето на пари е пропорционално на равнището на доходите:

$$M_d = kY, \tag{59}$$

където $1/k$ се нарича „скорост на обръщението", защото измерва средната честота, с която парите сменят притежателя си: ако се вземат под внимание само сделките със стоки между индивидите и фирмите, тогава Y е равнището на сделките, а ако $k = 1/4$, така че нивото на годишните сделки е равно на четири пъти сумата от паричните наличности, тогава средно 1 лира ще смени притежателя си четири пъти годишно.

Няма обаче никаква специална причина, поради която скоростта на обръщението да бъде считана за постоянна величина. Възможно е например при увеличаване на националния доход финансовите институции да се развият по начин, който да позволи на хората да държат пропорционално по-малки средни суми в парични наличности (използването на кредитни карти е един такъв пример). Търсенето на пари ще бъде все още нарастваща функция на Y, но няма да бъде повече линейна функция:

$$M_d = L(Y), \quad L_Y > 0. \tag{60}$$

Това търсене на пари за сделките ще бъде допълнено от други фактори. Домакинствата и фирмите никога не са сигурни какво количество пари за извършването на сделки ще е необходимо в непосредственото бъдеще и е нормално да се очаква те да имат ***превантивно*** търсене на пари: парична наличност, която се държи срещу възможността да се случи неочакваното. Би трябвало да очакваме, че това търсене също ще бъде функция на действителното равнище на сделките.

Наличните пари на индивида са една част от неговото налично благосъстояние, което се състои от неговата собственост на стоки за продължителна употреба и от финансовите активи като ценни книжа и акции. Защо човек въобще трябва да държи пари в наличност, когато притежаването на ценни книжа ще му увеличи доходите от лихви? Ние вече видяхме част от отговора на този въпрос по-горе: абсолютното удобство на парите като средство за осъществяване на всякакви сделки както очаквани, така и неочаквани. Фактът, че парите имат разход при благоприятна възможност, а именно, предварително зададената лихва на ценните книжа (или дивидентите върху акциите) може да подведе някой в очакванията, че сделките и превантивното търсене на пари следва да се влияят от лихвения процент. Възможно е да бъдат намалени паричните наличности на някого, дори и ако не се промени равнището на сделките. Да предположим, че на даден индивид му се плащат 280 лири всяка четвърта седмица и той харчи по 10 лири дневно. Ако той държи тези 280 лири в текуща сметка или ги има в брой, то тогава неговите средни парични наличности ще бъдат 140 лири. Ако лихвеният процент върху ценните книжа е висок, той може да бъде съблазнен да купи ценни книжа на стойност 140 лири в началото на месеца и да ги продаде след две седмици. Това ще намали неговите средни парични наличности до 70 лири. Подобен е случаят и при превантивното търсене на пари: високият лихвен процент на ценните книжа ще изкушава индивидите да поемат риска да изпаднат в състояние на липса на пари.

Следователно изглежда като че ли функцията на нашето търсене на пари трябва да бъде

$$M_{\mathrm{d}} = L(Y, r), \quad L_Y > 0, \; L_r < 0. \tag{61}$$

Това впечатление се засилва още повече, когато осъзнаем, че един индивид (или фирма) може действително да *иска* да държи част от своето богатство под формата на пари, което се различава доста от нуждата за финансови сделки. При липсата на инфлация парите са сигурен авоар: 100 лири, държани в брой, ще бъдат пак 100 лири след една година. Ценните книжа се менят по цена, както вече видяхме в предишния раздел, така че ценни книжа, закупени за 100 лири, по-късно могат да струват много по-малко, ако се повиши пазарният лихвен процент. Предимствата да се държи богатството под формата на ценни книжа при фиксирани годишни плащания и възможности за прираст на капитала трябва да се балансира по отношение на разхода и риска от капиталови загуби. Следователно изглежда приемливо даден индивид, който не иска да излага своето богатство на риск да понесе загуби, да държи част от него под формата на пари. Тъй като повишаването на националния доход обикновено е свързано с увеличаване на богатството, търсенето на пари за *активи* следва да бъде нарастваща функция на Y. Нарастването на r намалява стойността на ценните книжа и така намалява общото богатство, както и при нарастването на относителната привлекателност на ценните книжа, и следователно може да се очаква, че търсенето на пари за активи е намаляваща функция на r. Следователно имаме допълнителни причини да считаме, че $L_Y > 0$ и $L_r < 0$.

И накрая, фактът, че ценните книжа могат да носят доходи или загуби, води до *спекулативно* търсене на пари. Ако се очаква падане на лихвените проценти, това означава, че се очаква повишаване на цените на ценните книжа, така че следва да се притежават колкото е възможно повече ценни книжа. Ако се очаква увеличение на лихвените проценти, следва да се притежават повече пари, отколкото ценни книжа. Случаят с облигацията служи да покаже защо спекулативната мотивация да се притежават пари би могла да бъде твърде силна. Една облигация, която плаща 10 лири за вечни времена, е на стойност 500 лири, ако лихвеният процент е 2%. Съхранението на 500 лири под формата на ценни книжа вместо в пари следователно включва доход от лихва в размер на 10 лири. Ако обаче лихвеният процент се увеличи на 3%, цената на облигацията ще падне на 333,33 лири и капиталовата загуба от 166,67 лири безспорно ще погълне дохода от лихвата. От друга страна, ако лихвеният процент падне на 1%, това ще удвои стойността на ценната книга.

Следователно търсенето на пари следва да бъде нарастваща функция на разликата между очаквания лихвен процент r_e и действителния лихвен процент r. Така получаваме

$$M_d = L(Y, r, r_e), \quad L_Y > 0, \; L_r < 0, L_{r_e} > 0, \tag{62}$$

докато спекулативното търсене засилва негативния ефект на r (при даден r_e) и предизвиква положителен ефект от r_e (при дадено r).

При всички тези дискусии се предполага, че ценните книжа са единственият алтернативен финансов актив на парите. В действителност има и други видове активи, от които най-важните са акциите (ценните книжа) на компаниите. Една акция обещава да плати годишен дивидент в съответствие с печалбите на компанията, така че за разлика от облигациите, сумата, която ще се плаща всяка година, е неопределена и може да се променя от година на година. При оценяването на акциите обаче се прилагат същите принципи, които се използват и при оценка на облигациите: дисконтират се очакваните бъдещи приходи. Предположението, че облигациите и парите са единствените финансови активи, служи за опростяване на теорията, като се изключат усложненията, които могат да се породят от неопределеността на бъдещите възвръщаемост на акциите.

7.9. *Равновесие при пазарите на стоки и пари*

Съчетаването на равенствата (27) и (51) ни дава ново равенство, отразяващо изравняването на предлагането и търсенето на стоки в едно затворено стопанство:

$$Y = C(Y - T) + I(r) + G. \tag{63}$$

По-удобно е сега то да бъде записано във вида

$$S(Y - T) + T = I(r) + G. \tag{64}$$

При дадено екзогенно r това по същество са същите равенства като (27) и (33). Ако обаче разглеждаме и равновесието на паричния пазар, ние можем да направим лихвения процент ендогенна променлива и да развием по-комплексна, реалистична и полезна теория, отколкото анализа на множителите в разделите 7.2 и 7.3.

Определянето на *предлагането* на пари е сложна работа. Предлагането на банкнотите в наличност при индивидите се контролира пряко от правителството, а предлагането на пари във вид на банкови сметки зависи от поведението на банковата система, което трудно би могло да бъде контролирано от правителството. Ние заобикаляме тези усложнения просто като приемаме, че правителството има достатъчно добър контрол върху банковата система, за да е в състояние точно да регулира предлагането на пари. Тогава равновесието на паричния пазар се описва от равенството

$$M = L(Y, r, r_e), \tag{65}$$

където M е предлагането на пари.

Равенствата (64) и (65) съдържат две ендогенни променливи Y и r, докато променливите T, G, M, и r_e са екзогенни. Те са представени графично на фиг. 7.3 посредством кривите, обозначени с IS и LM. Снижаващата се крива IS е геометрично място на точките (Y, r), удовлетворяващи (64). Когато r намалява, I расте, така че Y също трябва да нарастне, за да се запази равенството. По-формално погледнато, ако диференцираме (64) относно r, разглеждайки Y като неявна функция на r, можем да покажем, че неявната функция има производна

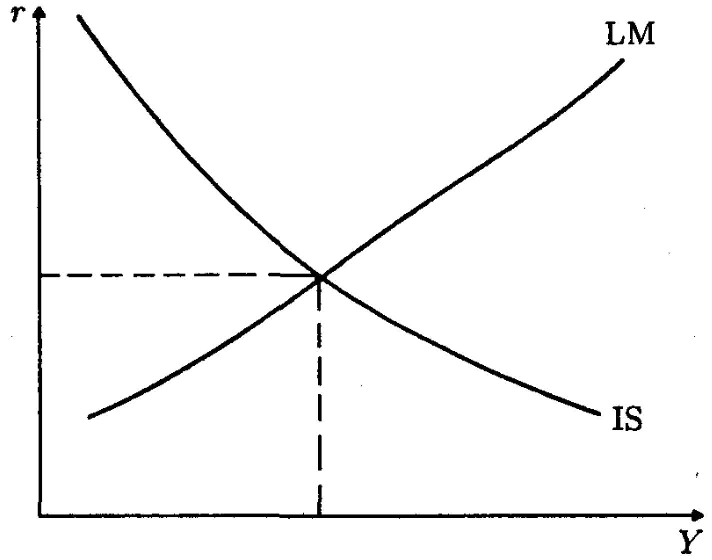
$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}r} = \frac{I_r}{S_Y} < 0, \tag{66}$$

която представлява отрицателния наклон на кривата IS. Издигащата се крива LM е геометрично място на точките (Y, r), удовлетворяващи (65). Когато r расте, L намалява, а Y трябва да нарастне, за да може L да остане равно на M. Неявната функция $Y(r)$, дефинирана посредством (64), има производна

$$\frac{\mathrm{d}Y}{\mathrm{d}r} = \frac{L_r}{L_Y} > 0, \tag{67}$$

което е положителният наклон на кривата LM.

Точката, в която се пресичат кривите IS и LM на фиг. 7.3, ни дава единствената двойка от стойности (Y, r), която удовлетворява



Фиг. 7.3. Диаграмата IS–LM

(64) и (65). Това е точката, в която както „стоковият пазар", така и „паричният пазар" са в равновесие.

Въпреки това обаче, съществуването на облигациите се оправдава от факта, че търсенето на пари е чувствително към лихвения процент. Не би ли трябвало да сме заинтригувани от факта, че търсенето и предлагането на ценни книжа е еднакво? Да разгледаме периода от време с номер t и да предположим, че в началото на този период индивидите и фирмите („обществото") разполагат с наличности от M_{t-1} и B_{t-1} от пари и ценни книжа съответно, така че наличността на обществото от финансово благосъстояние е $M_{t-1} + B_{t-1}$. По време на разглеждания период съществува поток от спестявания S_t и поток от инвестиции I_t, а разликата $S_t - I_t$ представлява частта от спестяванията, която не е инвестирана в реални капиталови активи, така че тя е нарастването на наличността на финансовото състояние на обществото, като в края на периода финансовото състояние ще бъде $M_{t-1}+B_{t-1}+S_t-I_t$. Обществото желае да има количество L_t пари в края на периода, така че количеството, което то желае да държи като ценни книжа, т.е. ***търсенето на ценни книжа***, е

(68) $$B_t^{\mathrm{d}} = M_{t-1} + B_{t-1} + S_t - I_t - L_t.$$

Ако стоковият пазар е в равновесие, то $S_t - I_t = G_t - T_t$. Но $G_t - T_t$ е правителственият дефицит, който може да бъде посрещнат или със заем, което означава, че правителството ще продава ценни книжа, или посредством отпечатването на допълнителни банкноти, или пък като се накара банковата система да увеличи кредита за правителството. Следователно

$$S_t - I_t = G_t - T_t = M_t - M_{t-1} + B_t - B_{t-1}, \tag{69}$$

където M_t и B_t са предлагането на пари и ценни книжа, съответно, в края на периода t. Равенствата (68) и (69) съвместно водят до

$$B_t^{\mathrm{d}} = M_t + B_t - L_t. \tag{70}$$

Но $M_t = L_t$, ако паричният пазар е в равновесие. Следователно, ако и стоковият и паричният пазар са в равновесие, то $B_t^{\mathrm{d}} = B_t$, което означава, че и пазарът на ценни книжа е в равновесие. (Това е частен случай на по-общ резултат, известен като *закон на Валрас*.) Поради това е достатъчно да се използват двете равенства (64) и (65) за описване на равновесието на трите пазара.

7.10. *Сравнителна статика в модела* IS–LM

Сега съвсем непосредствено ще бъдат анализирани въздействията на различни екзогенни промени. За да се определи въздействието от изменението в G върху Y и r, диференцираме (64) и (65) и получаваме

$$\begin{aligned} S_Y \frac{\partial Y}{\partial G} - I_r \frac{\partial r}{\partial G} &= 1, \\ L_Y \frac{\partial Y}{\partial G} + L_r \frac{\partial r}{\partial G} &= 0, \end{aligned} \tag{71}$$

а след като бъдат решени, намираме

$$\frac{\partial Y}{\partial G} = \frac{L_r}{L_Y L_r + I_r L_Y} > 0, \tag{72}$$

$$\frac{\partial r}{\partial G} = \frac{-L_Y}{S_Y L_r + I_r L_Y} > 0, \tag{73}$$

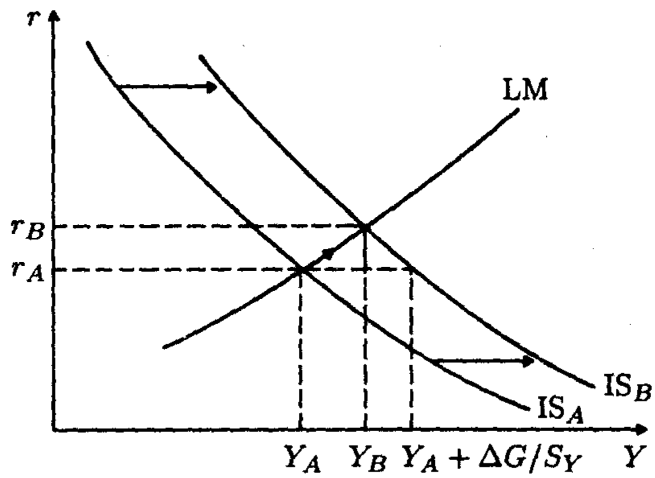
понеже $S_Y > 0$, $L_Y > 0$, $I_r < 0$, $L_r < 0$. Да отбележим освен това, че

$$\frac{\partial Y}{\partial G} = \frac{1}{S_Y + I_r L_Y / L_r} < \frac{1}{S_Y}, \tag{74}$$

така че въздействието от промяната в правителствените разходи се изразява както в покачване на дохода, но с по-малко отколкото в простия модел на множителите, така и в покачване на лихвения процент.

Лесно е да се види на фиг. 7.4 как протича това. Първоначално равновесието е в (Y_A, r_A). Покачването на G при постоянно r има въздействието на множителя върху стоковия пазар, докато когато е в сила (64) при постоянно r (и следователно I), получаваме простия модел на множителите. Следователно покачването на G премества кривата IS надясно при стенен $1/S_Y$. В частност, ако r е оставено в положение r_A, покачването ΔG на G би повишило дохода на $Y_A + (\Delta G/S_Y)$.

Повишеният доход обаче покачва търсенето на пари, намалява търсенето на ценни книжа, което избутва нагоре лихвения процент, сваля цената на ценните книжа, а високият лихвен процент, налагащ паричния пазар и пазара на ценните книжа, се връща в равновесие, намалява нивото на инвестициите, което подтиска въздействието на множителите на повишените правителствени разходи. Понякога в този случай се казва, че правителствените разходи „избутват" частните инвестиции. Цялата тази процедура приключва в новото равновесно състояние (Y_B, r_B).



Фиг. 7.4. Въздействието от нарастването на G

Лесно е да се види по подобен начин, че намаляването на данъците или балансираното разширение на бюджета ще имат подобни качествени, но различни количествени ефекти. Забележете, че не е правилно да се каже, че фискалното нарастване е причината за нарастването на лихвения процент (намаляването на цените на ценните книжа), понеже правителството трябва да продаде повече ценни книжа за да покрие своя дефицит. Това, което всъщност става, е, че нарастването на дохода, причинено от фискалното нарастване, кара обществото да се опита да продаде част от своята наличност на ценни книжа, понеже е нарастнало търсенето на пари, а именно това предлагане на ценни книжа от съществуващата наличност е причината да паднат цените на ценните книжа. Нарастналият правителствен дефицит променя потока от нови ценни книжа към пазара, но това е с друга степен на въздействие. Потокът също продължава, но веднъж достигнал до новото си ниво r_B, както е показано на фиг. 7.4, лихвеният процент престава да расте повече. В упражнение 7.23 се предоставя възможността внимателно да обясните как непрекъснатото предлагане на допълнителни държавни ценни книжа се поглъща при новото равновесие, без да става причина за по-нататъшно покачване на лихвения процент.

Въздействията в резултат на промените в M могат да бъдат анализирани по подобен начин, като се диференцират (64) и (65) относно M:

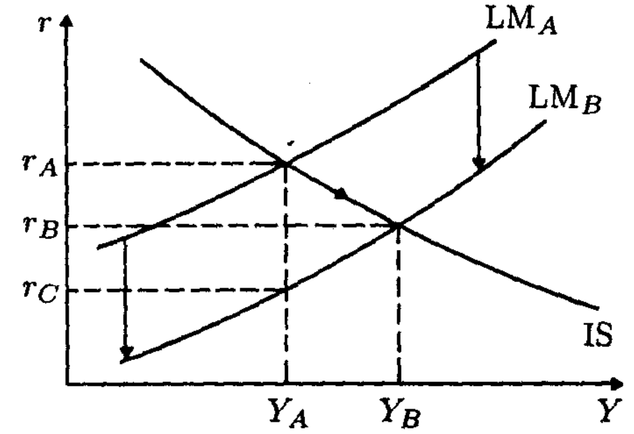
$$\begin{aligned} S_Y \frac{\partial Y}{\partial M} - I_r \frac{\partial r}{\partial M} &= 0, \\ L_Y \frac{\partial Y}{\partial M} + L_r \frac{\partial r}{\partial M} &= 1, \end{aligned} \tag{75}$$

което ни дава

$$\frac{\partial Y}{\partial M} = \frac{I_r}{S_Y L_r + I_r L_Y}, \tag{76}$$

$$\frac{\partial r}{\partial M} = \frac{S_Y}{S_Y L_r + I_r L_Y}. \tag{77}$$

Този случай е илюстриран на фиг. 7.5. Първоначално равновесието е (Y_A, r_A). Нарастването на предлагането на пари при непроменени G и T принуждава правителството да намери начин да предостави нови пари в ръцете на обществото. Очевиден начин за това е да купи ценни книжа от обществото, заменяйки ги по този начин за пари (или да се въздържи от продажбите на ценни книжа, които се правят, за да се покрие съществуващият дефицит). Тази политика намалява лихвения процент, понеже обществото ще иска да превърне част от своето финансово богатство от ценни книжа в пари само ако нарастнат цените на ценните книжа. Спадът на лихвения процент от r_A на r_C на фиг. 7.5 води до нарастване на инвестициите и следователно (чрез обикновения процес на мултипликация) до повишаване



Фиг. 7.5. Ефектът от нарастването на M

на дохода, докато се възстанови равновесието на стоковия пазар и се постигне пълно равновесие в (Y_B, r_B)).

По подобен начин могат да бъдат разглеждани и други екзогенни изменения. Очакваният лихвен процент е вече включен в модела. Променливи като „желанието за спестяване" или „желанието за инвестиране" и т.н. могат да бъдат вмъкнати в съответните функции и да бъде анализирано тяхното въздействие.

7.11. *Фискална и монетарна политика*

Сега имаме две явно прости средства за едно правителство, което желае да промени нивото на националния доход, а по този начин и на безработицата. То може да приложи фискална политика: да промени правителствените разходи и данъците. Друга възможност е да приложи монетарна политика: да промени предлагането на пари в стопанството. Както вече видяхме, двете системи от политически средства са свързани поради необходимостта на правителството да финансира разликата между правителствените разходи и данъците. По принцип обаче двете могат да бъдат държани твърде далеч една от друга: една промяна в правителствените разходи или данъци с произтичащите от нея въздействия върху правителствените финанси, изцяло поглъщани от продажбите или покупките на държавни ценни книжа, така че предлагането на пари да остане непроменено, представлява чисто фискална политика; една промяна в предлагането на пари без изменение в правителствените разходи или данъците е чисто монетарна политика; докато една промяна в правителствените разходи или данъците, без да бъде изцяло финансирана чрез продажба или покупка на ценни книжа, е смес от монетарна и фискална политика. Защо правителството предпочита една политика пред друга?

(i) Относителната ефикасност на различните политически подходи зависи от големината на четирите производни S_Y, I_r, L_Y, L_r. Ако $L_r = 0$, $\partial Y/\partial G = 0$ и $\partial Y/\partial M = 1/L_Y$; докато ако $L_r = -\infty$, $\partial Y/\partial G = 1/S_Y$ и $\partial Y/\partial M = 0$. Следователно ако може да се вярва, че търсенето на пари е много нееластично относно лихвения процент, то трябва да се вярва, че монетарната политика е ефективна, а фискалната не е; ако търсенето на пари е много еластично относно лихвения процент, то монетарната политика е неефективна, а фискалната е ефективна.

Обратно, ако I_r е малко, $\partial Y/\partial G$ е близо до $1/S_Y$ и $\partial Y/\partial M$ е малко, така че фискалната политика е ефективна, а монетарна не е; докато от висока стойност на $-I_r$ следва, че фискалната политика е неефективна, а монетарната — ефективна.

Съвсем лесно е да се види какво влияние оказват различните допускания за L_r и I_r върху вида на кривите IS и LM, след което да се направи графичен анализ на относителната ефективност на двата политически подхода при различни обстоятелства.

Друга размерност на относителната ефикасност на различните политически подходи е скоростта, с която се получава техният ефект. Тъй като сравнителната статика само показва как се променя равновесието и не казва нищо за процеса, чрез който стопанството се премества от едно равновесие в друго, развитият тук модел не ни казва нищо за скоростта, с която се достига новото равновесие.

(ii) От политическа гледна точка някои политически подходи може да са по-лесни за прилагане от други. В Британската парламентарна система например промените във фискалната политика, решени от финансовото министерство, могат почти гарантирано да бъдат въведени в изпълнение с помощта на парламента (даже ако понякога някои членове на правителството се противопоставят на промените!). За разлика от това обаче, разделянето на законодателната и изпълнителната власт в Съединените щати често означава, че фискалните промени, приемани по същество от Президента, се отхвърлят или забавят от Конгреса. По подобен начин при монетарната политика степента, в която централната банка е под правителствен контрол, може да определя дали желаните от правителството политически промени се прилагат в действителност.

(iii) Различните политически подходи имат различно въздействие върху *платежния баланс.* Съвсем просто е да се разшири моделът IS–LM за едно отворено стопанство. Равенствата са

$$S(Y - T) + T + IM(Y) = I(r) + G + X, \tag{78}$$

$$M = L(Y, r), \tag{79}$$

където $IM(Y)$ е размерът на вноса, а X е размерът на износа. Ясно е, че всяка политика, която повишава Y, ще влоши *търговския баланс* с $X - IM$. Все пак обаче *платежният баланс* се състои от търговския баланс плюс нетните капиталови приходи (понеже един чужденец, купувайки инвестиционни стоки или дялове в собствеността на инвестиционни стоки във вашата страна, оказва същото въздействие върху вашите приходи на чужда валута, както ако той би купил вносни стоки). Монетарното рзрастване намалява лихвения процент и по този начин намалява желанието на чужденците да инвестират тук, а местните граждани са по-заинтересовани да инвестират в чужбина. Ще има намаляване на капиталовия приток и нарастване на капиталовия отлив, а платежният баланс ще се влоши, ако обменният курс, т.е. цената на местната валута относно чуждата, е постоянен. От друга страна, едно покачване на лихвения процент, предизвикано от фискалното разрастване, ще наложи благоприятна промяна в капиталовите потоци, противно на влошаването на търговския баланс, а платежният баланс ще се подобри.

(iv) Различните политически подходи влияят по различен начин на размера на инвестициите. Фискалното разширение покачва лихвените проценти, а въздействието на разширението се подтиска вследствие на намаляващите инвестиции. За разлика от това, монетарното разширение покачва дохода тъкмо поради факта, че намаляването на лихвения процент води до покачване на инвестициите. Нивото на инвестициите оказва влияние на размера и характера на капиталовите наличности на стопанството в бъдеще, а виждането на правителството за това, кое е желателното ниво на инвестициите при тези условия, би могло да повлияе на неговата макроикономическа политика.

Макар че моделите, които развихме в тази глава, са изключително полезни за осъзнаване на цяла палитра от важни аспекти на макроикономическата теория и макроикономическата политика, те страдат от някои твърде сериозни недостатъци. Много от поведенческите предположения, както вече подчертахме, се правят доста *ad hoc.* Връзките им с нашите микроикономически теории са твърде слаби. Не се разглежда явлението инфлация, макар че проблемът с инфлацията през последните години задържа вниманието на политиците поне толкова, колкото проблемът за безработицата. В действителност цените (като се изключи лихвеният процент) изглежда, че не играят никаква роля в тези модели и това ни връща към теоретичната постановка, дадена в началото на тази глава: ако на цените се предостави да играят съответната им роля, няма ли стопанството да достигне до равновесие, в което безработицата да не съществува? Това са въпросите, на които е посветена следващата глава.

Упражнения

7.1. Покажете как би трябвало да бъде модифицирана фиг. 7.1, ако: а) вземането на заем е невъзможно; б) лихвеният процент върху вземането на заем е по-висок от даването на заем.

7.2. Защо според Вас банките с неохота дават заеми на студенти, които се задължават да ги изплащат с бъдещите си доходи?

7.3. В модела, илюстриран на фиг. 7.1, покажете как ще се премести бюджетната линия в резултат на изменението на r, а като следствие от това покажете, че въздействието на r върху c_1 зависи от това дали c_1 надвишава y_1.

7.4. Защо в модела на „спестовния парадокс“ в раздел 7.2 се получава така, че едно повишено желание за спестяване води до спад в равновесното ниво на доходите, което е напълно достатъчно, за да не причини изменение в действително спестеното количество?

7.5. Дискутирайте въздействието на изменението на желанието за потребление върху спестяването в отворено стопанство.

7.6. В стопанство с екзогенно инвестиране и без външна търговия, в което данъчното облагане се прави пропорционално на общия доход, така че $T = tY$, и в което потреблението е пропорционално на наличния доход, така че $C = c(Y - T)$, да се намери въздействието на изменението на c, което е маргиналната склонност към потребление върху общите спестявания.

7.7. В затворено стопанство с $T = tY$, където функцията на потреблението е $C = C(Y - T)$, а I и G са определени екзогенно, определете въздействието върху националния доход и върху правителствения дефицит на: (i) изменението в G; (ii) изменението в t.

Ако стопанството е отворено с внос $M = M(Y)$ и екзогенно определен износ X, намерете въздействието на изменението на G върху националния доход, правителствения дефицит и баланса на търговския дефицит.

7.8. Докажете, че от равенство (24) следва

$$\frac{\partial Y^1}{\partial I^1} > \frac{1}{1 + M_Y^1 - C_Y^1}.$$

7.9. Анализирайте множителя на балансирания бюджет в отворено стопанство, чието равновесие се описва от (31). Обяснете внимателно разликата между този резултат и резултата при затворено стопанство. Докажете верността на предположението, че M зависи по-скоро от Y, отколкото от $Y - T$. Какъв ще бъде множителят на балансирания бюджет, ако M е функция по-скоро на $Y - T$, отколкото на Y?

7.10. Да предположим, че в модела, описан чрез равенствата (34) и (35), стопанството е в равновесие в момента 0 с инвестиция на ниво I. В периода от време 1 инвестициите нарастват на $I + \Delta I$, но във всеки от следващите периоди инвестициите се връщат на ниво I. Проследете въздействието върху дохода в течение на времето, покажете, че Y_t се стреми към първоначалното равновесно ниво и сравнете с резултата, който се получава, ако I нараства постоянно, както е описано в (41).

7.11. В модела, описан чрез равенствата (44) и (45), докажете, че въздействията по времето на постоянно изменение на G, на постоянно изменение на T и на постоянно изменение на балансирания бюджет относно G и T се описват съответно от (46), (47) и (48).

7.12. Проверете пресмятането (49а) на сегашната стойност в случая, когато бъдещите лихвени проценти са различни за различните периоди.

7.13. Да предположим, че даден индивид живее през два периода от време. През първия период той може да избере да прекара част T от времето си в обучение и да получи нетен доход $Y(1 - T)$. През втория период от неговият доход се изразява с $(1 + 2\alpha^{1/2})Y$, където α е индекс, отразяващ „кадърността“. Ако r е лихвеният процент, намерете стойността на T, която максимализира сегашната стойност на дохода през първия период на живота му, обсъдете зависимостта между оптималното T и стойностите на r и α и определете условията, при които $T = 1$.

***7.14.** Дадена машина се износва за време T и на възраст t произвежда поток от нетни приходи $q(t)$ за собственика си, като $q'(t) < 0$. Пазарният лихвен процент е r, така че стойността на машината на възраст t е

$$P(t) = \int_t^T q(s)e^{-r(s-t)}\,\mathrm{d}s.$$

(ii) *Да предположим*, че времето на живот T не се определя от физическото съществуване на машината, а се решава от собственика ѝ. Как ще бъде подбрано T? Как ще бъде променено T в резултат на изменението на r или в резултат на изменението на възнаграждението?

(ii) Каква цена би бил готов да плати за нова машина един рационален инвеститор?

(iii) Докажете, че

$$q(t) = rP(t) - \frac{\mathrm{d}P(t)}{\mathrm{d}t}$$

и обяснете смисъла на това равенство, като покажете, че ползата е равна на разхода при благоприятна възможност при използване на машината на възраст t.

(iv) Ако се окаже, че $q(t) = qe^{-\delta t}$, то колко ще бъде T? Получете явни изрази за $P(t)$ и $\mathrm{d}P(t)/\mathrm{d}t$.

7.15. Правителството желае да вземе заем от 100 лири и има намерение в замяна на това да издаде облигации. Пазарната лихва е 5%, а правителството желае да погаси облигацията от 100 лири за време от 10 години. Какво годишно плащане на облигацията трябва да се прави, за да бъде накаран рационален спестител да я купи? Какво ще бъде въздействието върху очакването за покачване на лихвения процент за в бъдеще?

7.16. Обяснете в термините на разхода при благоприятна възможност защо една облигация, която продължава вечно, има стойност a/r, където a е годишното плащане, а r е лихвеният процент.

Докажете, че ако една облигация се продава на стойност b за време T години и ако годишното плащане е a, а пазарният лихвен процент е r, то трябва $b = a/r$. Обяснете го в термините на разхода при благоприятна възможност.

7.17. Каква ще бъде сегашната стойност на облигация на 1 януари 1983 г., която се изплаща вечно и изплаща 100 лири на 31 декември само през години, които са четни числа? А каква е сегашната стойност на облигация, която изплаща 100 лири само на нечетни години? Колко е сумата от двете сегашни стойности?

7.18. При непроменени други условия, какво въздействие ще очаквате да окаже покачването на лихвения процент върху цената на акциите на дадена компания? Защо е необходимо да се каже „при непроменени други условия"?

***7.19.** Намерете сегашната стойност на непрекъснат паричен поток на стойност a за T години, ако лихвеният процент е r. Сравнете своя отговор със стойността, получена в (58) за редицата от дискретни годишни плащания. Какво става със сегашната стойност, когато $T \to \infty$?

7.20. Обсъдете въздействието върху скоростта на циркулация на парите и върху търсенето на парите на следните институционни промени:

(i) изменение на плащането на надницата месечно вместо седмично;

(ii) изграждането на голям брой институции (като Браншовите офиси на Британското строително дружество), където лесно и безплатно могат да се заменят пари за носещи лихви активи и обратно;

(iii) голямо нарастване на броя на банкрутите (припомнете си въздействието върху желанието на фирмите да правят бизнес на кредит, както и за въздействието върху притежателите на състояние);

(iv) широко разпространено използване на кредитни карти.

7.21. Какви ще бъдат последиците за търсенето на пари от изявление на Британския премиер-министър, че „Правителството активно търси начини за намаляване на лихвения процент"?

7.22. Да предположим, че търсенето на пари се дава от

$$L = 1375 + 0{,}25Y - 50r,$$

където Y е националният доход, r — лихвеният процент, $r > 2$, и търсенето на пари става безкрайно еластично относно лихвения процент при $r = 2$, а предлагането на пари M е 2500.

Начертайте кривата LM. Какъв е лихвеният процент: (i) ако $Y < 4900$; (ii) ако $Y = 6500$? Какво става с кривата LM, ако M се покачи до 2600?

7.23. Да предположим, че системата IS–LM е в равновесие и при това равновесие $G > T$, така че правителството е изпаднало в дефицит. Понеже M е постоянно, този дефицит трябва да се финансира чрез продажбата на ценни книжа. В следствие на това се появява тенденция на постоянно нарастване на предлагането на пазара на ценни книжа. В раздел 7.9 беше казано, че пазарът на ценни книжа е по необходимост в равновесие, което може да е така, ако има постоянно нарастване на търсенето на ценни книжа. Вследствие на какво се появява това нарастване?

7.24. В модела IS–LM анализирайте математически въздействието на: (i) изменението на T; (ii) бюджетно балансираното изменение на G и T; (iii) изменение на очаквания лихвен процент; (iv) екзогенно нарастване на желанието за спестяване. Дайте обяснение на това, което става, с думи и чрез диаграма.

7.25. Анализирайте въздействията на измененията върху стопанството, изброени в упражнение 7.20, и изявлението, цитирано в упражнение 7.21.

7.26. Анализирайте с помощта на диаграма въздействията на фискалната и монетарната политика в системата IS–LM за различни стойности на L_r и I_r. Внимателно проверете как се преместват кривите в различните случаи.

7.27. Възможно ли е правителството да контролира както предлагането на парите, така и лихвения процент?

7.28. Анализирайте въздействието от изменението на G върху търговския баланс в модела IS–LM при наличието на външна търговия.

ГЛАВА 8

Още макроикономика

8.1. *Съвкупно търсене и съвкупно предлагане*

В модела IS–LM, развит в предишната глава, важно условие е, че предлагането на стоки е равно на търсенето. Това може да бъде вярно само в случай, че има незаети ресурси. Друг съществен елемент на модела е, че цените не играят никаква роля.

Каква роля биха могли да играят цените? Ако P е паричната цена на стоката, то равенствата (7.64) и (7.65) придобиват вида

$$S(Y-T)+T=I(r)+G, \tag{1}$$

$$L(Y,r)=M/P. \tag{2}$$

(Очакваният лихвен процент не играе никаква роля в това обсъждане, поради което не е включен във функцията на търсенето на пари.) За да разберете смисъла на тази модифицирана система от уравнения, трябва да сте наясно с разликата между *реалните* и *номиналните* величини.

Нека си мислим, че крайната продукция се състои само от един тип стока, чието количество е Y, а цената е P. Стойността на крайната продукция е PY, а това е също и стойността на дохода. Това обаче е *номиналния* доход, при който покачването на PY, което е причинено от нарастването на P, няма да представлява нарастване в покупателната способност на получателя на дохода. Тук Y измерва количеството стока, която може да бъде закупена с дохода PY, така че Y е *реалният* доход. В равенство (1) всички променливи се измерват при реални условия: S и T са онези части от реалния доход Y, които се спестяват от индивидите или се получават под формата на данъци от правителството, I и G са тези части от крайната продукция Y, които се инвестират или се използват от правителството.

M е номиналната парична наличност, измерваща, да кажем, в милиарди долари парите, държани от обществото в кеш или в банкови сметки. Изменението на цената P на стоката при непроменено

M ще промени покупателната способност на паричната наличност. M/P е *реалната* стойност на паричната наличност, измерваща покупателната стойност на паричната наличност. Ясно е следователно, че равенство (2) приравнява реалното предлагане на пари с реалното търсене и изразява, че реалното търсене на пари е функция на реалния доход (и на лихвения процент).

Това е естествено предположение, което трябва да се направи, и много лесно може да се види, като се предположи, че единственото търсене на пари е търсенето на сделки (вж. раздел 7.8): ако реалният доход се удвои, търсенето на пари ще нарастне, но тъй като начинът на живот на индивидите, работните часове и т.н. също ще се променят, то не може да се предполага, че търсенето на пари ще нарастне точно два пъти. За разлика от това, ако номиналният доход се удвои, понеже нивото на цените се е удвоило при непроменен реален доход, то единствената съществена промяна в състоянието на индивидите е, че 2 долара струват това, което е струвал 1 долар преди (и 2 долара е точно толкова лесно да се придобият или спестят, колкото е могло да стане с 1 долар). Следователно приемливо е да се твърди, че ще се търсят два пъти повече номинални пари; оттук следва и равенството (2).

Не е толкова лесно да се покаже верността на (2), когато разглеждаме търсенето на пари във вид на акции. В действителност, ако внимателно сте проследили твърдението в раздел 7.9, че пазарът на ценни книжа трябва да бъде в равновесие, ако стоковите и паричните пазари са в равновесие, ще имате основания да бъдете скептични за адекватността на (7.65) като описание на търсенето на пари. Причина за скептицизма (вж. упражнение 7.23) е, че вследствие на (7.65) при равновесие, в което правителството има дефицит с константно предлагане на пари, индивидите постоянно натрупват финансово богатство *изцяло* във формата на ценни книжа, издавани от правителството, за да покрива собствения си дефицит. Не е много за вярване, че някаква част от допълнителното финансово богатство няма да премине в допълнително търсене на пари. С други думи, не е много за вярване, че ще може да се изключи стойността на богатството от функцията на търсенето на пари.

Това е вярно в още по-голяма степен, когато разглеждаме изменението в нивото на цените, при което става общо изменение на реалната стойност на наличните ценни книжа, притежавани от един индивид, защото ценните книжа дават права на собствениците си върху суми по номинални цени. Сигурно ли е, че такова изменение ще окаже въздействие върху действителното търсене на пари? Равенство (2) отговаря с не на този въпрос: при удвояване на нивото на цените търсенето на реални пари остава непроменено.

Въпреки наличието на тези проблеми ние се придържаме към вплътената в (2) хипотеза. Въвеждането на „въздействията на богатството“, засегнато в предишните параграфи, ще усложни твърде много нещата.

Равенства (1) и (2) определят Y и r като неявни функции на G, T и M/P. Тук ние се интересуваме по-специално от въздействията в резултат от изменението на P. Диференцирайки (1) и (2), получаваме

$$S_Y\frac{\partial Y}{\partial P} - I_r\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}P} = 0, \tag{3}$$
$$L_Y\frac{\partial Y}{\partial P} - L_r\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}P} = -\frac{M}{P^2},$$

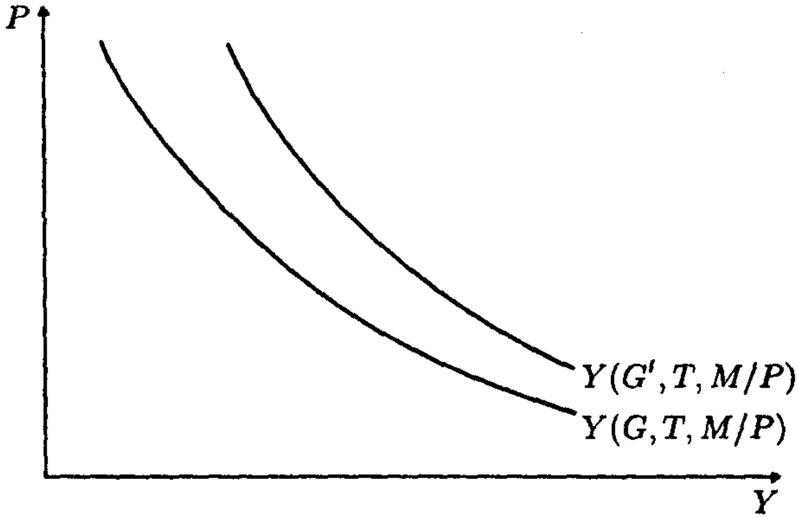
чието решаване ни дава

$$\frac{\partial Y}{\partial P} = \frac{-I_r M/P^2}{S_Y L_r + I_r L_Y} < 0, \tag{4}$$

$$\frac{\partial r}{\partial P} = \frac{-S_r M/P^2}{S_Y L_r + I_r L_Y} > 0. \tag{5}$$

Тези резултати съответстват точно на равенствата (7.76) и (7.77): нарастването на P трябва да има обратно въздействие върху нарастването на M, понеже нарастването на P въздейства върху Y и r, като просто намалява реалната стойност на паричното предлагане. Графично това може да бъде представено като преместване наляво от кривата LM.

Функцията $Y(G,T,M/P)$, дефинирана посредством (1) и (2), се нарича функция на *съвкупното търсене*. Това е показано графично на фиг. 8.1, която изобразява Y като функция на P. Снижаването на графиката надолу следва от (4). Въздействието в резултат на изменението на G, T и M вече беше получено в модела IS–LM в глава 7. Следователно например фактът, че $\partial Y/\partial G > 0$ означава, че нарастването на правителствените разходи от G на G' премества надясно кривата на съвкупното търсене от фиг. 8.1. Подобни премествания надясно биха се получили в резултат от намаляването на T или нарастването на M.



Фиг. 8.1. Съвкупно търсене

Да предположим, че способността на стопанството да предлага крайна продукция зависи от количествата налични начални стоки по начин, който може да бъде описан от производствената функция

$$Y = f(L, K), \tag{6}$$

където L е количеството използван труд, а K — количеството на другите начални стоки. Всъщност ние навсякъде ще предполагаме, че K е постоянно. (Няма да се занимаваме с изследване на въпроса кога е позволено да се обединяват отделните производствени функции на всички фирми в една-единствена функция като (6), описваща производствените възможности на стопанството като цяло.) Теорията в глава 2 и 3 показва, че ако производителите имат конкурентно поведение, количеството труд, което те желаят да наемат, ще бъде това, което прави стойността на маргиналния продукт равна на възнаграждението:

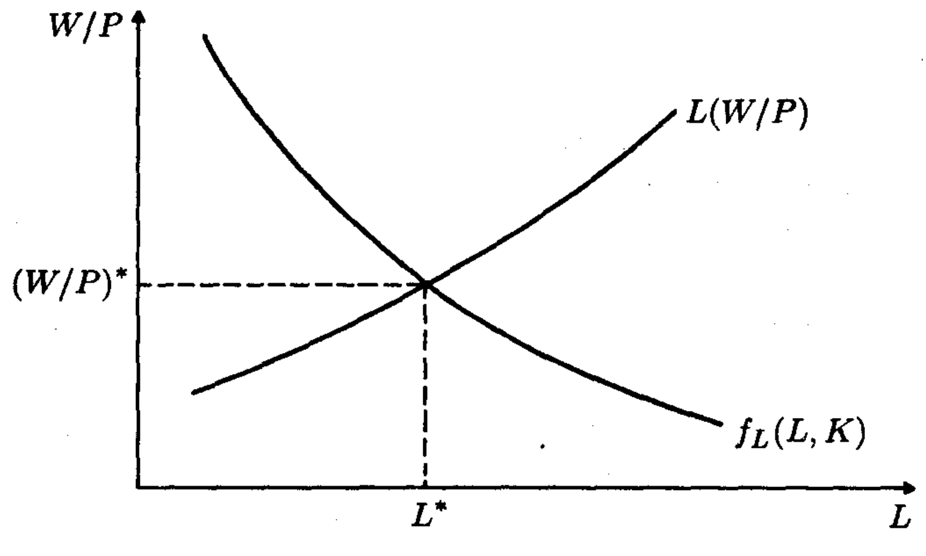
$$W/P = f_L(L, K). \tag{7}$$

Тъй като тук W е възнаграждението, то W/P може да бъде наречено реално възнаграждение, а равенство (7) гласи, че маргиналният продукт на труда се приравнява на реалното възнаграждение. Теорията от раздел 4.7 показва, че количеството труд, което индивидите желаят да предложат, ще бъде функция на реалното възнаграждение:

$$L = L(W/P). \tag{8}$$

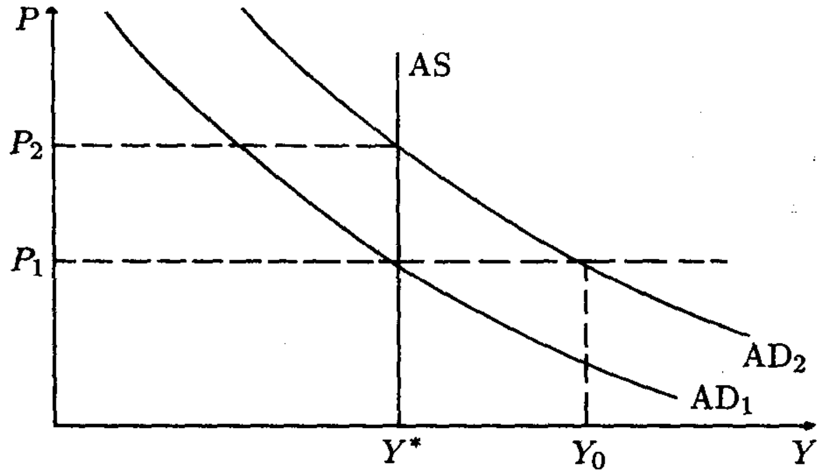
Сега вече имаме три равенства, (6)–(8), включващи променливите L, Y и W/P. Да предположим, че функцията на предлагането на труда (8) е нарастваща функция на W/P. Съвпадащата възвръщаемост относно труда е причината функцията на търсенето на труд, дефинирана посредством (7), да притежава свойството количеството на търсения труд да бъде намаляваща функция на W/P. Пазарът на труда е отразен освен това и на фиг. 8.2, където низходящата крива на търсенето на труд е дефинирана посредством (7), а възходящата крива на предлагането на труд — посредством (8). Уравненията (7) и (8) са удовлетворени едновременно само в равновесната точка, където предлаганият и търсеният труд е L^*, а реалното възнаграждение е $(W/P)^*$. В този случай равенство (6) определя нивото на крайната продукция на $Y^* = f(L^*, K)$.

Следователно предлагането на труд от индивидите и максимализиращото печалбите поведение на производителите определят фиксирано ниво на крайната продукция Y^*, която не зависи от цените и се нарича съвкупно предлагане. Фиг. 8.3 показва на една и съща графика както съвкупното търсене, така и съвкупното предлагане, така че примерно ако G, T и M вземат такива стойности, че кривата на съвкупното търсене да е AD, то нивото на цената ще трябва да е P_1, ако искаме съвкупното търсене да бъде равно на съвкупното предлагане. За краткост нека да наричаме това модел AD–AS.



Фиг. 8.2. Равновесие на трудовия пазар

(За функцията на съвкупното търсене следва да бъде направена една бележка от техническо естество. Когато използвахме равенства от типа (1) и (2), за да опишем модела IS–LM, ние явно предполагахме, че предлаганата от производителя крайна продукция, каквато



Фиг. 8.3. Съвкупно търсене и съвкупно предлагане

и да е тя, все пак се търси. Сега използваме тези равенства, за да получим крива, само в една точка на която производителите предлагат толкова, колкото се търси. Действително, индивидите определят своите спестявания или своето търсене на пари въз основа на очакването си да получат доход в размер, който удовлетворява (1) и (2), като това обаче не е необходимо да бъде действителният размер на техния доход. Например при ниво на цените P_1 на фиг. 8.3, когато AD съвпада с AD_2, Y_0 е размерът на дохода, който удовлетворява (1) и (2), така че това е размерът на дохода, въз основа на който се планират спестяванията и търсенето на пари, а производителите само искат да предложат Y^*. Всичко това означава, че трябва да се отнасяме много внимателно с всяко твърдение за това какво би могло да се случи в този модел извън състоянието на равновесие. Би трябвало да насочим нашето внимание стриктно към равновесните точки, в които се осъществяват очакванията за дохода на индивидите, понеже производителите предлагат точното количество търсена крайна продукция.)

Връщайки се обратно към разглеждания от нас модел, забелязваме, че той дава заключения, които са твърде различни от модела IS–LM. Да разгледаме въздействията, които оказва в двата модела нарастването на G например. Моделът IS–LM се състои от равенствата (1) и (2) с постоянно P. (В предишната глава P беше фиксирано на 1, но съществен беше фактът, че е фиксирано, а не стойността, на която е фиксирано.) Тогава изменението на G изменя Y в степен, която се задава посредством

$$\frac{\partial Y}{\partial G} = \frac{L_r}{S_Y L_r + I_r L_Y} < 0. \tag{9}$$

То се представя в диаграмата IS–LM чрез преместване надясно на кривата IS, а на фиг. 8.3 посредством преместване надясно на кривата на съвкупното търсене от AD_1 в AD_2 и изменение на размера на дохода от Y^* на Y_0 с постоянно P, равно на P_1. Предположенията в модела IS–LM, че производителите имат желание да предложат толкова, колкото се търсили, и че нивото на цените е фиксирано, означават, че предлагането на крайната продукция е безкрайно еластично при фиксирано ниво на цените. Хоризонталната линия през P_1 на фиг. 8.3 представлява кривата на съвкупното предлагане на модела IS–LM. Моделът AD–AS се описва от уравненията (1), (2), (6), (7) и (8), но (6), (7) и (8) фиксират Y равно на Y^*, така че моделът се описва от равенствата (1) и (2) с Y фиксирано в Y^*, а P (както и r) в променлива. Диференцирането на (1) и (2) относно G при фиксирани Y, M и T ни дава

$$-I_r\frac{\partial r}{\partial G} = 1, \tag{10}$$

$$\frac{M}{P^2}\frac{\partial P}{\partial G} + L_r\frac{\mathrm{d}r}{\mathrm{d}G} = 0, \tag{11}$$

така че

$$\frac{\partial P}{\partial G} = \frac{L_r}{I_r M/P^2} > 0. \tag{12}$$

На фиг. 8.3 имаме същото преместване на кривата на съвкупното търсене както преди, но вместо изменение на Y при постоянно P, сега имаме нарастване на P от P_1 в P_2 при Y постоянно и равно на Y^*. С други думи, вместо хоризонтална, имаме вертикална крива на предлагането.

Когато в предишната глава сравнихме модела IS–LM с модела на множителите, обърнахме внимание на явлението „избутване“. Когато бяха увеличавани правителствените разходи в модела IS–LM, не получавахме пълното въздействие на множителя, понеже покачването на лихвения процент намаляваше инвестициите. В модела AD–AS има *пълно* избутване. Да разгледаме равенството (1) с фиксирани Y и T. Тъй като лявата страна е константа, то и дясната също ще бъде константа. Това всъщност гласи и (10): лихвеният процент трябва да нарастне в степен, достатъчна да причини намаляване на инвестициите, което е равно на нарастването на правителствените разходи. В упражнение 8.1 Ви се предоставя възможността да разгледате въздействието на изменението на данъците върху инвестициите.

Сега да видим разликата при въздействието на нарастването на номиналното предлагане на пари в двата модела. В модела IS–LM размерът на дохода нараства със скорост

$$\frac{\partial Y}{\partial M} = \frac{I_r/P}{S_Y L_r + I_r L_Y} > 0. \tag{13}$$

В диаграмата IS–LM това се проявява като преместване надясно на кривата LM, а на фиг. 8.3 — като преместване надясно на кривата на съвкупното търсене и нарастване на нивото на Y при постоянно P. Следователно на фиг. 8.3 въздействието по същество е същото като въздействието от нарастването на G (въпреки че от цялостния анализ на модела IS–LM знаем, че въздействията върху r са различни). В модела AD–AS отново Y е постоянно и равно на Y^*, а диференцирането на (1) и (2) относно M при фиксирани Y, G и T ни дава

$$I_r \frac{\partial r}{\partial M} = 0, \tag{14}$$

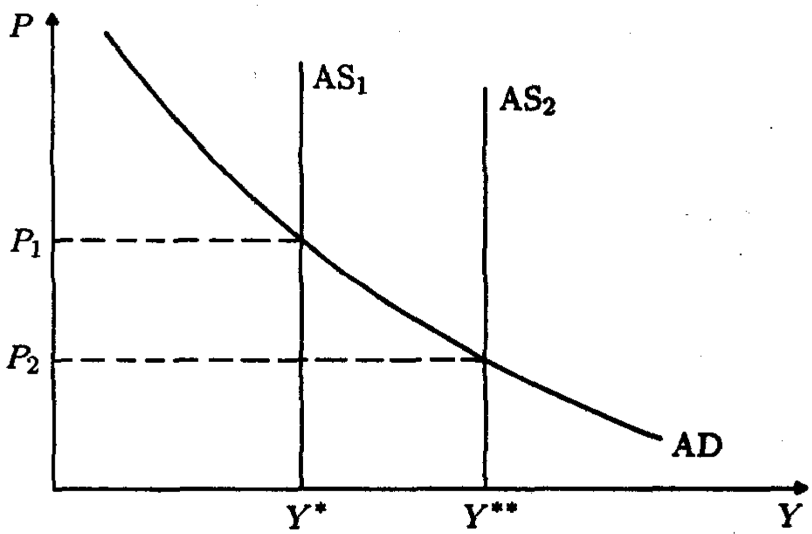
$$L_r \frac{\partial r}{\partial M} = \frac{1}{P} - \frac{M}{P^2}\frac{\partial P}{\partial M}. \tag{15}$$

Следователно $\partial r/\partial M = 0$ и

$$\frac{M}{P}\frac{\partial P}{\partial M} = 1. \tag{16}$$

Равенство (16) гласи, че еластичността на P относно M е единица, така че едно изменение на M води до приблизително същото процентно изменение на P. В резултат M/P се запазва постоянно, тъй като изменението на M/P е равно на дясната страна на (15), която е нула. Всъщност това може да бъде изведено без диференциране. Равенство (1) показва, че ако Y, T и G са константи, то I е константа, а следователно и r трябва да бъде константа. Тогава в равенство (2), тъй като Y и r са константи, L, а следователно и M/P ще бъдат константи. Изменението на номиналното предлагане на пари променя само нивото на цените: реалната стойност на предлагането на парите и всички други променливи остават непроменени.

Сега следва да разгледаме въздействието на изменението в производствените възможности на стопанството. Да предположим, че изменение на наличните в стопанството ресурси или технически прогрес стават причина за изменение на равенства (6), (7) и (8), в резултат на което нараства Y^*. В модела IS–LM не се променя нищо. Ако предишното равновесие е било в P_1, или Y^* върху AD на фиг. 8.4, то равновесието си остава там. Стопанството би било в състояние да произведе повече при наличие на очаквано търсене в случай, че са останали неизползвани допълнителни ресурси. За разлика от този случай в модела AD–AS преместването на съвкупното предлагане от вертикалната крива AS_1 в Y^* върху AS_2 в Y^{**} покачва дохода от Y^* на Y^{**}, докато нивото на цената от P_1 пада на P_2.



Фиг. 8.4. Нарастване на съвкупното предлагане

Всичко това поставя два въпроса. Как в действителност моделът AD–AS би преминал от едно равновесие в друго и в частност, как би се осъществила необходимата промяна в цената? По-добро описание ли е моделът AD–AS на това, което става в реалния свят, от модела IS–LM? По-лесно ще бъде да отговорим на тези въпроси след анализа в следващия раздел.

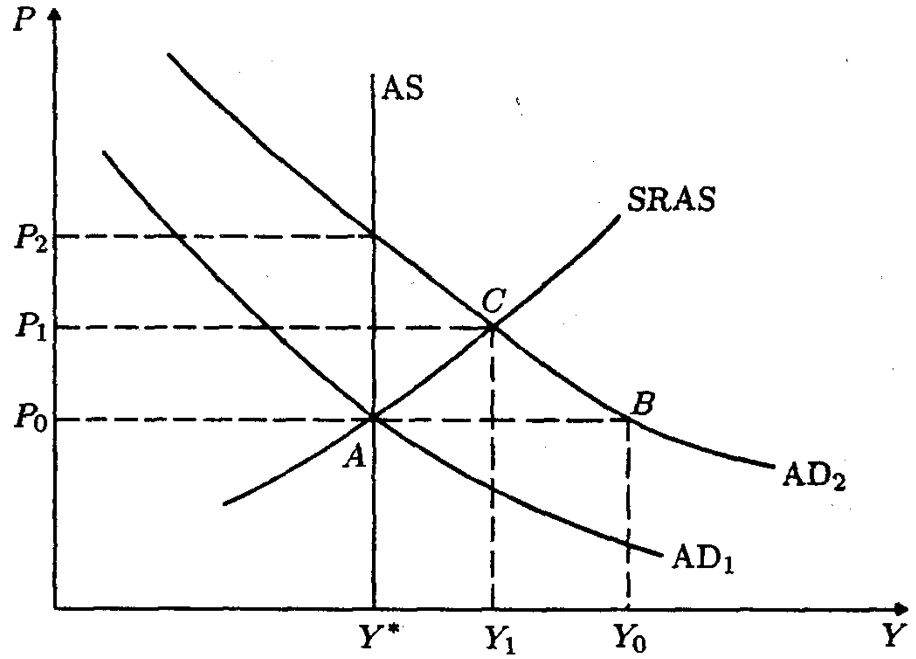
8.2. *Съвкупно предлагане при фиксирано номинално възнаграждение*

Равенства (7) и (8) и фиг. 8.2 описват свят, в който конкурентното поведение на индивиди и фирми променя степента на възнаграждението и нивото на цената, така че да се осигури пълна заетост на труда. В реалния свят обаче хората изглежда, че приемат с неохота спада в доходите си, даже и при наличието на значителна безработица.

Поради това нека да модифицираме модела на съвкупното предлагане, като предположим, че W в равенство (7) е константа и като премахнем равенство (8). (Забележете защо трябва да бъде премахнато (8): ако предлагането на труд зависи от предлаганото фиксирано номинално възнаграждение W, то същевременно не може да зависи и от нивото на реалното възнаграждение W/P.) Равенство (7) сега ще определя L като функция на P, докато (6) ще определя Y като функция на L. Тъй като $f_{LL} < 0$, то от (7) следва, че високите стойности на P (или ниските стойности на W/P) съответстват на високи стойности на L, а това на свой ред съгласно (6) ни дава, че по-високите стойности на P съответстват на по-високи стойности на Y. Следователно ако начертаем графиката на функцията $Y(K, W/P)$, дефинирана посредством (6) и (7) относно променливата P, бихме получили крива, подобна на изобразената на фиг. 8.5 крива SRAS. Тази функция наричаме ***функция на съвкупното предлагане в близка перспектива***, тъй като изглежда приемливо да предположим, че номиналните възнаграждения биха могли да бъдат фиксирани, независимо от нивото на цените или от нивото да безработицата, само в близка перспектива. Да отбележим, че тъй като (7) е удовлетворено, следва, че конкуриращите се производители наемат това количество труд и произвеждат това количество крайна продукция, които са необходими за максимализиране на печалбата. Да отбележим също така, че ако запишем (7) във вида $P = W/f_L$ и си припомним, че W/f_L е равно на маргиналния разход, виждаме, че кривата на съвкупното предлагане в близка перспектива е всъщност кривата на маргиналните разходи на производителите при условията на фиксирано номинално възнаграждение W, точно както би следвало да очакваме въз основа на макроикономическата теория, развита в глави 2 и 3.

Тогава да разгледаме последствията от, да кажем, нарастването на правителствените разходи, като започнем от състоянието на равновесие в модела AD–AS, изобразено като точка A на фиг. 8.5. Анализът IS–LM ни показва, че резултатът се състои в покачването на дохода при оставащо постоянно ниво на цените, т.е. преместваме се от точката A върху първоначалната крива AD в точката B върху новата крива AD, доходът нараства от Y^* на Y_0, а нивото на цените остава P_0. Сега обаче можем да включим в действие анализа на съвкупното предлагане в близка перспектива. Фирмите, работещи при фиксирана норма на възнаграждението W, ще произвеждат допълнителна крайна продукция само ако спад в реалната норма на въз-

възнаграждението W/P ги мотивира да наемат повече труд, или което е еквивалентно, ако нарастването на цената P на крайната продукция ги мотивира да разширят крайната си продукция в съответствие с нарастващата им крива на маргиналните разходи. Свръхтърсенето $Y_0 - Y^*$ при цена P_0 покачва цената на P_1, сваля търсенето на Y_1 и покачва предлагането на Y_1, така че ще имаме равновесие в C.



Фиг. 8.5. Краткосрочно и дългосрочно съвкупно предлагане

От математическа гледна точка преместването от A в C, може да бъде анализирано чрез диференциране на равенствата (1), (2), (6) и (7) относно G при фиксирани T, M, K и W. Имаме

$$S_Y \frac{\partial Y}{\partial G} - I_r \frac{\partial r}{\partial G} = 1, \tag{17}$$

$$L_Y \frac{\partial Y}{\partial G} + L_r \frac{\partial r}{\partial G} + \frac{M}{P^2} \frac{\partial P}{\partial G} = 0, \tag{18}$$

$$\frac{\partial Y}{\partial G} - f_L \frac{\partial L}{\partial G} = 0, \tag{19}$$

$$\frac{W}{P^2} \frac{\partial P}{\partial G} + f_{LL} \frac{\partial L}{\partial G} = 0. \tag{20}$$

Елиминирането на $\partial r/\partial G$ от (17) и (18) и на $\partial L/\partial G$ от (19) и (20) ни дава двойка уравнения относно $\partial Y/\partial G$ и $\partial P/\partial G$, след решаването на които се получава

$$(21)\qquad \frac{\partial Y}{\partial G} = \frac{L_r f_L W}{(S_Y L_r + L_Y I_r) f_L W - f_{LL} I_r M} > 0,$$

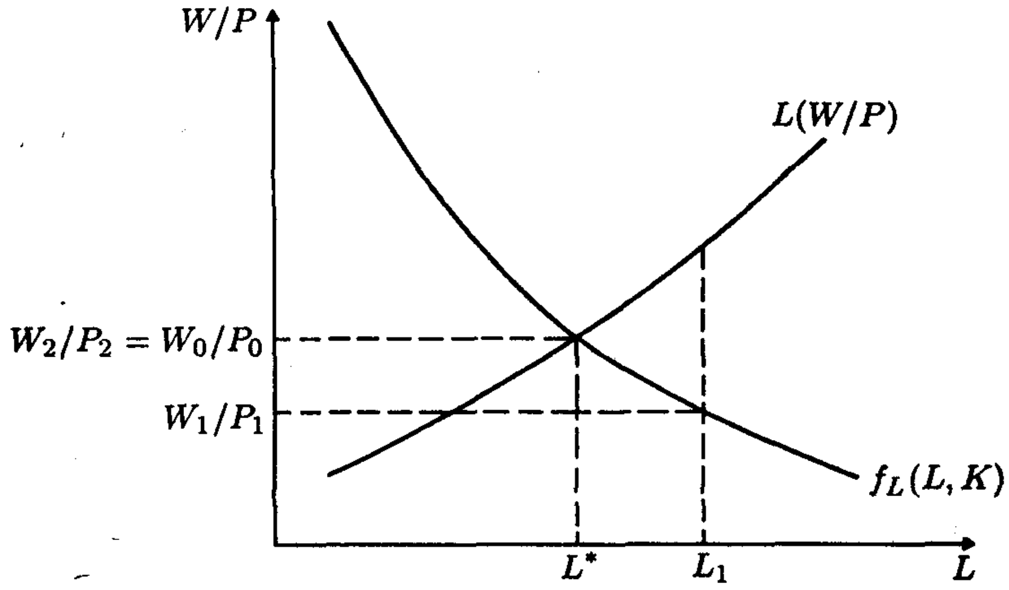
$$(22)\qquad \frac{\partial P}{\partial G} = \frac{-L_r f_{LL} P^2}{(S_Y L_r + L_Y I_r) f_L W - f_{LL} I_r M} > 0.$$

Лесно се вижда от (21), че $\partial Y/\partial G$ е по-малко отколкото в модела IS–LM и дори отколкото в модела на простия множител.

Ако обаче погледнем пазара на труда, онагледен на фиг. 8.6, ще видим защо (Y_1, P_1) може и да не бъде равновесие в далечна перспектива. Тъй като крайната продукция се е разширила до Y_1, заетостта е нарастнала до L_1, а реалното възнаграждение е паднало на W_0/P_1, където W_0 е фиксираното ниво на W. Трудещите се обаче съвсем не искат да предлагат това нарастнало количество труд при тази норма на възнаграждение, както това може да се види от кривата на предлагането $L(W/P)$. Професионалните съюзи и отделните работници постепенно ще успеят да се наложат в усилията си да получат по-високи номинални възнаграждения в ситуация, когато фирмите търсят възможности за разширяване на производството и увеличаване на назначенията. Когато W расте, кривата SRAS на фиг. 8.5, която се дефинира посредством $P = W/f_L$ ще се премести нагоре: P ще нарастне, макар и по-бавно от W, L ще се свие от L_1 на L^*, а Y — от Y_1 на Y^{**}, докато стопанството достигне до ново равновесие в далечна перспектива в P_2, Y^* при номинално възнаграждение W_2, удовлетворяващо равенството $W_2/P_2 = W_0/P_0$.

Обратно, ако G падне, събитията, които ще настъпят, са свиване на производството, водещо до спад в нивото на цените, незаетост на труд и спад в нормата на възнаграждението, което възвръща равновесието в далечна перспектива на по-ниско ниво на цените и на непроменено ниво на доходите. Събитията, които ще настъпят, ако е налице монетарната промяна, която изменя съвкупното търсене са по същество същите.

Важно е да подчертаем, че това, което бе направено в този раздел е развиването на един прост модел, който ни показва събитията, които настъпват, когато едно стопанство преминава от едно в друго равновесие в далечна перспектива. В този модел има условни елементи, особено предположенията, че в близка перспектива конкуриращите се фирми могат да наемат колкото си искат труд и цената на крайната продукция е гъвкава, докато трудещите се поставят изискване за фиксирано номинално възнаграждение, но са готови при



Фиг. 8.6. Регулиране на пазара на труда

това възнаграждение да предложат толкова труд, колкото се търси. Може би най-сериозният недостатък на модела е, че той съдържа изводи, които са в противоречие с фактите: когато крайната продукция има високо ниво, според модела маргиналният продукт на труда (който е равен на реалното възнаграждение) е нисък, докато когато крайната продукция е ниска, маргиналният продукт на труда е висок. Наблюдаваната на практика обаче зависимост между безработицата и производителността на труда е твърде различна от това. Има други модели на поведение в близка перспектива, които са по-приемливи, но и по-сложни.

8.3. *Кой макроикономически модел да изберем?*

Сега имаме четири макроикономически модела: простия модел на множителя, модела IS–LM, модела AD–AS в близка перспектива и модела AD–AS в далечна перспектива. Те се различават по степента, в която приемаме, че пазарите сами се възстановяват в равновесно положение, като се започне от модела на множителя, където по същество няма никакво възстановяване на равновесието, и се достигне до модела AD–AS в далечна перспектива, при който всички пазари изцяло достигат до равновесие. В резултат на това те се различават в степента, в която се проявяват макроикономическите смущения като изменения в крайната продукция или заетостта или пък в цените, възнагражденията и лихвения процент.

Моделът AD–AS в далечна перспектива е този, който е най-близък по дух на микроикономическата теория, развита в по-предишните глави. Другите модели правят, както изглежда, по-произволни предположения относно поведението на икономическите агенти. Все пак уравновесяването може да се появи при пазари, които не се приспособяват моментално или дори бързо към явно неравновесие. Например ако работник си загуби работата, за него може да е по-рационално да си потърси друга подобна работа на нивото на старото си възнаграждение, отколкото незабавно да приеме работа при по-ниско възнаграждение. Да се прави микроикономическо урегулиране на многото явно произволни предположения, вградени в нашите макроикономически модели, обаче е далеч извън целите на тази книга.

Решаващият критерий за качеството на една икономическа теория е нейната способност точно да описва и предвижда събитията, които стават в реалният свят. Трудно е през 1980 г. да приемем като последна дума на макроикономиката теория, в която промените в цените не играят никаква роля, както и да приемем теория, в която няма безработица. Сред икономистите няма консенсус по въпроса, коя теория дава най-добро описание на реалния свят; а да разсъждаваме за това как икономистите подхождат, когато преценяват дали една теория е по-добро описание или предвиждане за събитията в реалния свят е също извън целите на тази книга.

Всички модели имат недостатъка да са в положение на сравнителна статика; това означава, че един пазар или множество от пазари се придвижва от едно равновесие към друго в отговор на някаква екзогенна промяна. Фактът, че в реалния свят наблюдаваме системни особености при изменението на заетостта, крайния продукт и цените с течение на времето ни убеждава в необходимостта да се разработят *динамични* модели, които да са в състояние да обясняват тези изменения. В раздел 7.4 и приложението към глава 7 развихме динамичния вариант на модела на множителя. Останалата част от тази глава е посветена на динамичния вариант на модела AD–AS. В крайна сметка ще имаме модели, при които ще е възможна инфлация и в които, както се казва, моделираме непрекъснато изменение на нивото на цените в противовес на еднократните изменения в нашите досегашни модели.

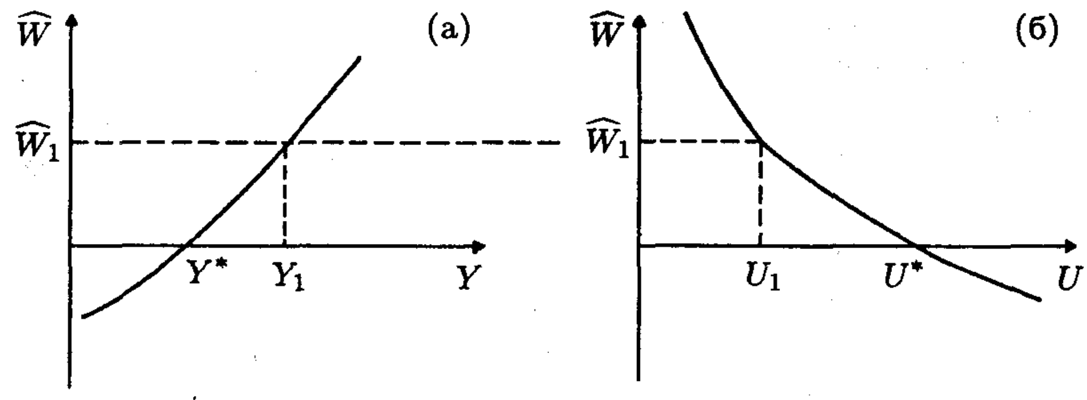
8.4. *Крива на Филипс*

В раздел 8.2 анализирахме модела AD–AS в близка перспектива, при който доходът може да е различен от равновесието на модела AD–AS в далечна перспектива. Ако обаче безработицата или свръхзаетостта на пазара на труда са били причината за изменение на нормата на номиналното възнаграждение, то доходът ще се придвижи обратно към равновесната си стойност. Сега ще видим как в явен вид може да се моделира действителното движение на нормата на възнаграждението в отговор на неравновесието на трудовия пазар. Както при модела от раздел 8.2, приемаме, че цената на стоките постоянно е адаптирана така, че да поддържа пазара на стоките в равновесие, т.е. да се мотивират конкурентните производители да произведат точно това, което се търси.

Да предположим, че доходът е различен от равновесието Y^* в далечна перспектива и че номиналното възнаграждение реагира постепенно на сближаването между желаното предлагане на труд и действителното количество търсен труд. Тъй като търсенето на труд и крайната продукция са свързани чрез равенство (6), можем да моделираме това като зависимост между степента на изменение на възнагражденията и на сближаването между Y и Y^*:

$$\widehat{W}_t = f(Y_t - Y^*), \tag{23}$$

където $\widehat{W}_t$ означава $(W_{t+1} - W_t)/W_t$ — пропорционалната степен на изменение на възнагражденията в течение на времето, а f има свойствата $f(0) = 0$ и $f' > 0$. Такава зависимост е илюстрирана на фиг. 8.7 (а). Обикновено тя се нарича ***крива на Филипс***.



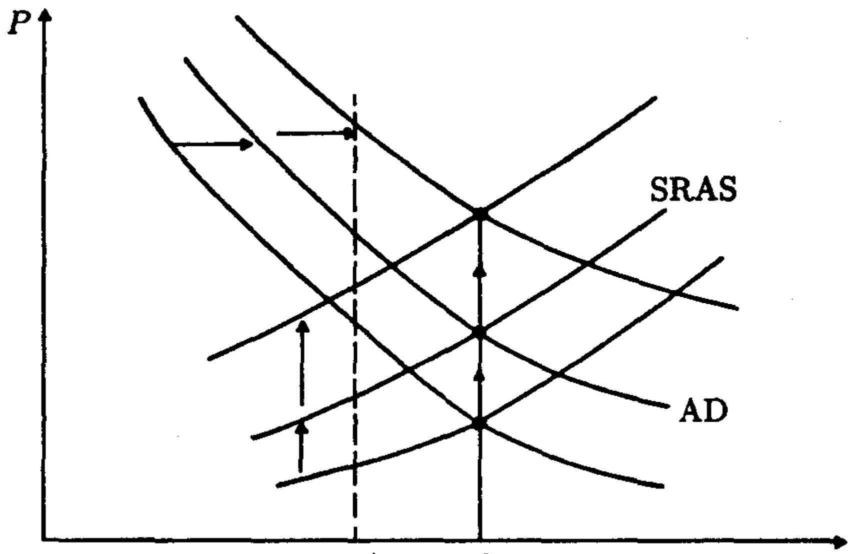
Фиг. 8.7. Кривата на Филипс

Често кривата на Филипс се представя в друга възможна форма като зависимост между степента на изменение на надниците (или на цените) и нивото на безработицата. В нашия модел заетостта и доходът трябва да се движат заедно, така че безработицата и доходът се движат раздалечавайки се. Следователно бихме могли по еквивалентен начин да представим кривата на Филипс, както е дадена на фиг. 8.7 (б), където U е нивото на безработицата. Единственият допълнителен въпрос, който възниква тук, е, че фиг. 8.7 (б) показва $\widehat{W} = 0$ на положително ниво U^* на безработицата, докато фигура 8.6 показва съответното ниво L^* на безработицата като ниво, на което търсенето и предлагането на труд са равни. Обяснението е в това, че в действителност има много различни видове работа и различни видове работници. Във всеки даден момент от времето ще има хора, които *се броят* за безработни, а всъщност си сменят работата или са временно нетрудоспособни и не са в състояние да работят или са постоянно безработни. В никой от тези случаи измерваният размер на „безработицата" не съответства на икономически значимото превишаване на предлагането над търсенето на пазара на труда. Следователно U^* е нивото на безработицата, която ще се измерва даже ако търсенето и предлагането на труд са равни. Това обикновено се нарича *естествена степен на безработица.*

Сега изглежда, че макроикономическата политика е в състояние да покачи дохода над равновесното ниво и да свали безработицата под естествената степен. Да предположим, че фискалното или паричното нарастване премества стопанството на нивото на доходите Y_1. Равенство (23) показва, че възнагражденията започват да се покачват, а в раздел 8.2 видяхме как това ще стане причина съвкупното предлагане в близка перспектива да се премести обратно назад и доходът да падне. Да предположим обаче, че правителството би поддържало постоянно фискално и парично нарастване, за да удължи дохода на ниво Y_1. Тогава би се получила ситуацията, илюстрирана на фиг. 8.8.

Реалното възнаграждение трябва да е постоянно равно на нивото, което би карало фирмите да произвеждат Y_1. Следователно $\widehat{P}$, което е степента на нарастване на цените, трябва да е постоянно равно на $\widehat{W}$, което от своя страна съгласно (23) е равно на $f(Y_1 - Y^*)$. Очевидно, колкото е по-голяма разликата $Y_1 - Y^*$, толкова по-висока ще бъде степента на изменение на цените и възнагражденията; и обратно, ако правителството държи Y под Y^*, ще последва устойчиво и постоянно намаляване на нивото на цените и възнагражденията, което е толкова по-голямо, колкото по-далеч е Y под Y^*.

От математическа гледна точка виждаме, че ако целта е постигане на ниво на крайната продукция Y_1 и обусловената от него инфлация $\widehat{W}_1$, то правителството може, премествайки стопанството в състояние Y_1, да го задържи на това ниво чрез увеличаване на паричното предлагане в размер W_1. Тогава M/P ще остава на постоянно ниво, определено от (1) и (2) на модела IS–LM, за да се задържи съвкупното търсене на ниво Y_1. Нивото на цените се променя в същата степен, в която се променя номиналното възнаграждение, така че W/P ще остава постоянно на нивото, определено от (7) и (6), за да се принудят конкурентните фирми да фиксират заетостта в L_1, а съвкупното предлагане в Y_1. Следователно уравненията (1), (2), (6), (7) и (23) ще бъдат удовлетворени и правителството като че ли ще си постигне целта.



Фиг. 8.8. Постоянна свръхзаетост

Да отбележим, че аргументацията по-горе ясно показва, че една отделна разширяваща се промяна във фискалната или монетарната политика има само временно въздействие. Правителството трябва да направи фискалната или монетарната си политика колкото е възможно по-разширяваща, за да удържи крайната продукция на ниво над Y^*. Ясно е, че правителствените разходи не могат да се покачват неопределено много, например те не могат да надвишават националния доход, както е невъзможно да бъде намалявано неопределено много и данъчното облагане. Инфлацията на ниво $\widehat{P}_1 = \widehat{W}_1$ се стреми да възстанови дохода на старото ниво Y^*, понеже тя намалява реалната стойност на паричното предлагане, така че за евентуалното задържане на дохода в Y_1 номиналното парично предлагане ще трябва да бъде увеличено до размера $\widehat{W}_1$. В този смисъл лесно може да се разберат твърдения от типа „инфлацията е характерна за монетарното явление“: анализът, който правим, ни подсеща, че инфлацията не може да продължава дълго време, ако не е придружена с постоянно нарастване на паричното предлагане.

Следователно изглежда, че правителствените политици имат възможност за избор между инфлацията и безработицата. Доходът може очевидно да бъде покачен над нивото на равновесието в далечна перспектива, а безработицата може да бъде намалена под естествения ѝ размер за сметка на появата на инфлация, като „разменната монета“ между инфлацията и безработицата се изразява посредством кривата на Филипс на фиг. 8.7 (б).

Как правителството трябва да направи своя избор? Повечето от нас приемат като даденост нежеланието да се допуска безработица, но можем ли да кажем, че чувстваме същото относно инфлацията? Ако не желаем да налагаме ограничения на инфлацията, то защо да не поддържаме ниско ниво на безработицата, даже и ако това причинява бързо нарастване на инфлацията?

Общоприетото възражение срещу инфлацията е, че тя засяга хората с фиксирани номинални доходи: възрастните хора например, които са планирали спестяванията си така, че те да им осигуряват постоянен доход след оттегляне от работа. Погледнато по-общо, инфлацията нанася щети на кредиторите и е полезна за длъжниците, защото намалява реалната стойност съответно на активите и дълговете им. Ако обаче хората знаят, че има висока инфлация, те сигурно ще я вземат под внимание и ще използват форми на спестяване, които запазват реалната стойност на благосъстоянието им (например недвижима собственост вместо финансови активи), ще търсят форми на пенсиониране, които са в крак с нарастването на цените, ще дават заеми или ще вземат кредити, съобразени с инфлацията. Ако обаче вярваме, че хората очакват една непрекъсната инфлация, то трябва да модифицираме нашия модел във вид, който ще изложим в следващите раздели на тази глава.

*8.5. Инфлационни очаквания

Ако инфлацията продължава непрекъснато и ако е известно, че правителствената политика предполага инфлацията да продължи, за да се поддържа постоянно нивото на заетостта и на крайната продукция, то хората ще изграждат своите планове за бъдещето въз основа на предположението, че инфлацията ще съществува. Това предположение ще окаже съществено влияние върху анализа, който предстои да направим.

Първото изменение се изразява във влиянието върху лихвения процент. Оказва се, че е важно да се прави разлика между реалния и номиналния лихвен процент. Да предположим, че дадена банка предлага лихвен процент i за единица период от време. Един долар, даден на влог (депозит) в банката в момента 0, ще стане $(1+i)^t$ долара в момента t. Тъй като се очаква обаче цените да нарастват с π годишно, то стоката, която един долар ще може да купи в момента 0, ще струва $(1+\pi)^t$ долара в момента t. Следователно покупателната способност на тези $(1+i)^t$ долара в момента t е в действителност $\dfrac{(1+i)^t}{(1+\pi)^t} = (1+r)^t$, където

$$1+r = \frac{1+i}{1+\pi} \cong 1+i-\pi. \tag{24}$$

Приблизителното равенство в (24) се получава, като се представи $(1+\pi)^{-1}$ като $1-\pi+\pi^2-\pi^3+\cdots$ и се пренебрегнат всички събираеми, съдържащи произведения на i и π, тъй като те ще бъдат пренебрежимо малки, ако са малки i и π. *Реалният* лихвен процент е процентът, с който нараства покупателната способност на един влог (депозит) и който се задава чрез r, като (24) показва, че

$$r \cong i-\pi, \tag{25}$$

където i е *номиналният* лихвен процент, с който нараства номиналната стойност на влога (депозита), а π е очакваната инфлация.

(Лесно се проверява, че грешката в приближението в (24) и (25) е действително малка за „нормални" стойности на i и π. Ако лихвата и инфлацията се измерват непрекъснато, като се използват експоненциални функции, то приблизителното равенство за r и $i-\pi$ става точно, вж. упражнение 8.4.)

Лихвите влизат в нашите модели чрез инвестиционните функции и чрез функцията на търсенето на парите. Коя от двете лихви обаче би трябвало да се появи в тези функции?

Ако прегледате дискусията за търсенето на пари в раздел 7.8, ще видите, че във функцията на търсенето на парите влиза номиналната лихва. Индивидите ще трябва да разделят своето финансово благосъстояние на пари и на носещи лихви ценни книжа. Разликата между възвръщаемостта на двата вида активи е номиналната лихва или, казано по друг начин, номиналната лихва е разходът при благоприятна възможност при държането на нари. Следователно функцията на търсенето на пари би трябвало да бъде записана във вида $L(Y, i)$.

Нека сега да разгледаме възможността да вземем решение дали да направим действителна инвестиция, дискутирана в раздел 7.5. Да предположим, че не се очаква никаква инфлация. Тогава е в сила (7.50) и нетната сегашна стойност (NPV_0) се пресмята по формулата

$$\text{(26)} \qquad \mathrm{NPV}_0 = -x_0 + \frac{x_1}{1+r} + \frac{x_2}{(1+r)^2} + \cdots + \frac{x_T}{(1+r)^T} \cdot$$

Ако обаче се очаква инфлация със стойност π, то паричната стойност на очакваният в бъдеще приход би трябвало да нарастне с такава стойност, така че x_t ще трябва да се замести с $x_t(1+\pi)^t$. За да се пресметне нетната сегашна стойност (NPV_0) за възвръщаемостта на тези пари, дисконтираме, като използваме номиналната лихва i и получаваме

$$\text{(27)} \qquad \mathrm{NPV}_0 = -x_0 + x_1 \frac{1+\pi}{1+i} + x_2 \left(\frac{1+\pi}{1+i}\right)^2 + \cdots + x_T \left(\frac{1+\pi}{1+i}\right)^T,$$

и като използваме (24) виждаме, че (26) остава в сила. Следователно ще можем да пресмятаме сегашните стойности *или* като използваме номиналните очаквани възвръщаемости $x_t(1+\pi)^t$ и номиналната лихва i, *или* като използваме реалните стойности на очакваните възвръщаемости x_t и реалната лихва r. Да предположим, че π се променя, а r остава постоянно, така че i също ще трябва да се промени. Едно изменение, което се отнася изцяло за очакваните в бъдеще цени, не би трябвало да има въздействие върху реалните възвръщаемости x_t, така че (26) ще остане непроменено: един инвестиционен проект, който предварително е имал $\mathrm{NPV}_0 > 0$, ще продължи да го удовлетворява, и обратно. За разлика от това обаче, ако π се изменя, а i остава постоянно, така че и r ще се променя, но реалните възвръщаемости x_t ще останат непроменени, то или (26) или (27) показват, че NPV в общия случай ще се промени. Следователно реалната инвестиция ще зависи от реалната лихва r и инвестиционната функция ще трябва да бъде записана във вида $I = I(r)$.

Следователно, като използваме (25), можем да запишем IS–LM системата (1) и (2) във вида

$$S(Y-T)+T=I(r)+G, \tag{28}$$

$$L(Y,r+\pi)=M/P. \tag{29}$$

Сега да си припомним обяснението на равенство (23), определящо кривата на Филипс: ако заетостта надвишава желаното предлагане на труд, възнагражденията ще се покачат. Ако обаче работниците очакват, че нивото на цените ще се покачи през следващите години с π, те ще се надяват, че това ще бъде само степента, в която W надвишава π, и че тяхното реално възнаграждение ще отговаря на недостига на труд. (В упражнение 8.5 Ви се предоставя възможността да покажете строго, че степента на изменение на W/P в дискретно време е приблизително равна на $\widehat{W}-\widehat{P}$, а в непрекъснато време е точно равна на $\widehat{W}-\widehat{P}$.) Следователно при наличието на инфлационни (или дефлационни) очаквания уравнението на кривата на Филипс придобива вида

$$\widehat{W}_t=f(Y_t-Y^*)+\pi_t, \tag{30}$$

където $\pi_t=(P^e_{t+1}-P_t)/P_t$ е степента, в която се очаква да нарасне нивото на цените през следващата година в сравнение със сегашното им ниво. Това е *съобразената с очакванията крива на Филипс.*

Можем да съчетаем равенства (6) и (7), както в раздел 8.2, за да получим съвкупната функция на предлагането в близка перспектива:

$$Y_t=Y(K,W_t/P_t), \tag{31}$$

и както преди съчетаването на уравненията на системата, определяща модела IS–LM ни дава съвкупната функция на търсенето

$$Y_t=Y(G,T,M_t/P_t,\pi_t). \tag{32}$$

Последната функция съдържа в себе си стойността на инфлацията, понеже тя се явява в (29). Едно покачване на π_t, ако всичко останало е същото, ще намалява търсенето на пари и, както лесно може да се убедите от формална гледна точка, трябва следователно да повиши съвкупното търсене на стоки (вж. упражнение 8.6).

Сега трябва да обясним как хората формират своите очаквания за инфлацията. Една възможна хипотеза е *хипотезата за адаптивните очаквания*:

$$\pi_t=\alpha\widehat{P}_{t-1}+(1-\alpha)\pi_{t-1},\quad 0<\alpha\le 1. \tag{33}$$

Очакваната инфлация е претеглената средна на стойността на току-що наблюдаваната инфлация и на предишната очаквана стойност. Колкото е по-голямо α, толкова по-бързо очакванията се адаптират до наблюдаваната инфлация. Ще анализираме частния случай, когато $\alpha = 1$, което означава, че хората очакват да се запази същата инфлация, която те току-що са преживяли:

$$\pi_t = \widehat{P}_{t-1}. \tag{33a}$$

Моделът на нашето стопанство се описва от равенствата (30), (31), (32) и (33а). Вместо да се опитваме да правим пълен преглед на изходите от всички възможни политики, ние ще анализираме само две: (а) монетарната политика, която запазва дохода на ниво над равенството в далечна перспектива; и (б) разширяване на предлагането на пари при постоянен размер. Да припомним, че при липсата на инфлационни очаквания тези две политики бяха еквивалентни: крайната продукция се държеше на високо ниво и имаше инфлация, равна по размер на нарастването на паричното предлагане.

Възниква обаче още един проблем, с който трябва да се занимаем. Ще ни се наложи да получим зависимостта, която да ни показва как изменението на паричното предлагане влияе върху дохода. Като използваме (33а), (31) и (32), получаваме

$$Y(K, W_t/P_t) - Y(G, T, M_t/P_t, P_t/P_{t-1} - 1) = 0, \tag{34}$$

което *при дадени* W_t *и* P_{t-1} неявно дефинира P_t като функция на M_t. Диференцирането на (34) относно M_t ни дава

$$\left(-Y_w \frac{W_t}{P_t} + Y_m \frac{M_t}{P_t} - Y_\pi \frac{P_t}{P_{t-1}}\right) \frac{1}{P_t} \frac{\partial P_t}{\partial M_t} = \frac{Y_m}{P_t}, \tag{35}$$

а след диференцирането на (31) получаваме

$$\frac{\partial Y_t}{\partial M_t} = \left(-Y_w \frac{W_t}{P_t}\right) \frac{1}{P_t} \frac{\partial P_t}{\partial M_t}. \tag{36}$$

Знакът от лявата страна на (35) е подбран така, че $(-Y_w)$ и Y_m да бъдат положителни, а $(-Y_\pi)$ да бъде отрицателно. За да получим $\partial P_t/\partial M_t > 0$ и $\partial Y_t/\partial M_t > 0$, които бяха резултати, изведени в раздел 8.2 за същия модел, но без инфлационни очаквания, ще се наложи *да приемем*, че $-Y_w W_t/P_t + Y_m M_t/P_t - Y_\pi P_t/P_{t-1} > 0$. Това е равносилно на предположението, че въздействието на инфлационните очаквания върху търсенето на пари не е прекалено голямо.

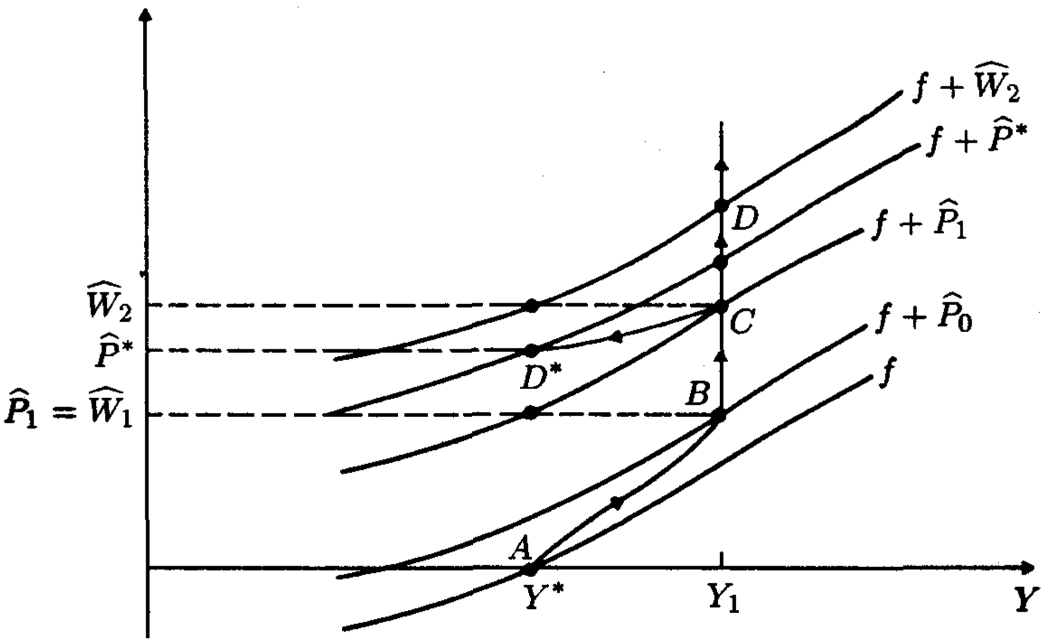
При това допълнително условие нека да започнем от положение $Y_0 = Y^*$, $\widehat{W}_0 = \pi_0 = 0$, като изискваме W_0/P_0 и M_0/P_0 да бъдат на нива, които удовлетворяват (31) и (32). Тъй като $\widehat{W}_0 = 0$, $W_1 = W_0$ и можем да използваме (35) и (36). Ако искаме да е изпълнено $Y_1 > Y_0 = Y^*$, то (35) и (36) ни показват, че трябва да покачим M_1 над M_0 и че P_1 ще нарастне над P_0. Сега (31) ще бъде удовлетворено от $W_1/P_1 < W_0/P_0$. (30) показва, че $\widehat{W}_1 = f(Y_1 - Y^*) + \pi_1 = f(Y_1 - Y^*) + \widehat{P}_0 > \widehat{P}_0$. На фиг. 8.9 стопанството от първоначалното равновесие в точка A се е преместило по първоначалната крива на Филипс в точка B.

Сега искаме да имаме $Y_2 = Y_1$, което поради (31) означава, че $W_2/P_2 = W_1/P_1$, така че $\widehat{P}_1 = \widehat{W}_1 > P_0$ и $\pi_2 > \pi_1$. Тогава от (32) следва, че $M_2/P_2 < M_1/P_1$, така че $\widehat{M}_1 < \widehat{P}_1$. Накрая от (30) следва, че $W_2 = f(Y_1 - Y^*) + \pi_2 = f(Y_1 - Y^*) + \widehat{P}_1$. Стопанството се премества от точка B в точка C на фиг. 8.9. В този и във всички следващи периоди от време реалните възнаграждения трябва да бъдат постоянни, така че съчетаването на (30), (31) и (33а) ни дава

$$\widehat{P}_t = \widehat{W}_t = f(Y_1 - Y^*) + \widehat{P}_{t-1} > \widehat{P}_{t-1} = \widehat{W}_{t-1} \tag{37}$$

(докато (32) показва степента на паричното разширение, което е необходимо за да се поддържа съвкупното търсене на това ниво) и виждаме, че доходът може да бъде задържан в Y_1 само за сметка на постоянно ***нарастваща инфлация***, като стопанството ще следва показаната на фиг. 8.9 траектория $B \to C \to D \to \cdots$.

Правителството по всяко време има възможността да изостави поставената цел да поддържа дохода над Y^*. Да допуснем, че в периода от време с номер 3 правителството си постави за цел да намали дохода на нивото Y^*. Уравненията (34)–(36) ни показват, че за да се върне стопанството обратно на нивото на дохода Y^* в периода от време 3, правителството трябва да повиши предлагането на пари чрез премахване на нарастването, което би поставило стопанството в положение D. Спадът на дохода от $Y_2 = Y_1$ до $Y_3 = Y^*$ означава, че $W_3/P_3 > W_2/P_2$,така че $\widehat{P}_2 < \widehat{W}_2$. Тогава (30) показва, че ако Y_t се задържи в Y^*, за всяко $t \geq 3$ ще имаме $\widehat{W}_t = \pi_t = \widehat{P}_t = \widehat{P}_2$, а (32) показва, че паричното предлагане ще трябва постоянно да нараства в същата степен. Това е показано на фиг. 8.9 като преместване от C в D^*, където стойността на $\widehat{P}_2^*$ при тази политика е означена с P^*. Състоянието D^* сега е ново равновесие: крайната продукция може да бъде удържана неопределено в Y^* с инфлация с постоянен размер $\widehat{P}^*$. Следователно едно *временно* намаляване на безработицата под естествения ѝ обем бе постигнато за сметка на *постоянното* нарастване на инфлационния процент.



Фиг. 8.9. Съобразена с очакванията крива на Филипс

В упражнение 8.7 Ви се предоставя възможността да трасирате в детайли траекторията, която би трябвало да се следва, за да се постигне намаляване на процента на инфлацията. Съвсем явно е, че ще се наложи за известно време покачване на безработицата над естествения ѝ размер.

Другата възможна политика на неизменно нарастване на паричното предлагане е по-добре анализирана чрез един по-различен модел в следващия раздел.

*8.6. *Модел с непрекъснато време*

Моделът от предишния раздел в някои аспекти е по-лесен за анализ във версията си с непрекъснато време. Скоростта на изменението сега се измерва посредством използването на производна относно времето, така че

$$\widehat{W}_t = \frac{1}{W_t}\frac{\mathrm{d}W_t}{\mathrm{d}t}, \quad \widehat{P}_t = \frac{1}{P_t}\frac{\mathrm{d}P_t}{\mathrm{d}t},$$

а π_t е очакваната стойност на $\widehat{P}_t$.

Хипотезата за адаптивните очаквания сега се формулира с помощта на π_t като претеглената средна на миналите стойности на $\widehat{P}_t$:

$$\pi_t = \int_{-\infty}^{t} \alpha e^{-\alpha(t-\tau)\widehat{P}_\tau} \mathrm{d}\tau, \tag{38}$$

което води до

$$\frac{\mathrm{d}\pi_t}{\mathrm{d}t} = \alpha \widehat{P}_t - \alpha \pi_t \tag{39}$$

и е версията на (33) за непрекъснато време. Сега (30), (31) и (32) остават непроменени с изключение на дефинициите на $\widehat{W}_t$ и π_t. От уравненията (31) и (32) следва, че

$$\frac{\mathrm{d}Y_t}{dt} = Y_w \frac{W_t}{P_t}\left(\widehat{W}_t - \widehat{P}_t\right) = Y_m \frac{M_t}{P_t}\left(\widehat{M}_t - \widehat{P}_t\right) + Y_\pi \frac{\mathrm{d}\pi_t}{\mathrm{d}t}, \tag{40}$$

което заедно с (39) ни дава

$$\left(-Y_w \frac{W_t}{P_t} + Y_m \frac{M_t}{P_t} - \alpha Y_\pi\right)\widehat{P}_t = -Y_w \frac{W_t}{P_t}\widehat{W}_t + Y_m \frac{M_t}{P_t}\widehat{M}_t - \alpha Y_\pi \pi_t. \tag{41}$$

За простота нека да означим $-Y_w W_t/P_t$ с A, а $Y_m M_t/P_t$ с B и αY_π с C. В общия случай A, B и C не са константи и всичките са положителни. Можем да използваме (30), за да изключим $\widehat{W}_t$ от равенствата, така че (41) придобива вида

$$(A + B - C)\widehat{P}_t = Af(Y_t - Y^*) + B\widehat{M}_t + (A - C)\pi_t, \tag{42}$$

а от (40) имаме

$$\frac{\mathrm{d}Y_t}{\mathrm{d}t} = -A\left[f(Y_t - Y^*) + \pi_t - \widehat{P}_t\right]. \tag{43}$$

Използването на (42) за изключване на $\widehat{P}_t$ свежда нашия модел до две равенства, получени от (39) и (43):

$$\frac{1}{\alpha}\frac{\mathrm{d}\pi_t}{\mathrm{d}t} = \frac{1}{A + B - C}\left[Af(Y_t - Y^*) + B(\widehat{M}_t - \pi_t)\right], \tag{44}$$

$$\frac{\mathrm{d}Y_t}{\mathrm{d}t} = -\frac{A}{A + B - C}\left[(B - C)f(Y_t - Y^*) - B(\widehat{M}_t - \pi_t)\right]. \tag{45}$$

Както при модела за дискретното време в предишния раздел, необходимо е да направим допълнителното предположение, че въздействието на инфлацията върху търсенето на пари не е прекалено голямо. По-точно казано, предполагаме, че $A + B - C > 0$, което е почти идентично с предположението, направено за модела с дискретно време.

Нека сега да анализираме въздействието на политиката, която предлага разширяване на паричното предлагане в постоянен размер $\hat{M}_t = m$ за всички периоди.

Равенство (44) показва, че π_t е константа, когато Y_t и π_t удовлетворяват

$$\pi_t = \frac{A}{B} f(Y_t - Y^*) \neq m \tag{46}$$

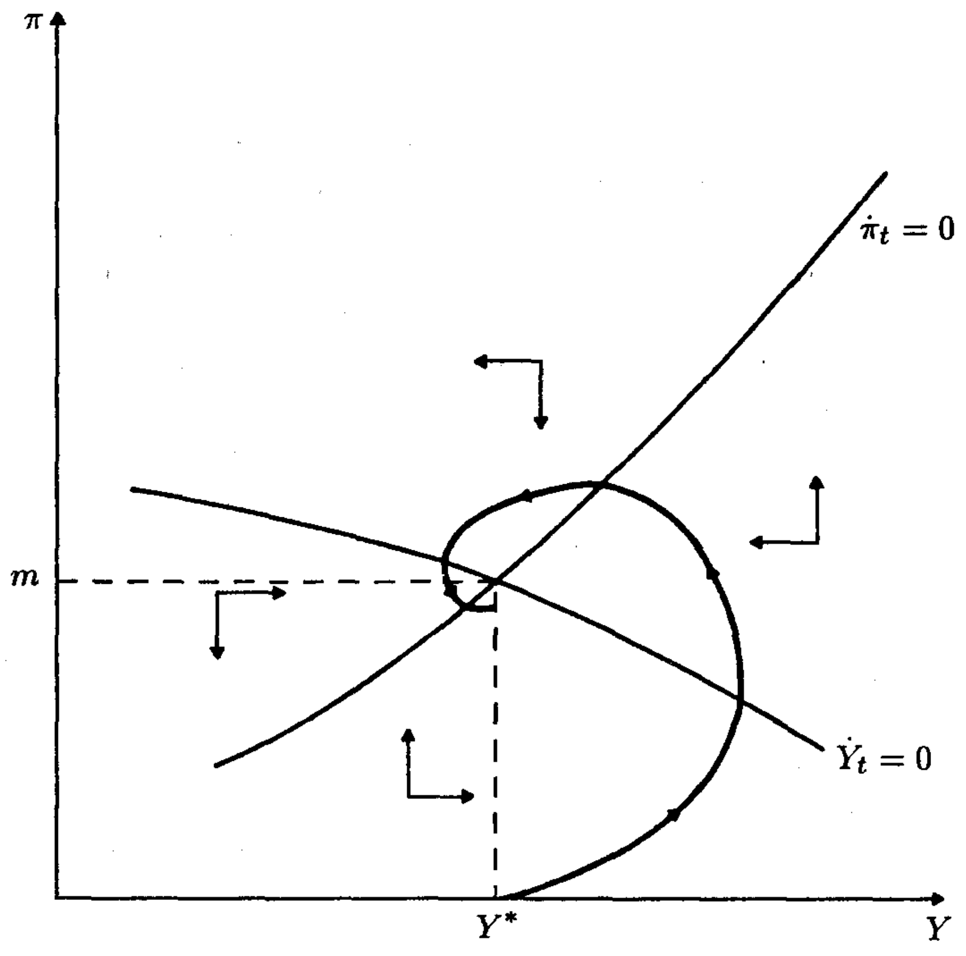
и това множество от стойности е означено с $\pi_t = 0$ на фиг. 8.10. Ако π_t надхвърля стойността, получена от (46), за някое дадено Y_t, то (44) показва, че $\mathrm{d}\pi_t/\mathrm{d}t < 0$, и обратно. Равенство (45) показва, че Y_t е константа, когато Y_t и π_t удовлетворяват

$$\pi_t = m - \frac{B - C}{B} f(Y_t - Y^*). \tag{47}$$

Ако $B - C > 0$, получаваме множество от стойности, които са означени с $\dot{Y}_t = 0$ на фиг. 8.10. Когато π_t се намира над тази линия, (45) показва, че $\partial Y_t/\partial t < 0$, и обратно. Стрелките на фиг. 8.10 показват посоката, в която ще се движат π_t и Y_t, когато (46) и (47) не са удовлетворени. Ясно е, че ако $\pi_t = m$ и $Y_t = Y_0$, то (46) и (47) ще бъдат удовлетворени и π_t и Y_t ще бъдат постоянни относно времето.

На фиг. 8.10 посредством удебелена крива със стрелки е показана една типична траектория. Стопанството стартира с инфлационни очаквания в нулата и крайна продукция на „естественото“ ниво Y^*. Предлагането на парите нараства и това покачва крайната продукция над Y^*, но заедно с нея покачва и инфлационните очаквания. След известно време крайната продукция започва да намалява, като въздействието на инфлацията надделява над паричното разширение, а евентуалните инфлационни очаквания също падат. След това крайната продукция отново започва да нараства и т.н. Стопанството следва циклична траектория с алтернативен растеж и спад на инфлацията и крайната продукция, когато те се стремят към равновесието в далечна перспектива $\pi = m$, $Y = Y^*$.

Макар че политиката, която анализираме тук, е малко по-различна от разглежданата в предишния раздел, основното послание е същото: допълнителното количество крайна продукция може да бъде постигнато само временно и за сметка на постоянното нарастване на инфлацията. Траекторията, показана на фиг. 8.10, клони към дългосрочно равновесие. Изглежда, че във формалния модел няма нищо, което да изключи възможността траекторията все повече и повече да се отдалечава (по цикличен път) от равновесната точка. Можете да се убедите в това, като пречертаете диаграмата със стръмна линия $\dot{\pi}_t = 0$ и крива $\dot{Y}_t = 0$ (това означава, че A/B е голямо, а $(B - C)/B$ е малко). Този тип нестабилност изглежда че е още по-възможен, ако $B - C$ е отрицателно, както се изисква да покажете в упражнение 8.9. Нека в тази крайна фаза да не поставяме въпроса дали с допълнителни математически средства или с други поведенчески предложения няма да можем да изключим тази възможност. Вместо това нека просто да видим, че нестабилността изглежда интуитивно неприемлива — в упражнение 8.9 се иска да опишете с думи как се променят крайната продукция и инфлацията при движение по нестабилна траектория.



Фиг. 8.10. Непрекъснат паричен растеж

Накрая в рамките на този модел може да разгледаме накратко следствията от една алтернатива на хипотезата на очакванията, а именно, тази на *рационалните очаквания.* Да допуснем, че индивидите вярват, че стопанството клони към дългосрочно равновесие, при което инфлацията е равна на степента на паричното нарастване. Следователно, ако е известно, че правителството ще разширява паричното предлагане с процент m, инфлационните очаквания ще го отразят и тогава

$$\pi_t = m. \tag{48}$$

Заместваме в (30), (41), (42) и (43), резултат на което (45) става просто

$$\frac{\mathrm{d}Y_t}{\mathrm{d}t} = -\frac{A(B-C)}{A+B-C} f(Y_t - Y^*). \tag{49}$$

Тогава, ако стартираме в равновесие с $Y_0 = Y^*$, равенството (49) показва, че стопанството трябва да остане в равновесие, понеже Y_t трябва да остане постоянно, независимо от процента на паричното нарастване, определен от правителството. От (42) виждаме, че $P_t = m$, така че хипотезата в (48) може със същия успех да бъде наречена хипотеза на „изпълнените от само себе си“ очаквания. Процентът на инфлацията, който индивидите очакват, е винаги точно равен на истинския процент на инфлацията.

В този случай правителството не действа за изменение на нивото на крайната продукция: всяко изменение на процента на паричното разширение моментално се поглъща като изменение в инфлационните очаквания и в самата инфлация. Този модел води до извод, който е точно противоположен на извода от модела на простия множител, с който започнахме: в него правителствената политика засяга дохода, но не и цените, докато в този политиката променя само цените и не може да влияе на дохода.

8.7. *Заключителна бележка*

Моделът на адаптивните очаквания от предишните два раздела може да се характеризира като динамична версия на краткосрочния модел AD–AS от раздел 8.2, докато хипотезата на рационалните очаквания представлява динамична версия на дългосрочния AD–AS модел. Поради това си струва да припомним направената в раздел 8.3 забележка, че няма консенсус сред икономистите кой от тези модели е най-доброто описание на реалния свят. Относителните достойнства на различните макроикономически модели са предмет на много съвременни изследвания и спорове.

Упражнения

8.1. Анализирайте въздействията, които се получават в резултат от изменение на данъчното облагане в дългосрочния и краткосрочния AD–AS модели. Сравнете „избутващите“ въздействия върху частните инвестиции за покачване на правителствения дефицит, ако това покачване е в резултат на: (i) повишаване на правителствените разходи; (ii) намаляване на данъчното облагане.

***8.2.** Разгледайте стопанство, в което производствената функция е

$$Z = f(L, K, M),$$

където Z е количеството на крайната произведена продукция, L — използваният труд, K — количеството на използваните вътрешни за стопанството други начални стоки, а M — количеството на използваните вносни начални стоки, закупени от чужденци на цена q относно крайната продукция. Следователно нетната крайна продукция, с която разполага стопанството, е

$$Y = f(L, K, M) - qM.$$

Анализирайте макроикономическите въздействия, получени в резултат от повишаването на q. Този модел отчита ли добре въздействието, което оказва повишаването на цената на петрола през 70-те години върху стопанствата на страните-вносителки на петрол?

8.3. Докажете, че (21) дава по-малка стойност на $\partial Y/\partial G$ от IS–LM модела и от модела на простия множител.

8.4. Покажете, че приблизителните равенства в (24) и (25) са точни, когато лихвата и инфлацията се измерват непрекъснато, като се използват експоненциални функции.

8.5. Покажете, че степента на изменение на реалните възнаграждения е приблизително равна на $\widehat{W} - \widehat{P}$, когато степента на изменение се измерва дискретно, както е в раздел 8.5, и тя е точно равна на $\widehat{W} - \widehat{P}$, когато степента на изменение се измерва непрекъснато, както е в раздел 8.6.

8.6. Докажете, че функцията на съвкупното търсене (32) има свойството $Y_\pi > 0$.

8.7. Трасирайте в детайли траекторията, която икономиката, моделирана в раздел 8.5, би трябвало да следва, за да постигне намаляване на инфлацията.

8.8. В модела с непрекъснато време зададен от уравненията (38) — (45), намерете монетарната политика, която ще поддържа Y_t константа на ниво, по-високо от Y^*, и покажете, че инфлационните последици са качествено същите както и в модела с дискретно време. (Предполагаме, че $B - C > 0$.)

***8.9.** Начертайте диаграмата, съответстваща на фиг. 8.10, за случая $B - C < 0$, като внимавате за относителния наклон на линиите $\dot{\pi} = 0$ и $\dot{Y} = 0$. Начертайте траектория, която не клони към дългосрочното равновесие. Направете словестна равносметка на това, което се случва в стопанството при движението му по траектория, която не клони към равновесие.

8.10. Обсъдете въздействието, което се получава в резултат от изменение на фискалната политика в моделите от раздели 8.5 и 8.6. (Може би ще бъде полезно да си припомним въздействието, което оказва изменението на фискалната политика в дългосрочния AD–AS модел.)

8.11. „Мислехме, че ще можете просто да проведете своя план за излизане от рецесията и от нарастването на безработицата чрез орязването на данъците и на правителствените разходи. Аз ви заявявам съвсем откровено, че тази възможност вече не съществува; и доколкото въобще някога е съществувала, тя е проработвала само чрез инжектиране в стопанството на големи дози инфлация, последвана от по-високи нива на безработицата като последваща стъпка. Това е историята на последните двадесет години.“ (Г-н Джеймс Калахан, Британски премиер-министър, септември 1976 г.)

„Истината е, че ние не можем да победим безработицата, ако сме подготвени да приемем инфлацията... Рефлация, толкова далеч от побеждаването на безработицата, води до нарастването на инфлацията и до покачването на безработицата.“ (Сър Джефри Хау, министър на финансите на Великобритания, 16 март 1981 г.)

Коментирайте тези изказвания в светлината на някоя от развитите в тази глава теории.

ПРИЛОЖЕНИЕ КЪМ ГЛАВИ 2 И 3

Функция на печалбата

Някои резултати, формулирани в глави 2 и 3 не бяха доказани, понеже доказателствата им изискват въвеждането на допълнителни похвати, които ще бъдат дискутирани в това приложение.

Когато разглеждахме фирмата, минимализираща разходите, и решавахме задача (2.13) чрез подходящ избор на $\mathbf{z}(\mathbf{w}, y)$, дефинирахме функцията на разходите $c(\mathbf{w}, y)$ като *минималната* стойност на разходите, така че $c(\mathbf{w}, y) = \mathbf{wz}(\mathbf{w}, y)$. По подобен начин, когато разглеждаме максимализиращата печалбата си фирма и решаваме задачата (2.48) чрез подходящ избор на $y(p, \mathbf{w})$ и $\mathbf{z}(p, \mathbf{w})$, естествено е да дефинираме ***функцията на печалбата*** като максималната стойност на печалбите, за която $\pi(p, \mathbf{w}) = py(p, \mathbf{w}) - \mathbf{wz}(p, \mathbf{w})$.

Функцията на печалбата има забележителни свойства. Да разгледаме нейната производна относно p:

$$\frac{\partial \pi(p, \mathbf{w})}{\partial p} = y(p, \mathbf{w}) + p\frac{\partial y(p, \mathbf{w})}{\partial p} - \sum_{i=1}^{n} w_i \frac{\partial z_i(p, \mathbf{w})}{\partial p}. \tag{1}$$

Условията от първи ред за решението на задачата за максимализиране на печалбата се дават от равенствата (2.6) като $p(\partial F/\partial z_i) = w_i$, така че (1) придобива вида

$$\frac{\partial \pi(p, \mathbf{w})}{\partial p} = y(p, \mathbf{w}) + p\left(\frac{\partial y(p, \mathbf{w})}{\partial p} - \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F}{\partial z_i}\frac{\partial z_i(p, \mathbf{w})}{\partial p}\right). \tag{2}$$

Освен това фактът, че $y(p, \mathbf{w})$ и $z(p, \mathbf{w})$ трябва да удовлетворяват $y = F(\mathbf{z})$, води до

$$\frac{\partial \pi(p, \mathbf{w})}{\partial p} = \sum_{i=1}^{n} \frac{\partial F}{\partial z_i}\frac{\partial z_i(p, \mathbf{w})}{\partial p}, \tag{3}$$

така че

$$\frac{\partial \pi(p, \mathbf{w})}{\partial p} = y(p, \mathbf{w}). \tag{4}$$

По същество същите аргументи показват, че

$$\frac{\partial \pi(p, \mathbf{w})}{\partial w_i} = -z_i(p, \mathbf{w}). \tag{5}$$

(В сила е резултатът за функцията на разходите $c(\mathbf{w}, y)$, който съответства на (4) и (5):

$$\frac{\partial c(\mathbf{w}, y)}{\partial w_i} = z_i(\mathbf{w}, y). \tag{6}$$

В упражнение 4.7 от Вас се искаше да докажете това твърдение. В глава 4 въведохме също една функция $e(\mathbf{p}, u)$, която нарекохме функция на потребителските разходи и която има свойства, идентични с тези на функцията на разходите, а резултатът, съответстващ на тази функция е

$$\frac{\partial e(\mathbf{p}, u)}{\partial p_i} = x_i(\mathbf{p}, u), \tag{7}$$

което беше доказано като (4.29).)

Резултатите (4) и (5) (а също и (6) и (7)) са забележителни: когато диференцираме $py(p, \mathbf{w}) - \mathbf{wz}(p, \mathbf{w})$ относно каквато и да е цена, резултатът, който получаваме, е същият като този който бихме получили, ако y и $\mathbf{z}$ биха били константи. Те не са константи, не са функции на цените, но допълнителните въздействия, които оказва изменението на цената върху печалбите и които идват чрез изменения в y и $\mathbf{z}$, трябва сумирани да бъдат точно равни на нула! По-горе виждаме, че това е така, понеже y и $\mathbf{z}$ не са произволни функции на p и $\mathbf{w}$: те отразяват факта, че направеният избор оптимално максимализира печалбата.

Струва си да отбележим, че (3.15) е резултат от същия тип: когато z_2 вземе оптималната си минимализираща разходите стойност $z_2(w_1, w_2, y)$, производната на разходите относно крайната продукция, която отчита изменението на стойността на $z_2(w_1, w_2, y)$ (т.е. дългосрочните маргинални разходи), е същата, каквато е и производната на разходите относно крайната продукция, когато z_2 се разглежда като константа (т.е. краткосрочните маргинални разходи).

Резултатите от този тип са известни като *теореми на пощенския плик*. Дългосрочната крива на средните разходи се състои от най-ниските точки на цялата фамилия от криви на краткосрочните средни разходи и поради това се казва, че е крива на пощенския плик. Кривата ѝ във всяка нейна точка е същата, каквато е кривината на която и да е краткосрочна крива на средните разходи, която се допира до нея в тази точка.

Диференцирането на (4) относно w_i и (5) относно p ни дава

$$\frac{\partial y(p,\mathbf{w})}{\partial w_i} = \frac{\partial^2 \pi(p,\mathbf{w})}{\partial w_i \partial p}, \tag{8}$$

$$\frac{\partial z_i(p,\mathbf{w})}{\partial p} = -\frac{\partial^2 \pi(p,\mathbf{w})}{\partial p \partial w_i}. \tag{9}$$

Като използваме добре известен резултат, който ни позволява да сменим реда на диференцирането на функция на две променливи, получаваме

$$\frac{\partial y(p,\mathbf{w})}{\partial w_i} = -\frac{\partial z_i(p,\mathbf{w})}{\partial p}, \tag{10}$$

което е резултатът, формулиран като (2.69), но останал недоказан. По подобен начин получаваме (2.70):

$$\frac{\partial z_i(p,\mathbf{w})}{\partial w_j} = -\frac{\partial^2 \pi(p,\mathbf{w})}{\partial w_j \partial w_i} = -\frac{\partial^2 \pi(p,\mathbf{w})}{\partial w_i \partial w_j} = \frac{\partial z_j(p,\mathbf{w})}{\partial w_i}. \tag{11}$$

Нека да отбележим тук, че минимализацията на разхода е просто максимализацията на печалбата при допълнителното условие, че y е константа, докато краткосрочната максимализация на печалбата е просто (дългосрочната) максимализация на печалбата при условие, че някои от началните стоки са фиксирани.

Следователно решенията на задачата за минимализиране на разходите ще удовлетворяват

$$\mathbf{z}(p,\mathbf{w}) = \mathbf{z}(\mathbf{w}, y(p,\mathbf{w})) \tag{12}$$

(което е (2.52)) и ще имаме

$$\frac{\partial z_i(p,\mathbf{w})}{\partial w_i} = \frac{\partial z_i(\mathbf{w},y)}{\partial w_i} + \frac{\partial z_i(\mathbf{w},y)}{\partial y}\frac{\partial y(p,\mathbf{w})}{\partial w_i}, \tag{13}$$

а също и

$$\frac{\partial z_i(p,\mathbf{w})}{\partial p} = \frac{\partial z_i(\mathbf{w},y)}{\partial y}\frac{\partial y(p,\mathbf{w})}{\partial p} \tag{14}$$

(които са съответно (2.71) и (2.68)). Заместването на (10) и (14) в (13) ни дава

$$\frac{\partial z_i(p,\mathbf{w})}{\partial w_i} = \frac{\partial z_i(\mathbf{w},y)}{\partial w_i} - \left(\frac{\partial z_i(\mathbf{w},y)}{\partial y}\right)^2 \frac{\partial y(p,\mathbf{w})}{\partial p}. \tag{15}$$

От (2.61) имаме $\partial z_i(\mathbf{w},y)/\partial w_i \leq 0$, докато от (2.66) следва, че вторият член също е неположителен, така че сега вече имаме доказателство на факта, формулиран в (2.72):

$$\frac{\partial z_i(p,\mathbf{w})}{\partial w_i} \leq \frac{\partial z_i(\mathbf{w},y)}{\partial w_i} \leq 0. \tag{16}$$

Сега да разгледаме задачата за краткосрочна максимализация на печалбата, в която z_n е фиксирано в краткосрочна перспектива, а $\mathbf{z}^{\mathbf{v}}$ означава вектора на останалите (променливите) начални стоки. Тогава задачата е

$$\begin{aligned} &\text{да се максимализира}_{\mathbf{z}^{\mathbf{v}}}\ py - \mathbf{wz}, \\ &\text{при условие че } y = F(\mathbf{z}), \end{aligned} \tag{17}$$

което е стандартната задача за минимализиране на печалбата с допълнението, че z_n се появява в производствената функция, а константата $w_n z_n$ — в печалбата. Решението е множество от функции $y(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)$, $\mathbf{z}^{\mathbf{v}}(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)$, където $\mathbf{w}^{\mathbf{v}}$ е векторът на цените на променливите начални стоки, а краткосрочната функция на печалбата е $\pi(p,\mathbf{w},z_n)$. Съвсем аналогично на (4), (5), (10) и (11) ще имаме съответно (за $i,j \neq n$):

$$y(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n) = \frac{\partial \pi(p,\mathbf{w},z_n)}{\partial p}, \tag{18}$$

$$z_i(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n) = -\frac{\partial \pi(p,\mathbf{w},z_n)}{\partial w_i}, \tag{19}$$

$$\frac{\partial y(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)}{\partial w_i} = -\frac{\partial z_i(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)}{\partial p}, \tag{20}$$

$$\frac{\partial z_i(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)}{\partial w_j} = \frac{\partial z_j(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)}{\partial w_i}, \tag{21}$$

а аналогично на (2.66) и (2.67) ще имаме

$$\frac{\partial y(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)}{\partial p} \geq 0, \tag{22}$$

$$\frac{\partial z_i(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)}{\partial w_i} \leq 0. \tag{23}$$

Тези функции сега ще трябва да удовлетворяват

$$y(p,\mathbf{w}) = y(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n(p,\mathbf{w})), \tag{24}$$

$$\mathbf{z}^{\mathbf{v}}(p,\mathbf{w}) = \mathbf{z}^{\mathbf{v}}(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n(p,\mathbf{w})), \tag{25}$$

което означава, че краткосрочните и дългосрочните решения съвпадат, ако фиксираният фактор е на оптималното си дългосрочно ниво. (Сравнете с (12).) Следователно

$$\frac{\partial y(p,\mathbf{w})}{\partial p} = \frac{\partial y(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)}{\partial p} - \frac{\partial y(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)}{\partial z_n}\frac{\partial z_n(p,\mathbf{w})}{\partial p} \tag{26}$$

и

$$\frac{\partial y(p,\mathbf{w})}{\partial w_n} = \frac{\partial y(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)}{\partial z_n}\frac{\partial z_n(p,\mathbf{w})}{\partial w_n}, \tag{27}$$

а заместването на (10) (за $i = n$) и (27) в (26) ни дава

$$\frac{\partial y(p,\mathbf{w})}{\partial p} = \frac{\partial y(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)}{\partial p} - \left(\frac{\partial y(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)}{\partial z_n}\right)^2 \frac{\partial z_n(p,\mathbf{w})}{\partial w_n}, \tag{28}$$

но от (22) и (2.67) получаваме

$$\frac{\partial y(p,\mathbf{w})}{\partial p} \geq \frac{\partial y(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)}{\partial p} \geq 0, \tag{29}$$

което е обобщение на (3.20). От (25) следва, че

$$\frac{\partial z_i(p,\mathbf{w})}{\partial w_i} = \frac{\partial z_i(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)}{\partial w_i} + \frac{\partial z_i(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)}{\partial z_n}\frac{\partial z_n(p,\mathbf{w})}{\partial w_i}, \tag{30}$$

$$\frac{\partial z_i(p,\mathbf{w})}{\partial w_n} = \frac{\partial z_i(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)}{\partial z_n}\frac{\partial z_n(p,\mathbf{w})}{\partial w_n}, \tag{31}$$

така че замествайки (11) и (31) в (30), стигаме до

$$\frac{\partial z_i(p,\mathbf{w})}{\partial w_i} = \frac{\partial z_i(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)}{\partial w_i} + \left(\frac{\partial z_i(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)}{\partial z_n}\right)^2 \frac{\partial z_n(p,\mathbf{w})}{\partial w_n}, \tag{32}$$

а от (23) и (2.67) получаваме

$$\frac{\partial z_i(p,\mathbf{w})}{\partial w_i} \leq \frac{\partial z_i(p,\mathbf{w}^{\mathbf{v}},z_n)}{\partial w_i} \leq 0, \tag{33}$$

което е обобщение на резултата, формулиран, но недоказан в глава 3, че дългосрочната еластичност на търсенето на дадена начална стока от фирмата е по-голяма от краткосрочната еластичност. Всички тези резултати могат да бъдат разширени за случая, когато са фиксирани няколко начални стоки в краткосрочната перспектива, но за да бъде направено това, ще е необходимо да бъдат въведени някои допълнителни математически средства. (Бихме могли също така да развием общо третиране на краткосрочната минимализация на разходите с няколко променливи и няколко фиксирани начални стоки за разлика от разглежданията в глава 3, където имаше само две начални стоки, така че не съществуваше задачата за минимализация на разходите.)

По-подробното разглеждане на резултатите, получени по-горе, разкрива пълната симетрия между началните стоки и крайната продукция. Задачата за максимализиране на печалбата бихме могли да формулираме всъщност по следния начин:

$$\text{(34)} \qquad \begin{gathered} \text{да се максимализира } \underset{\mathbf{x}}{\mathbf{px}} \\ \text{при условие, че } x \in X, \end{gathered}$$

като се въвежда x_i, от $\mathbf{x}$ да бъде положително за крайните и отрицателно за началните продукти, а множеството X да се състои от тези стойности x, които са възможни за производствената функция. (Така че в случая на фирма с производствена функция $y = F(z_1, z_2)$ би трябвало да означим $\mathbf{x} = (x_1, x_2, x_3) = (-z_1, -z_2, y)$, $\mathbf{p} = (p_1, p_2, p_3) = (w_1, w_2, p)$ и $X = \{\mathbf{x} \mid x_3 \leq F(-x_1, -x_2)\}$.)

Решенията на тази задача ще бъдат $\mathbf{x}(p)$, а $\pi(p) = \mathbf{px}(\mathbf{p})$ ще бъде функцията на печалбата. Тогава резултатите (4) и (5) ще могат да се запишат във вида

$$\text{(35)} \qquad x_i(\mathbf{p}) = \frac{\partial \pi(\mathbf{p})}{\partial p_i}\cdot$$

Всъщност този резултат може да бъде получен и по друг, различен от гореизложения начин, чрез доказателство, което неявно се опира на условията на Лагранж. За някое фиксирано $\mathbf{p}^0$ да разгледаме функцията $\pi(\mathbf{p}) - \mathbf{px}(\mathbf{p}^0)$. От дефиницията на $\pi(\mathbf{p})$ следва, че тя е неотрицателна, когато $\mathbf{p} \neq \mathbf{p}^0$, и е нула, когато $\mathbf{p} = \mathbf{p}^0$; а това означава, че тя като функция на $\mathbf{p}$ достига своя минимум в $\mathbf{p}^0$. Необходимите условия за минималност са просто (35) — откъдето следва и резултатът. (Това доказателство е тъкмо една възможна версия на метода, използван в глава 3 за доказателството на (3.15).)

С тези означения (2.64) придобива вида

$$\text{(36)} \qquad (\mathbf{p}^1 - \mathbf{p}^2)(\mathbf{x}^1 - \mathbf{x}^2) \geq 0,$$

откъдето следва

$$\text{(37)} \qquad \frac{\partial x_i(\mathbf{p})}{\partial p_i} \geq 0$$

(което е (2.66) и (2.67)). Възможно е и малко по-строго доказателство на този резултат. Лесно се доказва, че $\pi(\mathbf{p})$ е изпъкнала функция на $\mathbf{p}$: това означава, че

$$\lambda\pi(\mathbf{p}^1) + (1-\lambda)\pi(\mathbf{p}^2) \geq \pi(\lambda\mathbf{p}^1 + (1-\lambda)\mathbf{p}^2)$$

за всеки две $\mathbf{p}^1$ и $\mathbf{p}^2$ и всяко λ, удовлетворяващо условието $0 < \lambda < 1$. Съвсем очевидно е, че вторите производни на изпъкналата функция са положителни. Вследствие на (35) ще имаме

$$\frac{\partial x_i(\mathbf{p})}{\partial p_i} = \frac{\partial^2 \pi(\mathbf{p})}{\partial p_i^2} \geq 0, \tag{38}$$

което доказва резултата. Накрая имаме

$$\frac{\partial x_i(\mathbf{p})}{\partial p_j} = \frac{\partial^2 \pi(\mathbf{p})}{\partial p_j \partial p_i} = \frac{\partial^2 \pi(\mathbf{p})}{\partial p_i \partial p_j} = \frac{\partial x_j(\mathbf{p})}{\partial p_i}, \tag{39}$$

което е (10) и (11). Всичко това обобщава предишната теория за случая на фирма, която произвежда много крайни продукти, за чието производство използва много начални стоки.

Читателят с достатъчно добра математическа подготовка, за да може да проследи всичко, което беше направено дотук, вероятно притежава и достатъчно досетливост, за да се разтревожи от факта, че навсякъде в нашата аргументация предположихме, че всички оптимизационни задачи, които поставихме, имат решение и че всички функции на разхода или на печалбата, които дефинирахме, са два пъти диференцируеми. (Ако си спомните проблемите, които възникнаха в случая на максимализиращата печалбата фирма при постоянни възвръщаемости, припомнете си също така, че тези проблеми се третираха чрез разглеждане на задачата за минимализиране на разходите, а накрая като разглеждате резултатите, които евентуално биха се получили за максимализиращата печалбата фирма при постоянни възвръщаемости, трябва да сте в състояние да видите, че в този случай има проблеми със съществуването и диференцируемостта на функцията на печалбата.) Следващата стъпка във формалното развитие на тази теория е да се справим с въпросите кога съществуват решения и кога функциите на решенията са два пъти диференцируеми. Изследването на тези задълбочени математически проблеми обаче е извън обсега на тази книга.

Упражнения

А3.1. Получете функцията на печалбата в примера от раздел 2.10 и потвърдете, че са в сила (4), (5), (10), (11) и (16).

А3.2. Функцията на печалбата за примера в раздел 3.3 е получена в (3.34). Потвърдете, че са в сила (4), (5), (10), (11), (16) и (20). (В раздел 3.3 вече потвърдихме, че са удовлетворени (29) и (33).)

ПРИЛОЖЕНИЕ КЪМ ГЛАВА 7

Инвестиция и търговски цикъл

В раздел 7.4 разгледахме динамичен модел на множителя, в който доходът постепенно се придвижва към равновесната си стойност, в случай че бъде изведен от равновесие. Инвестирането беше екзогенно. Сега нека да модифицираме този модел като осъзнаем факта, че целта на инвестицията е да осигури капитал за производствения процес.

Да предположим, че основният капитал K_t^*, който производителят желае да има в момента t, е линейна функция на крайната продукция:

$$K_t^* = vY_t, \tag{1}$$

където v е константа, която се нарича отношение капитал-крайна продукция. Фактът, че v е константа, означава, че цените и лихвите не играят никаква роля за разлика от предишни разглеждания (глава 2 и раздел 7.5), което предполага, че цените на началните стоки трябва да оказват влияние върху избора им, а в частност и лихвите би трябвало да влияят върху инвестиционните решения.

Сега да допуснем, че има забавяне (или както се казва в икономиката, лаг) от един период време между проявеното желание за повече капитал и неговото получаване, което ще означава, че $K_{t+1} = K_t^*$. По дефиниция инвестирането представлява изменение в основния капитал, което ще рече, че имаме

$$I_t = K_{t+1} - K_t = v(Y_t - Y_{t-1}). \tag{2}$$

Да предположим, че има лаг и във функцията на потреблението:

$$C_t = c(Y_{t-1} - T), \tag{3}$$

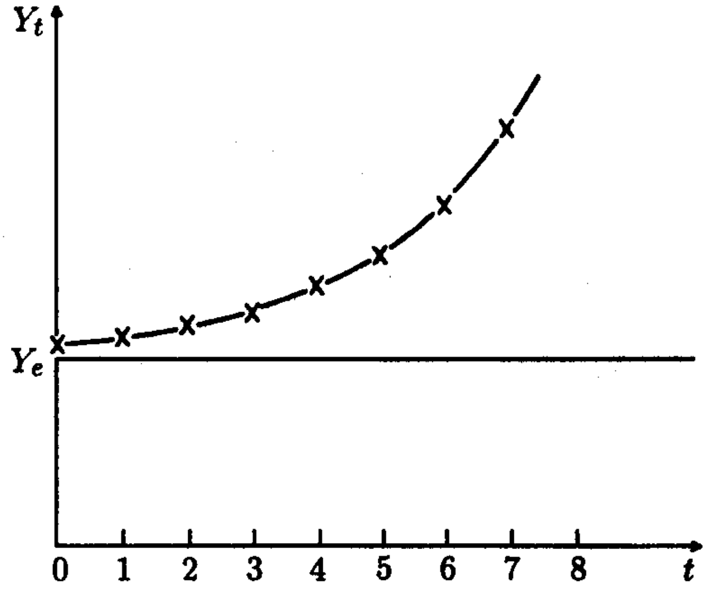
което означава, че уравнението за търсенето и предлагането на стоки ще придобие вида

$$Y_t = cY_{t-1} + v(Y_t - Y_{t-1}) + G - cT. \tag{4}$$

Прилагането на стандартния метод за решаване на такива уравнения (което е поставено като задача в упражнение А7.1) ни дава равновесието

$$Y_e = \frac{G - cT}{1 - c}, \tag{5}$$

което е нестабилно равновесие, ако $|(v-c)/(v-1)| > 1$. Тъй като е смислено да се предположи, че стойността на една машина надвишава стойността на годишната продукция, така че $v > 1$, то изглежда правдоподобно допускането равновесието да е нестабилно: повишаването на дохода над равновесното му ниво ще предизвика покачване на инвестициите, което посредством множителя ще стане причина за по-нататъшното повишаване на дохода, което ... и т.н. Крайната продукция ще се движи по траекторията, начертана на фиг. А7.1.



Фиг. А7.1. Експлозивно нарастване на дохода

Тази нестабилност е неприемливо силна, така че очевидно леко изменение ще промени съществено нещата. Да предположим, че има поставени граници за количеството както положителни, така и отрицателни инвестиции, които се очакват през някоя година, но ако желаната капиталова наличност е различна от действителната, то предприето е максималното възможно инвестиране или инвестиране с лаг единица. Следователно

$$I_t = \begin{cases} B, & \text{ако } K_{t-1} < vY_{t-1}, \\ 0, & \text{ако } K_{t-1} = vY_{t-1}, \\ -D, & \text{ако } K_{t-1} > vY_{t-1}. \end{cases} \tag{6}$$

Потребителската функция (3) все още е в сила. Да предположим, че $K_0 = 0$, а $Y_0 = (G - cT)/(1 - c)$. Тъй като $vY_0 > K_0$, $I_1 = B$ и

$$Y_1 = cY_0 + B + G - cT = B + (G - cT)/(1 - c), \tag{7}$$

така че

$$vY_1 > vB > B = K_1, \tag{8}$$

което от своя страна води до $I_2 = B$. Нека да предположим, че инвестицията е на ниво B в продължение на t периода от време. Тогава

$$K_t = tB \tag{9}$$

и

$$Y_t = cY_{t-1} + B + G + cT. \tag{10}$$

Предишният анализ на модела, определен от равенството в (7.34)–(7.39), директно ни дава следния резултат:

$$Y_t = c^t Y_0 + (1 - c^t)(B + G - cT)/(1 - c). \tag{11}$$

При $t \to \infty$, $Y_t \to (B + G - cT)/(1 - c)$ и $K_t \to \infty$, така че трябва да съществува момент от времето t, в който или $vY_t = K_t$ или $vY_t < K_t$. Нека с τ да означим първата година с това свойство и да предположим, че $vY_\tau = K_\tau$. Тогава $I_{\tau+1} = 0$, $K_{\tau+1} = K_\tau = B$ и

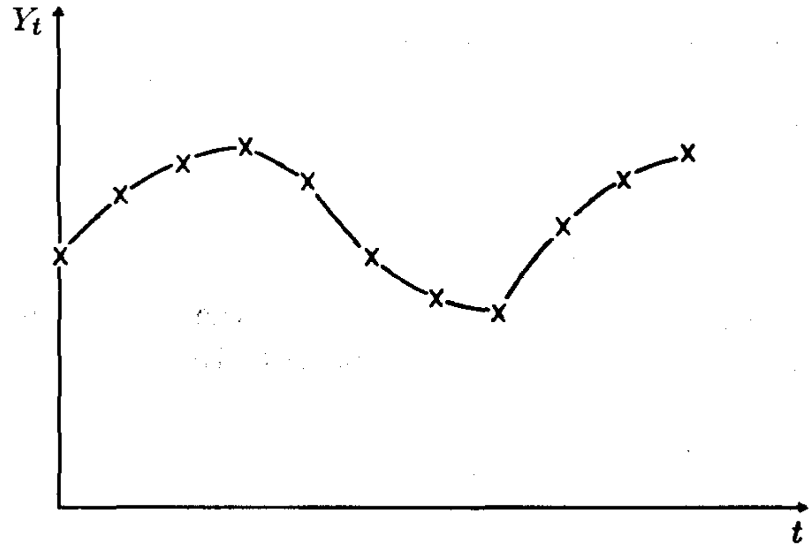
$$Y_{\tau+1} = cY_\tau + G - cT. \tag{12}$$

Следователно

$$\begin{aligned} Y_\tau - Y_{\tau+1} &= (1 - c)Y_\tau - (G - cT) \\ &= (1 - c)c^\tau Y_0 + (1 - c^\tau)B - c^\tau(G - cT) \\ &= (1 - c^\tau)B > 0, \end{aligned} \tag{13}$$

а $vY_{\tau+1} < vY_\tau = K_\tau = K_{\tau+1}$, така че $I_{\tau+2} = -D$, след което навлизаме в ера на отрицателни инвестиции и намаляваща капиталова наличност. Капиталът намалява линейно, а доходът намалява по-бавно от линейно, така че е възможно да бъде достигнат „етаж“, на който стопанството отново ще започне да расте. (По-горната аргументация предполага, че $vY_\tau = K_\tau$; ако вместо това се окаже, че $vY_\tau < K_\tau$, то единствената разлика се състои в това, че ерата на отрицателните инвестиции започва един период по-рано.)

Движението на дохода с течение на времето следва цикличната относно времето траектория, представена на фиг. А7.2. Това движение на дохода се нарича *търговски цикъл*.



Фиг. А7.2. Прост търговски цикъл

В този модел на търговския цикъл не се предоставя никаква роля на цените: той представлява съвсем директно разширение на простия мултипликационен модел. Може да изглежда странно, че такъв очевидно прост модел води до толкова комплексно поведение: ключът на тази загадка е в това, че инвестицията зависи от растежа на дохода, а когато мултипликационният ефект на инвестицията започне да спада, скоростта на растежа на дохода се забавя, а това става причина да спрат инвестициите, което принуждава дохода да падне, което от своя страна е причината инвестициите да станат отрицателни и цикълът да влезе в период на „спад", който продължава докато забавянето на скоростта на намаляването не причини следващия обрат и цикълът не премине в период на „възход".

Упражнения

А7.1. Докажете (5). С какво би се променил моделът, дефиниран посредством уравненията (2)–(4), ако потребителската функция няма лаг?

А7.2. Как инвестициите могат да бъдат отрицателни? Защо за произволна година може да има граница за количеството отрицателни инвестиции в стопанството?

А7.3. С какво би се различавал моделът с инвестиционна функция (6), ако потребителската функция няма лаг?

Предложения за допълнителна литература

Математиката, използвана в тази книга е почти изцяло от областта на висшата математика. Линейната алгебра има много интересни икономически приложения и едно подходящо въвеждащо разглеждане на тази проблематика е:

Geoffrey Heal, Gordon Hughes, Roger Tarling. Linear Algebra and Linear Economics (Macmillan, 1974).

Две книги, които частично съвпадат с предмета на тази книга, но започват на по-високо ниво и обхващат интересни области, които не са засегнати тук са:

J. W. S. Cassels. Economics for Mathematicians (Cambridge University Press, 1981).

Hal R. Varian. Microeconomic Analysis (W. W. Norton, 1978).

На по-високо ниво относно определени въпроси на микроикономиката е полезна следната литература:

Edmond Malinvaud. Lectures on Microeconomic Theory (North-Holland, 1972).

Kenneth J. Arrow, Frank H. Hahn. General Competitive Analysis (North-Holland, 1971).

Въведение в някои области, които не са разгледани тук, е дадено в:

Alan P. Kirman, Werner Hildenbrand. Introduction to Equilibrium Analysis (North-Holland, 1976).

По-задълбочено и строго разглеждане на теорията на дуализма представлява:

Daniel McFadden. *Cost and Revenue Functions*, Ch. 1, M. Fuss and D. McFadden (eds.). Production Economics: A Dual Approach to Theory and Applications. Vol. 1 (North-Holland, 1978).

За допълнително изследване на несъвършената конкуренция от гледна точка на теория на игрите вижте:

James W. Friedman. Oligopoly and the Theory of Games (North-Holland, 1977).

Стандартна литература в областта на теория на игрите е:

R. D. Luce, H. Raiffa. Games and Decisions (Wiley, 1957).

Вижте също така:

Michael Bacharach. Economics and the Theory of Games (Macmillan, 1976).

По-разширено и нематематическо разглеждане на въпроси от областта на макроикономиката, включени в тази книга, може да намерите в:

Rudiger Dornbusch, Stanley Fischer. Macroeconomics (McGraw-Hill, sec. ed., 1980).

Robert J. Cordon. Macroeconomics (Little, Brown, sec. ed., 1981).

По-задълбочен макроикономически анализ е даден в:

Arthur Okun. Prices and Quantities: A Macroeconomic Analysis (Blackwell, 1981).

Друг подход в макроикономическата теория може да бъде намерен в:

Edmond Malinvaud. The Theory of Unemployment Reconsidered (Blackwell, 1977).

Всеки би трябвало да прочете и класическия труд:

J. M. Keynes. The General Theory of Employment, Interest and Money (Macmillan, 1936).

За последните приноси към тематиката, засегнати накратко в края на глава 8, вижте:

David K. H. Begg. The Rational Expectations Revolution in Macroeconomics (Phillip Allan, 1982).

Robert E. Lucas Jr. Studies in Business-Cycle Theory (MIT Press and Blackwell, 1981).

Отговори и упътвания на някои от упражненията

Глава 1

1.5. Методите, използвани в раздел 1.3, могат да бъдат приложени и в този случай, като ни дават $p^* = \alpha/(b+\beta)$, $q^* = b\alpha/(b+\beta)$ и

$$p_t - p^* = -\frac{b(1-\gamma)}{\beta}(p_{t-1} - p^*).$$

Тук би трябвало да видим какво въздействие оказва големината на γ върху устойчивостта на равновесието.

1.9. Диференцирането относно t на уравненията на равновесието ни дава уравнения за $\frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}t}$ и $\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t}$, чието решаване ни дава

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}t} = \frac{px'(\pi)}{y'(p) - (1+t)x'(\pi)}, \quad \frac{\mathrm{d}\pi}{\mathrm{d}t} = \frac{py'(p)}{y'(p) - (1+t)x'(\pi)},$$

откъдето

$$\frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}t} = \frac{px'(\pi)y'(p)}{y'(p) - (1+t)x'(\pi)}.$$

1.10. Решаването на уравненията ни дава

$$p = \frac{\alpha - a}{\beta + b} - \frac{\beta}{\beta + b}t, \quad \pi = \frac{\alpha - a}{\beta + b} + \frac{b}{\beta + b}t, \quad q = \frac{a\beta + \alpha b}{\beta + b} - \frac{b\beta}{\beta + b}t.$$

Данъчният приход е $T = qt$ и диференцирането относно t показва, че максимализиращото прихода ниво на t е $(a\beta + \alpha b)/(2b\beta)$, на което ниво q е точно равно на половината на това, което е когато $t = 0$.

1.14. Диференцирането на (28) ни дава

$$\frac{\mathrm{d}p}{\mathrm{d}r} = \frac{-y_r}{y_p - x_p}, \quad \frac{\mathrm{d}q}{\mathrm{d}r} = \frac{-y_r x_p}{y_p - x_p}.$$

Следователно когато нивото на r е толкова ниско, че $y_r > 0$, едно покачване на r ще понижи p и ще повиши q; докато за високи нива на r, когато $y_r < 0$, едно покачване на r повишава p и понижава q.

1.24. Тъй като еластичността на предлагането е безкрайна, цената на която предлагащият получава е постоянно равна на настоящото си ниво от $10p$. Следователно за потребителя цената ще е $\pi = 10 + t$. Ако функцията на търсенето е $x(\pi)$, данъчният приход е $T = tx(\pi)$, а еластичността на търсенето $\pi x'(\pi)/x\pi$ е равна на $-1{,}2$. Следователно ефектът от изменението на данъците е

$$\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = x'(\pi) = -1{,}2\frac{x(\pi)}{\pi},$$

$$\frac{\mathrm{d}T}{\mathrm{d}t} = x(\pi) + tx'(\pi) = x(\pi)\left(1 - 1{,}2\frac{t}{10+t}\right).$$

Когато $t = 40$, $\mathrm{d}x/\mathrm{d}t$ е отрицателно, а $\mathrm{d}T/\mathrm{d}t$ е положително, така че и двете цели на правителството могат да бъдат постигнати посредством покачването на t. Максимализиращото данъчния приход ниво на t, на което $\mathrm{d}T/\mathrm{d}t$ става 0, е 50.

Глава 2

2.3. Максимализиращите печалбата начални стоки са $z_1 = 1$, $z_2 = 9$, така че $y = 3$, а печалбата е 9.

2.4. (а) Необходимите условия за максимализиране на печалбата са

$$z_1^{-1/2}z_2^{1/2} = 0, \quad z_1^{1/2}z_2^{-1/2} = 0$$

и всички стойности на z_1 и z_2, удовлетворяващи $z_1 = z_2$ удовлетворяват и тези две уравнения.

(б) Необходимите условия са

$$z_1^{1/2}z_2^{-1/2} - 2 = 0, \quad z_1^{-1/2}z_2^{1/2} - 1 = 0.$$

Първото уравнение изисква $z_1 = 4z_2$, докато второто изисква $z_1 = z_2$. Явно няма стойности, които да удовлетворяват и двете изисквания.

2.5. (i) (в) $(kz_1)^\alpha(kz_2)^\beta = k^{\alpha+\beta}z_1^\alpha z_2^\beta$, така че тази производствена функция има намаляващи, постоянни или нарастващи възвръщаемости относно мащаба в зависимост от това дали $\alpha + \beta$ е по-малко, равно или по-голямо от 1.

(г)

$$\left[(kz_1)^{-2} + (kz_2)^{-2}\right]^{-1/2} = \left[k^{-2}(z_1^{-2} + z_2^{-2})\right]^{-1/2} = k(z_1^{-2} + z_2^{-2})^{-1/2},$$

така че тази функция има постоянни възвръщаемости относно мащаба.

(ii) (в) $\partial y/\partial z_1 = \alpha z_1^{\alpha-1} z_2^{\beta}$, а $\partial y/\partial z_2 = \beta z_1^{\alpha} z_2^{\beta-1}$, така че функцията има понижаващи се възвръщаемости относно z_1, ако $\alpha < 1$, и относно z_2, ако $\beta < 1$.

(г)

$$\partial y/\partial z_1 = \left(z_1^{-2} + z_2^{-2}\right)^{-3/2} z_1^{-3} = \left[1 + (z_1/z_2)^2\right]^{-3/2}$$

и симетрично

$$\partial y/\partial z_2 = \left[(z_2/z_1)^2 + 1\right]^{-3/2},$$

така че функцията има понижаващи се възвръщаемости относно двете начални стоки.

(iii) При $\alpha + \beta > 1$ и $\alpha < 1$ и $\beta < 1$ ще имаме покачващи се възвръщаемости относно двете начални стоки. Съществуват стойности на α и β, които удовлетворяват тези изисквания — например $\alpha = \beta = 2/3$. Невъзможно е обаче да се намерят стойности на α и β, такива че $\alpha + \beta \leq 1$ и $\alpha > 1$ или $\beta > 1$ (спомнете си, че α и β са положителни).

(iv) Изоквантата се описва от уравнението $\left(z_1^{-2} + z_2^{-2}\right)^{-1/2} = 4$, т.е. $(1/z_1^2) + (1/z_2^2) = 1/16$, така че тя ще бъде асимптота както на $z_1 = 4$, така и на $z_2 = 4$.

2.8. (в)

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\alpha z_2}{\beta z_1},$$

което е намаляваща функция на z_1/z_2.

(г)

$$\frac{F_1}{F_2} = \frac{\left(z_1^{-2} + z_2^{-2}\right)^{-3/2} z_1^{-3}}{\left(z_1^{-2} + z_2^{-2}\right)^{-3/2} z_2^{-3}} = \left(\frac{z_2}{z_1}\right)^3,$$

намаляваща функция на z_1/z_2.

2.11. (а)

$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\alpha z_2}{\beta z_1},$$

така че

$$\frac{z_1}{z_2} = \frac{\alpha}{\beta}\left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{-1}$$

и

$$\sigma = \frac{w_1/w_2}{z_1/z_2}\frac{\mathrm{d}(z_1/z_2)}{\mathrm{d}(w_1/w_2)} = \frac{-(\alpha/\beta)(w_1/w_2)^{-1}}{z_1/z_2} = -1.$$

Следователно
$$\frac{w_1 z_1}{w_2 z_2} = \frac{\alpha}{\beta},$$
което е константа, потвърждавайки по този начин (25).

(б)
$$\frac{w_1}{w_2} = \frac{\left(z_1^{-\alpha} + z_2^{-\alpha}\right)^{-(1/\alpha)-1} z_1^{-\alpha-1}}{\left(z_1^{-\alpha} + z_2^{-\alpha}\right)^{-(1/\alpha)-1} z_2^{-\alpha-1}} = \left(\frac{z_1}{z_2}\right)^{-(\alpha+1)},$$
така че
$$\frac{z_1}{z_2} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{-1/(1+\alpha)}$$
и
$$\sigma = \frac{w_1/w_2}{z_1/z_2}\frac{\mathrm{d}(z_1/z_2)}{\mathrm{d}(w_1/w_2)} = -\frac{1}{\alpha+1}, \quad \frac{w_1 z_1}{w_2 z_2} = \left(\frac{w_1}{w_2}\right)^{\alpha/(\alpha+1)},$$
така че $w_1 z_1/w_2 z_2$ нараства или намалява заедно с w_1 в зависимост от това дали $\alpha > 0$ или $\alpha < 0$, т.е. в зависимост от това дали $|\sigma| < 1$ или $|\sigma| > 1$.

2.13. (в) Това е обобщение на примера, разгледан в раздел 2.7. Решенията са :
$$z_1(w_1, w_2, y) = \left[\left(\frac{\alpha}{\beta}\frac{w_2}{w_1}\right)^{\beta} y\right]^{1/(\alpha+\beta)},$$
$$z_2(w_1, w_2, y) = \left[\left(\frac{\beta}{\alpha}\frac{w_1}{w_2}\right)^{\alpha} y\right]^{1/(\alpha+\beta)},$$
$$c(w_1, w_2, y) = (\alpha+\beta)\left[\left(\frac{w_1}{\alpha}\right)^{\alpha}\left(\frac{w_2}{\beta}\right)^{\beta} y\right]^{1/(\alpha+\beta)}.$$

(г) От необходимите условия получаваме, че $z_2/z_1 = (w_1/w_2)^{1/3}$, така че
$$y = \left[z_1^{-2} + z_1^{-2}(w_2/w_1)^{2/3}\right]^{-1/2} = z_1\left[1 + (w_2/w_1)^{2/3}\right]^{-1/2},$$
откъдето
$$z_1(w_1, w_2, y) = \left[1 + (w_2/w_1)^{2/3}\right]^{1/2} y,$$
$$z_2(w_1, w_2, y) = \left[(w_1/w_2)^{2/3}\right]^{1/2} y,$$
$$c(w_1, w_2, y) = \left(w_1^{2/3} + w_2^{2/3}\right)^{3/2} y.$$

Тъй като производството има спадаща маргинална степен на заместване (упражнение 2.8), това действително дава истинския минимум. Средният разход е $\left(w_1^{2/3} + w_2^{2/3}\right)^{3/2}$, което не зависи от y, отразявайки по този начин постоянните възвръщаемости относно мащаба.

2.14. (и съответната част от 2.18). Вж. раздел 3.3.

2.20. Първоначално $y = 1000$ и печалбата е 9800 лири. Безвъзмездната субсидия (а) оставя y непроменено и повишава печалбите на 10 800 лири. Безвъзмездната субсидия (б) покачва y на 1050, а печалбата на 10 825 лири. Безвъзмездната субсидия (в) покачва y на 1250, а печалбата на 10 425 лири.

2.24. „Печалбите“, които се изчисляват от данъчния инспектор, са $py - w_2z_2 - w_3z_3$, така че данъчното облагане е $0{,}5(py - w_2z_2 - w_3z_3)$. Действителните печалби на фирмата след плащането на данъците са

$$\begin{aligned} &py - w_1z_1 - w_2z_2 - w_3z_3 - 0{,}5(py - w_2z_2 - w_3z_3) \\ &= 0{,}5(py - 2w_1z_1 - w_2z_2 - w_3z_3), \end{aligned}$$

така че въздействието върху поведението е същото, каквото е въздействието при удвояване на цената на капитала.

2.36. Ключът за намиране на отговора на тези въпроси е в разбиването на постулираната промяна в цената на две части: в едната всички цени се изменят пропорционално, а в другата част се изменя само една от цените.

Глава 3

3.1. Съотношението е

$$z_1 \frac{\partial}{\partial z_1}\left(\frac{F(z_1, z_2)}{z_1}\right) = \frac{\partial F(z_1, z_2)}{\partial z_1} - \frac{F(z_1, z_2)}{z_1}.$$

3.2. Трябва да покажете, че w_2 не влиза в *нито едно* от трите уравнения, определящи предлагането.

3.10. Задачата за минимализация на разходите (в далечна перспектива) се решава от $z_1 = 3y$, $z_2 = 3y/2$, така че $c = 9y$, а LRAC = LRMC = 9. Ако z_2 е фиксирано на ниво 300, функцията на разходите в близка перспектива е

$$c = \frac{300y}{300 - y} + 1200.$$

Сега вече е лесно да бъдат намерени функциите SRAC, AVC и SRM. И трите са асимптоти на $y = 300$; SRMC и AVC монотонно нарастват, започвайки от $y = 0$, докато SRAC има U-образна форма и достига минималната си стойност 9 (= LRAC) в точката $y_1 = 200$, където тя е равна и на SRMC. Оттук следва, че са удовлетворени (14), (15) и (16).

3.11. За производствената функция на предишното упражнение за $p \geq w_1$ имаме

$$y(w_1, p, z_2) = [1 - (w_1/p)^{1/2}]z_2 \quad \text{и} \quad z_1(w_1, p, z_2) = [(p/w_1)^{1/2} - 1]z_2.$$

3.18. Помислете какво ще стане със средния разход, когато крайната продукция стане много малка.

3.19. За всички фирми маргиналният разход е $0{,}02y - 10$, но тъй като $c(0) = 0$, то няма да има фиксирани разходи и фирмата ще произвежда само ако маргиналният разход надвишава средния. Първите 80 фирми ще влязат при цена 2, всяка с крайна продукция 600, следващите 80 ще влязат при цена 4, всяка с крайна продукция 700, а 140 ще влязат при цена 6 и с крайна продукция 800. Предлагането на отрасъла е 0 до ниво на цената 2; неопределено между 0 и 48 000 при $p = 2$; $4000p + 40\,000$ за $2 < p < 4$; неопределено между 56 000 и 112 000 при $p = 4$; $8000p + 80\,000$ за $4 < p < 6$ и т.н.

3.20. Фирмите с по-високи разходи няма да произвеждат.

3.24. Ако знаете как се използват диференциали, може да вземете тоталните диференциали от (54) и (56) при дадено $\mathbf{w}$ и като използвате (55), се получава $dc = pdy$, което е и търсеният резултат.

Друга възможност е да се замести (56) в (54), за да се изрази c като функция на w, y, y^2, ..., y^F и след това да се използва (55), за да се покаже, че $\dfrac{\partial c}{\partial y^f} = 0$ за $f = 2, \ldots, F$, така че c всъщност ще бъде функция само на y и $\partial c/\partial y = p$.

Глава 4

4.2.

(i) $x_1 = m/(2p_1), \quad x_2 = m/(2p_2)$;

(ii) $x_1 = 2m/(3p_1), \quad x_2 = m/(3p_2)$;

(iii) $x_1 = \alpha m/p_1, \quad x_2 = \beta m/p_2, \; x_3 = \gamma m/p_3$.

4.7. $\partial c(\mathbf{w},y)/\partial w_i = z_i(\mathbf{w},y)$, $\quad \partial z_i(\mathbf{w},y)/\partial w_j = \partial z_j(\mathbf{w},y)/\partial w_i$.

4.8. (i) (Сравнете с упражнение 2.14 и вижте раздел 3.3.)

$$e(p_1,p_2,u) = u^2 p_1 p_2/(p_1+p_2),$$

$$x_1(p_1,p_2,u) = [up_2/(p_1+p_2)]^2,$$

$$x_2(p_1,p_2,u) = [up_1/(p_1+p_2)]^2.$$

Функциите на търсенето се дават от (19) и лесно се вижда, че е в сила (33). Диференцирането потвърждава верността на (29).

(ii)

$$e(p_1,p_2,u) = e^u \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \left(\frac{p_2}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha},$$

$$x_1(p_1,p_2,u) = e^u \left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{p_2}{p_1}\right)^{1-\alpha},$$

$$x_2(p_1,p_2,u) = e^u \left(\frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{p_1}{p_2}\right)^{\alpha}$$

и използваме (22), за да потвърдим верността на (33). Верността на (29) се потвърждава чрез диференциране.

4.9. Функциите на търсенето се дават от (16), а компенсираните функции на търсенето — от (31). За x_1 (35) се потвърждава посредством следната верига от равенства:

$$\frac{\partial x_1(p_1,p_2,m)}{\partial p_1} = -\frac{\alpha m}{p_1^2} = -\frac{x_1}{p_1},$$

$$\frac{\partial x_1(p_1,p_2,u)}{\partial p_1} = -(1-\alpha)\left(\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{p_2}{p_1}\right)^{1-\alpha}\frac{u}{p_1} = -(1-\alpha)\frac{x_1}{p_1},$$

$$x_1\frac{\partial x_1(p_1,p_2,m)}{\partial m} = \frac{\alpha}{p_1}x_1.$$

4.13. Диференцирането относно m ни дава

$$\sum_{i=1}^{n} p_i \frac{\partial x_i(\mathbf{p},m)}{\partial m} = 1$$

или

$$\sum_{i=1}^{n} \frac{p_i x_i}{m}\left(\frac{m}{x_i}\frac{\partial x_i(\mathbf{p},m)}{\partial m}\right) = 1,$$

така че сумата от еластичностите на дохода, претеглени с дяловете им в общия разход, е равна на 1.

4.14. (Сравнете с упражнение 2.36.) Проведете разсъжденията си на две стъпки: всички цени и доходът се покачват с 10% а след това доходът става отново на първоначалното си ниво.

4.19..

$$x_1(p_1, p_2, m) = a_1 + \alpha(m - p_1 a_1 - p_2 a_2)/p_1,$$

$$x_2(p_1, p_2, m) = a_2 + (1-\alpha)(m - p_1 a_1 - p_2 a_2)/p_2,$$

$$x_1(p_1, p_2, u) = a_1 + \left(\frac{\alpha p_2}{1 - \alpha p_1}\right)^{1-\alpha} u,$$

$$x_2(p_1, p_2, u) = a_2 + \left(\frac{1 - \alpha p_1}{\alpha p_2}\right)^{\alpha} u,$$

$$e(p_1, p_2, u) = p_1 a_1 + p_2 a_2 + \left(\frac{p_1}{\alpha}\right)^{\alpha} \left(\frac{p_2}{1-\alpha}\right)^{1-\alpha} u,$$

a_1 и a_2 могат да бъдат интерпретирани като изисквания за същински минимум.

4.24.

$$x_1(p_1, p_2, w, m) = (m + 24w)/(12p_1),$$

$$x_2(p_1, p_2, w, m) = (m + 24w)/(6p_2),$$

$$L(p_1, p_2, w, m) = (24w - 3m)/(4w).$$

Ясно е, че ако $m = 0$, $L = 6$; докато ако $m > 0$, $\partial L/\partial w > 0$.

4.26. (i) и (ii) Първоначалното бюджетно ограничение на г-н D е

$$px + 2N = 376$$

и той избира $N_1 = 148$, $x_1 = 80/p$. След това то става

$$px + 1{,}8N = 342{,}4$$

и той избира $N_2 = 143$, $x_2 = 85/p$. Тъй като

$$px_2 + 2N_2 = 371 < 376$$

и

$$px_1 + 1{,}8N_1 = 346{,}4 > 342{,}4,$$

излиза, че неговите избори са правилни и той ще има по-добра изгода в първата ситуация, което всъщност е видно от диаграмата или от простия факт, че това, което се е случило е, че възнаграждението му е намаляло.

(iii) Пресмятания като горните показват, че неговите предпочитания са се променили: поведението му сега не е в духа на неговите предишни решения за избор.

Глава 5

5.5. Еластичността на търсенето е $-1/b$. Потребителският излишък е

$$\int_0^1 (x^{-b} - 1)\,\mathrm{d}x = \begin{cases} \dfrac{1}{1-b}x^{1-b} - x\Big|_0^1, & \text{ако } b \neq 1 \\ \log x - x\Big|_0^1 & \text{ако } b = 1. \end{cases}$$

При това обаче $0^{1-b} = \infty$, ако $b > 1$, а $\log 0 = -\infty$, така че интегралите съществуват само когато $b < 1$, в които случаи потребителският излишък е $1/(1-b) - 1 = b/(1-b)$. Във всички случаи, цената, която маргиналният потребител е готов да плати, нараствайки клони към безкрайност, когато x намалявайки клони към нула, но ако $b < 1$ (еластичността на търсенето надвишава единица) повишаването на цената е достатъчно бавно, за да може лицето под кривата на търсенето да е крайно.

5.14. Стойността в центове мостът да бъде отворен за безплатно ползване е

$$\int_0^{1000} (100 - 0{,}1x)\mathrm{d}x = 50000,$$

което ще рече, че неговата стойност е 500 долара на ден, а това надвишава разходите, необходими той да бъде държан отворен. Няма обаче единична цена, която да покрие разходите, понеже цената, максимализираща прихода, е 50c, което докарва 250 долара на ден. Необходима е или ценова дискриминация или налагането на данъци.

Глава 6

6.3. (a) Печалбата е

$$py - w_1 z_1 - w_2 z_2 = y^{-1} - w_1 z_1 - w_2 z_2 = z_1^{-1/3} z_2^{-2/3} - 8z_1 - 2z_2$$

и тъй като производните на тази функция относно z_1 *и* z_2 са отрицателни, тя не може да има максимум.

(б) $c = 6y$ е разходната функция (за производната вж. раздел 2.4). Приходът е $R = py = u^{-1}$. MC $= 6$, MR $= -y^{-2}$, така че няма стойност на y, която да бъде равна на две.

(в) Понеже MC $>$ MR при всички стойности на y, то най-добре е да се направи y колкото е възможно по-малко. Печалбите са $y^{-1} - 6y$, което клони към безкрайност, когато y клони към нула. Това са следствията от невероятното предположение, че дори за много малко y еластичността на търсенето е $1/2$, така че приходът нараства, когато y спада.

(г) Сега MR $= 12y^{-1/3}$ и печалбата е максимална, когато $y = 8$.

6.11. При една-единствена цена печалбата като функция на цената е

$$\pi = p^{-1} + p^{-2} - 0{,}6(p^{-2} + p^{-3}),$$

която достига максимума си за $p = 1$, $y_1 = 1$, $y_2 = 1$. При ценова дискриминация

$$\pi = p_1^{-1} + p_2^{-2} - 0{,}6(p_1^{-2} + p_2^{-3}),$$

като достига максимума си при $p_1 = 1{,}2$, $p_2 = 0{,}9$, $y_1 = 0{,}69$, $y_2 = 1{,}37$. Забележете, че в пазар с ниска еластичност на търсенето при дискриминиращия случай цената се повишава.

6.14. Съвместните печалби са

$$p_1(y_1)y_1 + p_2(y_2)y_2 - c(y_1 + y_2) - g(y_2),$$

така че за да се максимализират тези съвместни печалби, ще искаме

$$\mathrm{MR}_1(= p_1 + p_1'(y_1)y_1) = \mathrm{MC}_1(= c(y_1 + y_2)),$$

$$\mathrm{MR}_2(= p_2 + p_2'(y_2)y_2) = \mathrm{MC}_2(= c(y_1 + y_2) + g'(y_2)).$$

Субсидираните печалби са

$$p_2(g_2)y_2 - p_3y_2 - g(y_2),$$

а максимализиращото печалбите правило е

$$\mathrm{MR}_2 = p_3 + g'(y_2),$$

а за да остане то съвместимо с максимализиращото съвместната печалба правило, фирмата-майка трябва да положи $p_3 = c'(y_1 + y_2)$.

6.18. Функциите на реакцията придобиват вида

$$y_i = (a - c - by_j)/(2b + 2d).$$

6.19. Поведението на фирмата за максимализиране на печалбата не зависи от g, така че (27) и (28) ще са все още в сила, а цената ще бъде $a - bx = c + (a-c)/(n+1)$. Фирмите ще влизат в отрасъла само дотогава, докато се получават положителни печалби, така че n ще бъде най-голямото цяло число, удовлетворяващо $p \geq c + g/y_f$, т.е. удовлетворяващо $n \leq 1 + (a-c)/(bg)^{1/2}$. Забележете, че това число намалява заедно с намаляването на b, c и g и нараства с нарастването на a, както можеше да се очаква.

6.20. Ако фирма 1 е водач, то в сила е (25) за $f = 2, \ldots, n$, което ни дава

$$(n-1)\left(a - c - by_1 - b\sum_{f=2}^{n} y_f\right) - b\sum_{f=2}^{n} y_f = 0,$$

така че целта на фирма 1

$$\text{да се максимализира}_{y_1} \ \left(a - by_1 - b\sum_{f=2}^{n} y_f\right)y_1 - c_1$$

може да бъде записана във вида

$$\text{да се максимализира}_{y_1} \ \frac{n+1}{2n}(a - c - by_1)y_1$$

и следователно равновесието ще бъде $y_1 = (a-c)/2b$ (независещо от n), докато

$$y_2 + \cdots + y_n = (n-1)(a-c)/(2nb), \qquad y_f = (a-c)/(2nb)$$

за $f = 2, \ldots, n$, а $p = c + (a-c)/2n$.

6.23. Лесно може да се покаже, че условието, съответстващо на (52), е

$$c_i'(y_i) = p_i\left(1 + \frac{y_i}{p_i}\frac{\partial p_i}{\partial y_i}\right),$$

но тогава ще е необходимо да докажете, че $(y_i/p_i)(\partial p_i/\partial y_i)$ не е същото като $1/e_i$. Примерът, използван в (42)–(44), е достатъчен: $\partial y_1/\partial p_1 = -2$, но ако преобразувате уравненията, за да получите $p_1(y_1, y_2)$, ще видите, че $\partial p_1/\partial y_1 = -2/3$. Следователно изходът е различен.

6.25. $e_i = -2$, така че $p_i = 2c$ за всички фирми, а $y_i = (2c)^{-1}(n-1)^{-2}$, така че равновесният брой фирми ще бъде най-голямото цяло число n, удовлетворяващо $c + 2cg(n-1)^2 \leq 2c$, т.е. $n \leq 1 + (2g)^{1/2}$.

Функцията на търсенето е намаляваща относно p_i и нарастваща относно p_j, а при дадени цени — намаляваща относно n. Тя е хомогенна от ред -1 относно цените (което не противоречи на стандартната теория на потреблението, тъй като n-те стоки, произвеждани в този отрасъл, не са единствените предлагани на потребителя стоки), така че ако всички цени нарастнат пропорционално, тъсенето ще намалее. Всичко това изяснява логични свойства на функцията.

Глава 7

7.6. Равновесният доход се определя от

$$Y = c(1-t)Y + I + G,$$

така че спестяването е

$$S = (1-c)(1-t)Y = \frac{(1-c)(1-t)}{1-c(1-t)}(I+G),$$

откъдето може да бъде пресметнато и въздействието от изменението на c.

7.7.

$$\partial Y/\partial G = 1/[1-(1-t)C_Y],$$

$$\partial D/\partial G = (1-t)(1-C_Y)/[1-(1-t)C_Y],$$

където $D = G - T$.

7.9.

$$\partial Y/\partial G + \partial Y/\partial T = (1-C_Y)/(1-C_Y+M_Y) < 1.$$

Ако $M = M(Y-T)$, $\partial Y/\partial G + \partial Y/\partial T = 1$.

7.10. От (39) следва, че $Y_t = c^{t-1}Y_1 + (1-c^{t-1})Y_e$, но $Y_1 = Y_e + \delta I$, тъй като $Y_e = Y_0 = a + cY_e + I$, откъдето $Y_t = Y_e + c^{t-1}\Delta I$ за $t = 1, 2, 3, \ldots$

7.13. Стойността на T, която удовлетворява условията от първи и втори ред за някой от максимумите, е $T = [\alpha/(1+r)]^2$. Тъй като T не бива да надвишава 1, оптимално е да положим $T = 1$, ако настоящата стойност е нарастваща функция на T за $T = 1$, т.е. ако $\alpha \geq 1 + r$.

7.14. Според (58) годишното плащане трябва да удовлетворява

$$100 = \frac{a}{0{,}05}\left(1 - \frac{1}{(1{,}05)^{10}}\right) + \frac{100}{(1{,}05)^{10}},$$

откъдето следва, че $a = 5$.

7.17. „Четните" и „нечетните" облигации имат съответни сегашни стойности

$$\mathrm{PV_E} = \frac{100}{(1+r)^2 - 1} = \frac{100}{2r + r^2},$$

$$\mathrm{PV_O} = \frac{100(1+r)}{(1+r)^2 - 1} = \frac{100(1+r)}{2r + r^2},$$

така, че $\mathrm{PV_E} + \mathrm{PV_O} = 100/r$.

7.24. (i) $\dfrac{\partial Y}{\partial T} = \dfrac{-(1-S_Y)L_r}{S_Y L_r + I_r L_Y} < 0, \quad \dfrac{\partial r}{\partial T} = \dfrac{(1-S_Y)L_Y}{S_Y L_r + I_r L_Y} > 0;$

(ii) $\dfrac{\partial Y}{\partial G} + \dfrac{\partial Y}{\partial T} = \dfrac{S_Y L_r}{S_Y L_r + I_r L_Y} < 1.$

Въздействието, което оказва T, е противоположно по знак и по-малко с множителя $(1 - S_Y)$ от въздействието на G. Въздействието върху Y на балансираното изменение в бюджета е по-малко от 1, понеже балансираният бюджетен мултипликатор (хоризонталното преместване по кривата IS) е 1, а въздействието на нарастналата лихва е да се обезсили мултипликационното въздействие.

7.28.

$$\frac{\partial Y}{\partial G} = \frac{L_r}{S_Y L_r + IM_Y L_r + I_r L_Y},$$

и ако $B = X - IM$,

$$\frac{\partial B}{\partial G} = \frac{-IM_Y L_r}{S_Y L_r + IM_Y L_r + I_r L_Y} > -1.$$

Глава 8

8.1. В дългосрочния модел, уравненията (1) и (2) при Y фиксирано и равно на Y^* ни дават

$$\frac{\partial P}{\partial T} = -\frac{(1 - S_Y)L_r}{I_r M/P^2} < 0.$$

Тогава $\partial P/\partial T = -(1 - S_Y)(\partial P/\partial G)$, където $\partial P/\partial G$ се дава от (12), а изменението в инвестициите е

$$I_r \frac{\partial r}{\partial T} = 1 - S_Y < 1.$$

В краткосрочния модел равенствата (1), (2), (6) и (7) при фиксирано W ни дават

$$\frac{\partial Y}{\partial T} = -(1 - S_Y)\frac{\partial Y}{\partial G}, \quad \frac{\partial P}{\partial T} = -(1 - S_Y)\frac{\partial P}{\partial G},$$

където $\partial Y/\partial G$ и $\partial P/\partial G$ се дават от (21) и (22).

8.6. Диференцирането на (28) и (29) относно π при **фиксирани** G, T и M/P ни дава

$$\frac{\partial Y}{\partial \pi} = -\frac{L_r I_r}{S_Y L_r + I_r L_Y} > 0.$$

8.8. Използвайте уравнения (45), (44) и (40), за да покажете, че фиксирането на Y_t на нива, по-високи от Y^*, води до усилен растеж на паричното предлагане, нарастваща инфлация както на възнагражденията, така и на цените (като скоростта на нарастване на инфлацията е по-голяма от скоростта на нарастване на парите), и на увеличаване на инфлационните очаквания (очакваната скорост на нарастване на инфлацията е по-ниска от скоростта на нарастването на парите).

Индекс

Речник на термините

abolish отменям, премахвам, анулирам.
abolition анулиране, унищожаване, премахване.
accurately точно, акуратно, правилно, вярно.
adjustment приспособяване, регулиране.
agent агент, представител, участник в икономическата дейност (индивид, фирма), посредник; ***competitive*** ~ — конкурент.
aggregate съвкупен, общ, агрегатен.
alleviate облекчавам, туширам.
allocation разпределение.
alter променям.
apparent видим, явен, несъмнен.
arbitrary произволен, условен.
area площ, лице, повърхнина, област, обсег.
argue споря, опитвам се да докажа.
argument довод, аргумент, аргументация, съждение.
artefact = artifact дело на човешката ръка, творение.
assert отстоявам, твърдя, заявявам.
asset(s) актив(и), авоар(и), вещ(и).
attitude становище, отношение.

bear нося, разпореждам
benefit полза, изгода; ~ ***function*** — функция на полезността.
bequest завещание, наследство, посмъртен дар.
blank празен, бял.
bond облигация, бон, задължение, споразумение.
borrow вземам на заем, заимствам.
bundle пакет, вързоп, кошница.

cease прекратявам, спирам.
circulation обръщение, оборот, тираж; ***velocity of*** ~ — скорост на обръщението.

cobweb cycle цикъл на паяжината.

compensation компенсация, възнаграждение; ~ ***variation*** — компенсационна разлика.

competition конкуренция, състезание.

compound **1.** сложен, съставен; **2.** погасявам частично дълг, олихвявам.

concept понятие, идея, обща представа.

confine ограничавам се, придържам се към.

consumer потребител, консуматор.

consumption потребление, консумация; ***aggregate*** ~ — съвкупно потребление.

contrivance план, средство, трик, изобретение.

cost разход; ~ ***function*** — функция на разходите, разходна функция.

course ход, течение, курс; ***in due*** ~ — своевременно, когато трябва, когато му дойде времето.

croud out избутвам.

crucial решаващ, критичен, съдбовен.

circumvent надхитрявам, заобикалям (закон).

curve крива; ***downward-sloping*** ~ — низходяща крива, ***upward-sloping*** ~ — възходяща крива.

dampen обезсилвам, подтискам.

deficiency липса, недостиг, недостатък, слабост, несъвършенство.

demand търсене; ***aggregate*** ~ — съвкупно търсене, ~ ***curve*** — крива на търсенето, ***excess*** ~ — свръхтърсене, ~ ***function*** — функция на търсенето.

demander купувач, консуматор.

deteriorate влошавам (се).

discounting дисконтиране, сконтиране; ~ ***factor*** — дисконтов (сконтов) множител.

disposable в наличност, на разположение.

diversion отклонение, разсейване.

duality дуализъм, дуалност.

earning приход.

economy стопанство.
effect влияние, резултат, въздействие, ефект; *cross-price* ~ — кръстосано-ценово въздействие.
encourage насърчавам.
endowment дарение, фонд(ация), дарба.
entry влизане, встъпване, вход, вписване, полагане.
equilibrium равновесие; *general* ~ — общо равновесие.
expectation очакване; *rational* ~ — рационално очакване.
expenditure разноски, харчене; ~ *function* — функция на разноските.
externalities външна среда, обкръжаваща среда.

firm фирма; *competitive* ~ — конкурираща фирма.
forthcoming предстоящ.
function функция; *implicit* ~ — неявна функция.

gain печеля, печалба.
gains приходи, доходи.
generate генерирам, създавам, произвеждам.
going on става, провежда се.
goods стоки; *inferior* ~ — непълноценна стока.
grocer бакалин.
grocery бакалия.

harm вреда, зло.
harmful вреден, пакостен.

idle безработен, незает.
imperfect information непълна информация.
income доход; *national* ~ — национален доход; *total national* ~ — съвкупен национален доход.
industry индустрия, промишленост, клон на промишлеността, бранш.
inevitably неизбежно.
inflow прилив, вливане, приход.

injection	инжекция, вноска.
inputs	начални стоки, вложения (за даден производствен цикъл).
insurance	застраховка; ~ ***premium*** — застрахователна вноска.
interest	лихва, лихвен процент; ***compound*** ~ — проста/сложна лихва.
issue	спорен въпрос, проблематика, проблем.
justify	оправдавам, обяснявам, извинявам, доказвам правотата.
justification	урегулиране, уравновесяване.
lag	лаг, забавяне, закъснение, изоставане.
leisure	свободно време.
lend	давам на заем.
lend-lease	заем-наем.
lender	заемодател; ***money-~*** — лихвар.
levy	вземам, събирам, налагам (данък).
lump-sum	обща, глобална сума
marginal	маргинален; ~ ***cost*** — маргинален разход, ~ ***propensity to consume*** — маргинална склонност към потребление, ~ ***rate of substitution*** — маргинална степен на заместване.
market	пазар; ***competitive*** ~ — конкурентен пазар, ***imperfectly competitive*** ~ — несъвършено-конкурентен пазар.
multiplier	мултипликатор, множител; ~ ***model*** — мултипликационен модел.
notability	значение, значителност.
oligopoly	олигополия; ***collusive*** ~ — заговорническа олигополия.
outputs	крайни стоки (за даден производствен цикъл), крайна продукция.
patern	образец, особеност, тенденция, насока.
persuade	убеждавам, увещавам, скланям, мотивирам.

plausible	правдоподобен, приемлив.
precautionary	предпазен, предохранителен, превантивен.
preferance	предпочитание; ***revealed*** ~ — проявено предпочитание.
price	цена; ~-***taker*** — приемащ цената (потребител или производител, който възприема цената на стоката като нещо, върху което той индивидуално няма нито влияние, нито контрол); ***cross***-~ — кръстосана цена; ***market-clearing*** ~ — пазарна клирингова цена (цената, която изравнява търсенето и предлагането).
proceeds	постъпления, приход.
producer	производител.
production	производство; ~ ***function*** — производствена функция.
profit	печалба; ~ ***function*** — функция на печалбата.
proportion	отношение, пропорция.
purchase	**1.** покупка; **2.** купувам, набавям, придобивам.
rate	норма, стойност процент, скорост (на изменение).
ration	дажба, порцион; ~ ***coupons*** — купони.
receipts	постъпления, печалби, приход.
redeem	погасявам, издължавам се.
relevant	уместен, адекватен, съответен.
return	**1.** връщам; **2.** възвръщаемост, компенсация.
returns to scale	възвръщаемост на производството.
revenue	приход, постъпления.
rival	конкурент, съперник.
royalties	хонорар, възнаграждения, концесии.
rule out	изключвам (възможност).
run	продължителност, последователност; ***long*** ~ — в дългосрочен план, продължителен период; ***short*** ~ — в краткосрочна перспектива, краткосрочен период.

seller	продавач.
shortage	недостиг, липса.
slope	наклон, склон.
slope down	**1.** спускам се, снижавам се; **2.** понижение, снижение.
slope up	**1.** покачвам се; **2.** повишение, покачване.
spend	харча.
spoil	печалба, изгода.
stagflation	стагфлация (инфлация + стагнация).
steep	стръмен, краен, остър.
stick (to)	придържам се.
subsidiary	дъщерна фирма, филиал.
subsidy	субсидия.
substitute	замествам (за стока); ***gross*** ~ — брутен заместител.
subtle	тънък, фин, неуловим.
sum	сума; ~ ***up*** — сумирам, резюмирам, обобщавам.
supply	**1.** снабдявам; **2.** предлагане; ***aggregate*** ~ — съвкупно предлагане; ~ ***curve*** — крива на предлагането; ~ ***function*** — функция на предлагането.
supplier	доставчик, предлагащ.
surplus	излишък, активно салдо; ~ ***value*** — принадена стойност.
swap	суап, размяна, замяна.
tariff	тарифа (за мита, превоз и пр.).
tax	**1.** облагам с данък; **2.** данък, налог. ~ ***bill*** — данъчно облагане; ~ ***on imports/exports*** — данък върху вноса/износа; ~ ***over*** — свръхданък; ***sales*** ~ — данък върху оборота; ***value added*** ~ ***(VAT)*** — ДДС.
taxman	данъчен чиновник.
tenuous	тънък, разреден, оскъден.
thrift	пестеливост, спестовност, икономия.
tout	**1.** предлагам настойчиво, натрапвам стоки; **2.** натрапник, пласьор на стоки.
trace	чертая, начертавам, очертавам, трасирам, проследявам.

trade търговия, бранш, занаят.
transaction транзакция, сделка.
Treasury Министерство на финансите.

uncertain неопределен, несигурен.
uncertainty неопределеност, несигурност.
unemployment безработица.
unjust несправедлив.
utility полезност, полза; ~ ***function*** — функция на полезността.
utmost краен, пределен, максимален.

value стойност; ***present*** ~ — сегашна стойност; ***future*** ~ — бъдеща стойност; ***surplus*** ~ — принадена стойност.
variable променлива; ***dummy*** ~ — фиктивна променлива; ***endogenous*** ~ — ендогенна (вътрешна) променлива; ***exogenous*** ~ — екзогенна (външна) променлива.
variance вариране, несъгласие, разлика, промяна.

wage възнаграждение, заплата, надница.
wealth благосъстояние, богатство, състояние.
welfare благоденствие, благополучие, богатство; ~ ***economics*** — икономика на благосъстоянието.
well-off състоятелен, заможен.
withdraw **1.** изтеглям (се), оттеглям (се), отдръпвам (се); **2.** изтеглям от обръщение.
withdrawal **1.** изтегляне, оттегляне, отдръпване; **2.** изтегляне от обръщение; ***withdrawals equal injections*** — изтеглянията са равни на вноските.
worth на стойност, със стойност.