ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
Специалност Приложна Математика
31 януари 2007 г.
Вариант I

Име:

Факултетен №   , Група

Задача 1. В четиримерното реално линейно пространство V е зададен линеен оператор φ, който спрямо даден базис има матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 3 & 3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Да се намерят:
(а) базиси на подпространствата $Ker\varphi$ и $Im\varphi$;
(б) собствените стойности и собствените вектори на φ.

Задача 2. В зависимост от стойностите на параметъра λ да се намери рангът на матрицата

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & \lambda & \lambda & \dots & \lambda & \lambda+1 \\ \lambda & \lambda & \lambda & \dots & \lambda+1 & \lambda \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda & \lambda+1 & \lambda & \dots & \lambda & \lambda \\ \lambda+1 & \lambda & \lambda & \dots & \lambda & \lambda \end{pmatrix} \in M_n(\mathbb{R})$$

за $n \geq 2$.

Задача 3. В n-мерно линейно пространство V, $n \geq 2$, е зададен линейният оператор φ, такъв че $r(\varphi) = 1$, $\varphi^2 \neq \mathbb{O}$. Да се докаже, че съществува базис на V, в който матрицата на φ е диагонална.

ПИСМЕН ИЗПИТ ПО ЛИНЕЙНА АЛГЕБРА
Специалност Приложна Математика
31 януари 2007 г.
Вариант II

Име:

Факултетен №   , Група

Задача 1. В четиримерното реално линейно пространство V е зададен линеен оператор φ, който спрямо даден базис има матрица

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 0 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 2 & -2 \end{pmatrix}.$$

Да се намерят:
(а) базиси на подпространствата $Ker\varphi$ и $Im\varphi$;
(б) собствените стойности и собствените вектори на φ.

Задача 2. В зависимост от стойностите на параметъра λ да се намери рангът на матрицата

$$A = \begin{pmatrix} \lambda & \lambda & \lambda & \dots & \lambda & \lambda+2 \\ \lambda & \lambda & \lambda & \dots & \lambda+2 & \lambda \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \lambda & \lambda+2 & \lambda & \dots & \lambda & \lambda \\ \lambda+2 & \lambda & \lambda & \dots & \lambda & \lambda \end{pmatrix} \in M_n(\mathbb{R})$$

за $n \geq 2$.

Задача 3. В n-мерно линейно пространство V, $n \geq 2$, е зададен линейният оператор φ, такъв че $r(\varphi) = 1$, $\varphi^2 \neq \mathbb{O}$. Да се докаже, че съществува базис на V, в който матрицата на φ е диагонална.