16.Теореми на Лопитал

Галина Люцканова

10 септември 2013 г.

Първа теорема на Лопитал: Нека функциите $f(x)$ и $g(x)$ са дефинирани и диференцируеми в някоя околност на една и съща точка a, като при това $g'(x) \neq 0$ при $x \neq a$. Нека освен това $f(a) = g(a) = 0$. Ако границата на $\lim\limits_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ съществува, то съществува и границата $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)}$ и е изпълнено равенството:

$$\lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)}$$

Доказателство:

Втора теорема на Лопитал: Нека функциите $f(x)$ и $g(x)$ са дефинирани и диференцируеми в някоя околност на една и съща точка a, като при това $g'(x) \neq 0$ при $x \neq a$. Нека освен това $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \lim\limits_{x\to a} g(x) = \pm\infty$. Ако границата на $\lim\limits_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ съществува, то съществува и границата $\lim\limits_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)}$ и е изпълнено равенството:

$$\lim_{x\to a} \frac{f'(x)}{g'(x)} = \lim_{x\to a} \frac{f(x)}{g(x)}$$

Доказателство: