

Второ контролно
по ДИС - I част – 18.01. 2013 год.

1. Намерете следните граници

а) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{24x+8} - \sqrt[4]{64x+16}}{x^2}$ (с т. на Лопитал и с форм. на Пеано)

б) $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos x)^{\frac{1}{\sin^2 x}}$.

2. Докажете, че $\operatorname{arctg} x = \begin{cases} \arccos \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} & x \geq 0 \\ -\arccos \frac{1}{\sqrt{1+x^2}} & x < 0 \end{cases}$

3. Докажете неравенството $xe^{-x} + \frac{(x-1)^2}{2} \geq \frac{1}{e}$ при $x \geq 0$.

4. Пресметнете $\max_{\alpha \in (0;4)} \left(\min_{x \in \mathbb{R}} (x^2 + \alpha x + \alpha) \right)$.

5. Начертайте графиката на функцията

а) $f(x) = \frac{x^2 - 2x}{x-1}$; б) $f(x) = \sqrt{x^3 + x^2}$; в) $f(x) = e^{\frac{1}{x}}$.