

Първо контролно 27 ноември 2013 г

Задача 1. Докажете, че $\frac{1^2}{1.3} + \frac{2^2}{3.5} + \frac{3^2}{5.7} + \dots + \frac{n^2}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n^2+n}{4n+2}$ за всяко $n \in \mathbb{N}$.

Задача 2. Начертайте графиката на функцията $f(x) = \arcsin(\cos x)$.

Задача 3. Докажете, че $\arcsin \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{2} = \frac{1}{2} \arcsin x$ при $|x| \leq 1$.

Задача 4. Пресметнете границите

а) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1 - 2^2 + 3^2 - \dots - (2n)^2}{3n^2 + 2n + 1}$; б) $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{8 + 16 + \dots + 2^{2n}}{4^{n-1} + 3^n}$.

Задача 4. Докаже, че редицата $a_1 = 2$ и $a_{n+1} = \frac{2 + a_n^2}{2a_n}$ и намерете нейната граница.

Задача 5. Пресметнете границите: а) $\lim_{\substack{x \rightarrow 3 \\ x \neq 3}} \frac{x^3 - 2x^2 - x - 6}{\sqrt[3]{x+13} - \sqrt[3]{7x-5}}$;

б) $\lim_{x \rightarrow \infty} x(\sqrt{2x^2 + 3x + 1} - \sqrt{2x^2 - x - 1})$; в) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{3}} \frac{1 - 2\cos x}{\sin(\pi - 3x)}$;

г) $\lim_{x \rightarrow 1} (2-x)^{\frac{\arcsin x}{2}}$

$(2-x)^{\frac{\pi x}{2}}$