

**Писмен изпит по аналитична геометрия,
“Приложна математика”, I курс, януари 2018г.**

Използвайте син или черен химикал. Използването на молив, зелен или червен химикал не е разрешено. Други помощни средства освен хартия и химикалка не са разрешени. Мобилните телефони трябва да се изключат. Който не се съобрази с тези предписания или предприеме някакъв опит за измама, ще бъде отстранен от изпита и ще получи слаба оценка.

Задача 1. Нека a , b и c са вектори в пространството, а точките A , B , C и D са такива че

$$\overrightarrow{AB} = (a \times b) \times c, \quad \overrightarrow{BC} = (b \times c) \times a, \quad \overrightarrow{CD} = (c \times a) \times b.$$

а) (4 точки) Да се докаже, че D съвпада с A .

б) (6 точки) Нека освен това

$$|a| = |b| = |c| = 1, \quad \sphericalangle(a, b) = \sphericalangle(b, c) = \sphericalangle(c, a) = \frac{\pi}{3},$$

M е медицентърът на триъгълника ABC , а точка O е такава че

$$\overrightarrow{OM} = \frac{1}{6}(a + b + c). \text{ Да се намери обемът на тетраедъра } OABC.$$

Задача 2. Спрямо ортонормирана координатна система $K = Oxy$ в равнината правите a и b и параболата c имат уравнения

$$a: x + y - 4 = 0, \quad b: x - 3y + 2 = 0, \quad c: y^2 = 2px.$$

Лъчът l , който е успореден на правата b , минава през върха на параболата c , отразява се от правата a и отразеният лъч l' минава през фокуса на c .

а) (10 точки) Да се намерят общите уравнения на правите, които съдържат l и l' .

б) (2 точки) Да се намери параметърът p .

Задача 3. Спрямо афинна координатна система $K = Oxuz$ в пространството кръстосаните прави a и b имат уравнения

$$a: \begin{cases} x + y + z - 1 = 0 \\ x + y - z + 1 = 0 \end{cases}, \quad b: \begin{cases} x - y + z + 1 = 0 \\ -x + y + z + 1 = 0 \end{cases}$$

а точка C има координати $C(1,1,1)$.

а) (4 точки) Да се намерят общите уравнения на равнините α през C и α и β през C и b .

б) (4 точки) Да се намерят уравненията на трансверзалата c на правите a и b , която минава през точка C .

Задача 4. (10 точки) Спрямо ортонормирана координатна система

$K = Oxy$ в равнината крива от втора степен c има уравнение

$c: 3x^2 - 4xy - 40x + 40y + 100 = 0$. Да се намери метричното канонично уравнение на c и смяна на координатната система, чрез която то се получава.