Функционални зависимости (Functional Dependencies)

Значение на FD's

Ключове и суперключове

Аксиоми на Армстронг

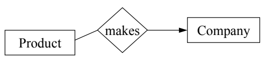
Релационен модел - основни понятия

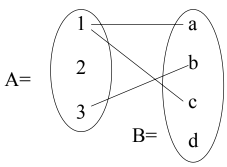
- Атрибути
- Схеми
- Кортежи
- Домейни

Релация

- Формализирана дефиниция:
  - Ако **A, B** са м-ва, релацията **R** е подмножество на **A x B**
- A={1,2,3}, B={a,b,c,d},

  R = {(1,a), (1,c), (3,b)}





makes е подмножество на **Product** x **Company**:

Формална дефиниция

- Нека r е релация. Да означим с R нейната схема - $R(A_1, A_2, ..., A_n)$
- Тогава r, или r(R), е математическа релация от степен *n* върху домейните $dom(A_1)$, $dom(A_2)$, …, $dom(A_n)$ - подмножество на декартовото произведение на домените, които дефинират R. Това може да се изрази чрез:

  $$r(R) \subseteq (dom(A_1) \times dom(A_2) \times ... \times dom(A_n))$$

- r(R) е м-во от n-tuples, $r = \{t_1, t_2, …, t_m\}$
- Всеки n-tuple *t* е подреден списък от *n* стойности $t=<v_1,v_2,…,v_n>$, където v_i, $1 \le i \le n$, е елемент от $dom(A_i)$ или специалната стойност NULL value

Нотация

$R(A_1, A_2, …, A_n)$

$r = \{t_1, t_2, …, t_m\}$

$t=<v_1, v_2, …, v_n>$

$t[A_1]$ or $t.A_1$

Имена на релации: Q, R, S

Екземпляри на релации : q, r, s

Кортежи (tuples): t, u, v

Функционални зависимости

- Дефиниция
- Функционални зависимости и ключове
- Правила за функционални зависимости
  - Аксиоми на Армстронг
  - Правила за извод

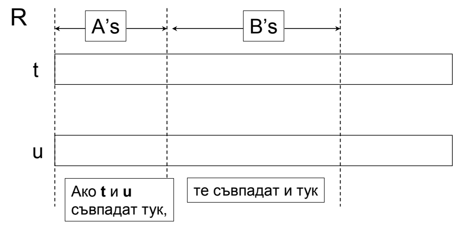
Функционална зависимост - дефиниция (FD)

- **$A_1, A_2, \ldots, A_n \rightarrow B$**
  - **Чете се: “$A_1, A_2, \ldots, A_n$ функционално определя B”**
- *Ако два кортежа от r(R) съвпадат по атрибутите $A_1, A_2, \ldots, A_n$ of R, те трябва да съвпадат и по атрибута B*

Slide 7

Графично представяне...

- Нека $A \rightarrow B$



FD се отнася за всеки два кортежа *t* и *u* в релацията R

Slide 8

Пример

Movies					
title	***year***	***length***	***filmType***	***studioName***	***starName***
Star Wars	1977	124	color	Fox	Carrie Fisher
Star Wars	1977	124	color	Fox	Mark Hamill
Star Wars	1977	124	color	Fox	Harrison Ford
Mighty Ducks	1991	104	color	Disney	Emilio Estevez
Wayne’s World	1992	95	color	Paramount	Dana Carvey
Wayne’s World	1992	95	color	Paramount	Mike Myers

title year → length
title year → filmType
title year → studioName

но не:
title year → starName

Slide 9

Нотация

- A, B, C, … м-ва от атрибути
  - Понякога за по-голяма яснота се използва AA или BB
  - $A_1, A_2, A_3, \ldots, A_n$ означават индивидуални атрибути
- F се използва за означение на м-то на функционалните зависимости
  - С малки букви f означаваме единични функционални зависимости

Slide 10

FD’s и схема

- FD е твърдение за схемата на релацията, не за конкретен екземпляр
  - FD’s не могат да се определят чрез просто преглеждане на данните
  - FDs са свойства на семантиката на атрибутите
  - Всички данни ги удовлетворяват

Slide 11

Ключове на релации

- $K = \{A_1, A_2, \ldots, A_n\}$ е *ключ* за релацията *R* ако:
  1. М-то *K* функционално определя всички атрибути на *R*.
  2. За нито едно подмножество на *K* (1) не е вярно
- Ако *K* удовлетворява (1), но не удовлетворява (2), то *K* е *суперключ*.
  - За ключовете в E/R модела няма изискване за минималност

Slide 12

Пример

Movies(title, year, length, filmType, studioName,starName)

- Ключ - {title, year, starName}
- Няма други ключове, но има много суперключове.
  - Всяко супермножество на {title, year, starName}
  - Пример : {title, year, starName,length, stufioName} is a superkey

Slide 13

FD's и ключове

- Нова дефиниция в термините на FD's
- $K=\{A_1,A_2,\ldots,A_n\}$ е ключ на релацията R *ако*:

1. K определя функционално ВСИЧКИ други атрибути на R
   - $K \to R$
   - Не е възможно 2 различни кортежа ***t*** и ***u*** да съвпадат по $A_1, A_2, \ldots, A_n$
2. Нито едно подмножество на K не може да определи функционално всички останали атрибути на R
   - K е минимално

Slide 14

Какво е функционалното при FDs?

- $A_1A_2\ldots A_n \to B$ се нарича *функционална зависимост,* защото има функция, която на списък от стойности (по една за всяко $A_1,A_2,\ldots A_n$) съпоставя уникална стойност за B
- Тук функцията не се изчислява по стандартния начин
  - "изчислението" става чрез търсене в релацията

Slide 15

Откриване на ключове в релации

- Когато релационната схема е получена от преобразуването на E/R диаграма в релация, структурата на ключа може да се предвиди:
  - Преобразуване на същност
    - Ако релацията е получена от м-во същности, ключът на релацията се формира от атрибутите на ключа на м-вото същности
  - Преобразуване на бинарна връзка

Slide 16

Определяне на всички FDs

A	**B**	**C**
a	b	c
a	b1	c
a1	b	c1

A → C ?

Slide 17

Student-course database

Id#	Name	Address	C#	Description	Grade
124	Jones	Phila	Phil7	Plato	A
456	Smith	NYC	Phil7	Plato	B
789	Brown	Boston	Math8	Topology	C
124	Jones	Phila	Math8	Topology	A
789	Brown	Boston	Eng12	Chaucer	B

Slide 18

Добри и лоши проекти

- Защо проектът не е добър?

Data(Id#, Name, Address, C#, Description, Grade)

- Защо трябва да предпочетем този проект?

Student(Id#, Name, Address)
Course(C#, Description)
Enrolled(Id#, C#, Grade)

student-course database

Пример за лошо проектиране

Id#	Name	Address	C#	Description	Grade
124	Jones	Phila	Phil7	Plato	A
456	Smith	NYC	Phil7	Plato	B
789	Brown	Boston	Math8	Topology	C
124	Jones	Phila	Math8	Topology	A
789	Brown	Boston	Eng12	Chaucer	B

- Излишество на информация
  - Name - Address
- Информацията за курса зависи от наличието на студент

Определяне на FDs

- FDs при student-course database

  Id# $\rightarrow$ Name, Address
  C# $\rightarrow$ Description
  Id#,C# $\rightarrow$ Grade
- Всяка релация трябва да удовлетворява FDs.
- FDs са твърдения за семантиката на БД (не претърсваме екземплярите на БД за откриването им).
- Как да открием всички FDs, ако имаме някои от тях?

Аксиоми на Армстронг

- Някои FD's могат да се получат като логически следствия от други, чрез прилагане на определени правила. Тези правила са познати под името Armstrong's axioms:
  - Рефлексивност
  - Разширение
  - Транзитивност

Аксиоми на Армстронг

- A1 Рефлексивност (Reflexivity).

Ако $Y \subseteq X$ то $X \rightarrow Y$

Пример: Name, Address $\rightarrow$ Address

- A2 Разширение, попълнение (Augmentation).

Ако $X \rightarrow Y$ то $XW \rightarrow YW$

Пример : от C# $\rightarrow$ Description получаваме C#,Id# $\rightarrow$ Description, Id#

- A3 Транзитивност (Transitivity).

Ако $X \rightarrow Y$ и $Y \rightarrow Z$ то $X \rightarrow Z$

Пример : от Id#,C# $\rightarrow$ C# и C# $\rightarrow$ Description, получаваме Id#,C# $\rightarrow$ Description

Аксиоми на Армстронг

- A1 Рефлексивност (Reflexivity)

  Ако $Y \subseteq X$ то $X \rightarrow Y$

- Всеки 2 кортежа ***t*** и ***u*** съвпадат по всички атрибути на ***X***, следователно те съвпадат и по всяко подмножество на ***X,*** включително ***Y***

Аксиоми на Армстронг

- A2 Разширение, попълнение (Augmentation).
  Ако $X \to Y$ то $XW \to YW$

Да допуснем, че има 2 кортежа ***t*** и ***u***, които съвпадат по всички атрибути на ***XW***, но не съвпадат по ***YW***.

t и ***u*** задължително съвпадат по ***W.***

Следователно ***t*** <> ***u*** по някой от атрибутите на ***Y***, което противоречи на $X \to Y$

Slide 25

Аксиоми на Армстронг

- A3 Транзитивност (Transitivity).

Ако $X \to Y$ и $Y \to Z$ то $X \to Z$

Да допуснем, че има 2 кортежа (x,y1,z1) и (x,y2,z2), които съвпадат по всички атрибути на ***X.***

$X \to Y$, следователно щом съвпадат по всички атрибути на ***X***, задължително съвпадат по всички атрибути на ***Y***, т.е. y1=y2

$Y \to Z$ ... . z1=z2

2-та кортежа съвпадат

Slide 26

Следствия от Armstrong's Axioms

- Обединение
  Ако $X \to Y$ и $X \to Z$ то $X \to YZ$
- Псевдотранзитивност
  Ако $X \to Y$ и $WY \to Z$ то $XW \to Z$
- Декомпозиция
  Ако $X \to Y$ и $Z \subseteq Y$ то $X \to Z$

Доказателство?

Slide 27

Следствия от Armstrong's Axioms

- Обединение
  Ако $X \to Y$ и $X \to Z$ то $X \to YZ$

$X \to Y$, следователно $X \to XY$ (A2)

$X \to Z$, следователно $XY \to ZY$ (A2)

$XY \to ZY$ (A3)

Slide 28

Следствия от Armstrong's Axioms

- Псевдотранзитивност
  Ако $X \to Y$ и $WY \to Z$ то $XW \to Z$

$X \to Y$, следователно $WX \to WY$ (A2)

но

$WY \to Z$, следователно $WX \to Z$ (A3)

Slide 29

Следствия от Armstrong's Axioms

- Декомпозиция
  Ако $X \to Y$ и $Z \subseteq Y$ то $X \to Z$

$X \to Y$

$Z \subseteq Y$, следователно $Y \to Z$ (A1)

$X \to Z$ (A3)

Slide 30

Правила за разделяне и обединение

- Имаме право да разделим множеството атрибути в дясната част на FD и да поставим всеки от тях в дясната част на нова FD.
- Правило за декомпозиция:
  - Ако $AA \rightarrow B_1, B_2, ..., B_n$, то
    $AA \rightarrow B_1$
    $AA \rightarrow B_2$
    , ...,
    $AA \rightarrow B_n$
- *Можем ли да декомпозираме лявата част?*

Slide 31

Правила за разделяне и обединение

- Правило за обединение:

  Ако $AA \rightarrow B_1$
  $AA \rightarrow B_2$
  , ...,
  $AA \rightarrow B_n$

  то $AA \rightarrow B_1, B_2, ..., B_n$

Slide 32

Тривиални зависимости

- Функционалната зависимост $A_1A_2…A_n \rightarrow B$ се нарича **тривиална**, ако атрибутът B съвпада с някой от атрибутите $A_1, A_2, …, A_n$. В противен случай – **нетривиална**.
- Тривиални, нетривиални, напълно нетривиални
  - Тривиална: атрибутите $B_1B_2…B_n$ са подмножество на $A_1A_2…A_n$
    - title year → title
  - Нетривиална: поне един атрибут от $B_1B_2…B_n$ не е подмножество на $A_1A_2…A_n$
    - title year → year, length
  - Напълно нетривиална: нито един от атрибутите B's не е част от A's

Slide 33

Правило на тривиалната зависимост

- Имаме право от дясната част на FDs да премахнем тези атрибути, които принадлежат на лявата част:

  От $A_1A_2…A_n \rightarrow B_1B_2…B_m$ получаваме

  $A_1A_2…A_n \rightarrow C_1C_2…C_k$
  където $\{C_1, C_2…C_k\} \subseteq \{B_1, B_2…B_m\}$ и нито един от атрибутите C не е от $A_1A_2…A_n$

Slide 34

Пример

Дадено $AB \rightarrow C$; $CD \rightarrow E$
Да се докаже $ABD \rightarrow E$.

Slide 35

Пример

Дадено $AB \rightarrow C$; $CD \rightarrow E$
Да се докаже $ABD \rightarrow E$.

- $AB \rightarrow C$ (Given)
- $ABD \rightarrow CD$ (A2)
- $CD \rightarrow E$ (Given)
- $ABD \rightarrow E$ (A3)

Slide 36