

## Релационна алгебра

### Мултимножества (Bags)

1

## РА върху мултимножества

- Мултимножество (*bag*)
  - за разлика от множествата един елемент може да се среща повече от 1 път an element may appear more than once.
  - *Multiset, bag*
- Пример: {1,2,1,3}
- Редът в мултимножеството не е от значение.
  - {1,2,1} = {1,1,2} като мултимножества,
  - но [1,2,1] <> [1,1,2] като списъци.

2

## Защо се използват мултимножества?

- SQL на практика работи върху мултимножества.
  - SQL елиминира дубликатите при явно посочване
- Някои оператори (проекция) са много по-ефективни върху мултимножества, отколкото върху множества.

3

## Операции върху мултимножества

- Обединение, сечение и разлика - особености при мултимножества.

4

## Обединение на мултимножества

- Обединение - един кортеж се среща толкова пъти в обединението на 2 мултимножества, колкото е сумата от срещанията му във всяко от мултимножествата.
- Пример: {1,2,1}  $\cup$  {1,1,2,3,1} = {1,1,1,1,1,2,2,3}

5

## Сечение на мултимножества

- Сечение – един кортеж се среща в сечението на на 2 мултимножества, толкова пъти, колкото е минимумът от срещанията му във всяко от мултимножествата.
- Пример: {1,2,1}  $\cap$  {1,2,3} = {1,2}.

6

## Разлика на мултимножества

- Разлика - един кортеж се среща толкова пъти в разликата на мултимножествата  $A - B$ , колкото е броят на срещанията му в  $A$  минус броят на срещанията му в  $B$ .
- Пример 1:  $\{1,2,1,1\} - \{1,2,3\} = \{1,1\}$ .
- Пример 2:  $\{1,2,3\} - \{1,2,1,1\} = ?$

7

## Bag Laws != Set Laws

- Някои, но *не всички* алгебрични закон, които важат за множества не важат за мултимножества.
- Пример: комутативен закон при обединение ( $R \cup S = S \cup R$ ) важи и при множества.

8

## Разлика в операциите върху мултимножества и множества

- Множества:  
обединение  $\rightarrow (S \cup S = S)$ .
- Мултимножества: ако  $x$  се среща  $n$  пъти в  $S$ , ще се среща  $2n$  пъти в  $S \cup S$ .
- $S \cup S \leftrightarrow S$

9

## Операции върху мултимножества

- Селекция - прилага се за всеки кортеж, еднакъв ефект при множества и мултимножества.
- Проекция - при мултимножества дубликатите не се елиминират.
- Декартово  $n$ -ние (и съединение) – всеки кортеж от едната релация се свързва с всеки кортеж от другата, независимо от това дали се повтарят кортежите или не.

10

## Пример: селекция

$$R(\begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline 1 & 2 \\ 5 & 6 \\ 1 & 2 \\ \hline \end{array})$$
$$\sigma_{A+B < 5}(R) = \begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline 1 & 2 \\ 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

11

## Пример: проекция

$$R(\begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline 1 & 2 \\ 5 & 6 \\ 1 & 2 \\ \hline \end{array})$$
$$\pi_A(R) = \begin{array}{|c|} \hline A \\ \hline 1 \\ 5 \\ 1 \\ \hline \end{array}$$

12

## Пример: декартово п-ние

$$R( \begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline 1 & 2 \\ 5 & 6 \\ 1 & 2 \\ \hline \end{array} ) \quad S( \begin{array}{|c|c|} \hline B & C \\ \hline 3 & 4 \\ 7 & 8 \\ \hline \end{array} )$$

$$R \times S = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline A & R.B & S.B & C \\ \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 3 & 4 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 7 & 8 \\ \hline \end{array}$$

13

## Пример: Theta-Join върху мултимножества

$$R( \begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline 1 & 2 \\ 5 & 6 \\ 1 & 2 \\ \hline \end{array} ) \quad S( \begin{array}{|c|c|} \hline B & C \\ \hline 3 & 4 \\ 7 & 8 \\ \hline \end{array} )$$

$$R \bowtie_{R.B < S.B} S = \begin{array}{|c|c|c|c|} \hline A & R.B & S.B & C \\ \hline 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 7 & 8 \\ 5 & 6 & 7 & 8 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 1 & 2 & 7 & 8 \\ \hline \end{array}$$

14

## Релационна алгебра

Допълнителни оператори

15

## Допълнителни оператори

1. DELTA ( $\delta$ ) = отстраняване на дубликати от мултимножества.
2. TAU ( $\tau$ ) = сортиране на кортежи.
3. *Разширена проекция* : аритметични операции, преименуване на колони.
4. GAMMA ( $\gamma$ ) = групиране и агрегиране.
5. *Външно свързване* : предотвратява "висящи кортежи" = кортежи, които не участват в свързването.

16

## Отстраняване на дубликати

- $R1 := \delta(R2)$
- R1 съдържа само по едно копие на всеки кортеж, който се среща в R2 повече от един път.

17

## Пример: Отстраняване на дубликати

$$R = \begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 1 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\delta(R) = \begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ \hline \end{array}$$

18

## Сортиране

- $R1 := \tau_L(R2)$ .
  - $L$  списък от атрибути на  $R2$ .
- $R1$  – списък от кортежите на  $R2$ , сортирани първо по първия атрибут на списъка  $L$ , после по втория атрибут на  $L$  и т.н.
- TAU е единственият оператор, чийто резултат е списък от кортежи, а не множество от кортежи

19

## Пример: Сортиране

$$R = \begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ 5 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\text{TAU}_B(R) = [(5,2), (1,2), (3,4)]$$

20

## Разширена проекция

- Използвайки същия  $\pi_L$  оператор, позволяваме списъкът  $L$  да съдържа произволни изрази от атрибутите:
  1. Единичен атрибут на  $R$
  2. Израз:  $x \rightarrow y$  (преименуване на атрибута  $x$  в  $y$ )
  3. Аритметика върху атрибутите:  $A+B$ .

21

## Пример: Разширена проекция

$$R = \begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline 1 & 2 \\ 3 & 4 \\ \hline \end{array}$$
$$\pi_{A+B, A, B}(R) = \begin{array}{|c|c|c|} \hline A+B & A & B \\ \hline 3 & 1 & 2 \\ 7 & 3 & 4 \\ \hline \end{array}$$
$$\pi_{A+B \rightarrow C, A, B}(R) = \begin{array}{|c|c|c|} \hline C & A & B \\ \hline 3 & 1 & 2 \\ 7 & 3 & 4 \\ \hline \end{array}$$

22

## Агрегиращи оператори

- Агрегиращите оператори се прилагат върху целите колони и дават единичен резултат
- Примери:
  - SUM
  - AVG
  - MIN and MAX.
  - COUNT

23

## Пример: агрегиране

$$R = \begin{array}{|c|c|} \hline A & B \\ \hline 1 & 3 \\ 3 & 4 \\ 3 & 2 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{aligned} \text{SUM}(A) &= 7 \\ \text{COUNT}(A) &= 3 \\ \text{MAX}(B) &= 4 \\ \text{MIN}(B) &= 2 \\ \text{AVG}(B) &= 3 \end{aligned}$$

24

## Оператор за групиране

- $R1 := \gamma_L(R2)$ .
- $L$  списък от елементи, които са:
  1. Индивидуални атрибути (*grouping attributes*).
  2.  $AGG(A)$ , където  $AGG$  е агрегиращ оператор и  $A$  е атрибут.

25

## Приложение на $\text{GAMMA}_L(R)$

- Групираме  $R$  спрямо всички групиращи атрибути от списъка  $L$ .
- Във всяка група изчисляваме  $AGG(A)$  за всяко агрегиране върху списъка  $L$ .
- Резултатът с-жа един кортеж за всяка група:
  1. Групиращи атрибути и
  2. Техните групови агрегации.

26

## Пример: групиране/агрегиране

R =

A	B	C
1	2	3
4	5	6
1	2	5

$\gamma_{A,B,AVG(C)}(R) = ??$

I – групиране в  $R$ :

A	B	C
1	2	3
1	2	5
4	5	6

II – средна стойност на  $C$  в групата

A	B	AVG(C)
1	2	4
4	5	6

27

## Външно свързване (Outerjoin)

- $R \bowtie_C S$ .
- Кортежите от  $R$ , които не могат да образуват двойка (да се свържат) с кортеж от  $S$  се наричат "висящи" (*dangling*).
  - Аналогично за  $S$ .
- Outerjoin ( $\bowtie^o$ ) запазва висящите кортежи, като ги включва в резултата, допълвайки ги с NULL values.

28

## Пример: външно свързване

R =

A	B
1	2
4	5

S =

B	C
2	3
6	7

(1,2) се свързва с (2,3),  
но остават 2 висящи кортежа.

$R \bowtie^o S =$

A	B	C
1	2	3
4	5	NULL
NULL	6	7

29

## Оператори на релационната алгебра

SELECT	$\sigma$	INTERSECT	$\cap$
PROJ	$\pi$	MINUS	$-$
*	$\times$	TAU	$\tau$
JOIN	$\bowtie$	DELTA	$\delta$
RENAME	$\rho$	GAMMA	$\gamma$
UNION	$\cup$	OUTERJOIN	$\bowtie^o$

30