

Задача за управление на персонала

В. Черногоров

27 октомври 2009 г.

1. Формулировка на задачата

Компания за градски транспорт иска да въведе такава система за движение на автобусите си, която би снизила замърсяването на околната среда чрез намаляване на броя на използваните автобуси. След изучаване на транспортния поток е извършена апроксимация на необходимия брой автобуси с помощта на частично постоянна функция с 4-часови интервали на стойностите ѝ (табл. 1). При съставянето на разписанието за движението на автобусите да се има предвид, че всеки автобус трябва да бъде на линия в продължение на 8 часа (една работна смяна).

Таблица 1. Необходим брой автобуси през различните части на денонощието

Час	0–4	4–8	8–12	12–16	16–20	20–24
Брой автобуси	4	8	10	7	12	4

2. Математически модел

И така, трябва да се определи броят на автобусите, излизащи на линия през определена смяна (т. е. променливите на задачата), така че да са удовлетворени минималните потребности от транспортни услуги (ограниченията) и по възможност да се минимизира общото количество на автобусите, излизащи на линия през денонощието (целевата функция).

Най-напред да отбележим, че определянето на променливите не е еднозначно. Знаем, че всеки автобус трябва да бъде на смяна в продължение на 8 часа, но не знаем кога започва тази смяна. Ако следваме обичайната схема за трисменна работа (първа смяна от 8 ч. до 16 ч., втора смяна от 16 ч. до

24 ч. и трета смяна от 0 ч. до 8 ч.) и означим с x_1, x_2, x_3 количеството на автобусите, работещи на линия в течение на тези смени, изхождайки от информацията в табл. 1, получаваме $x_1 \geq 10, x_2 \geq 12$ и $x_3 \geq 8$, а общото количество на ежедневно използваните автобуси би било $x_1 + x_2 + x_3 = 10 + 12 + 8 = 30$.

Това решение е приемливо, ако смените *трябва* да започват по обичайния за трисменна организация на работата начин. Възможно е обаче да се оптимизира разписанието на автобусите, ако се потърси друго, „по-добро“ време за начало на работните смени. Да предположим, че началото на работната смяна може да бъде в 0 ч., 4 ч., 8 ч., 12 ч. и т.н. Остава в сила изискването всяка смяна да бъде с продължителност 8 ч. Сега вече може да определим променливите по следния начин:

- x_1 е броят на автобусите, които са на линия от 0 ч. до 8 ч.,
 - x_2 е броят на автобусите, които са на линия от 4 ч. до 12 ч.,
 - x_3 е броят на автобусите, които са на линия от 8 ч. до 16 ч.,
 - x_4 е броят на автобусите, които са на линия от 12 ч. до 20 ч.,
 - x_5 е броят на автобусите, които са на линия от 16 ч. до 24 ч.,
 - x_6 е броят на автобусите, които са на линия от 20 ч. до 4 ч.
- Получаваме следната линейна оптимизационна задача

$$\min z = x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + x_5 + x_6$$

при ограничения

$$\begin{aligned} x_1 + x_6 &\geq 4, \\ x_1 + x_2 &\geq 8, \\ x_2 + x_3 &\geq 10, \\ x_3 + x_4 &\geq 7, \\ x_4 + x_5 &\geq 12, \\ x_5 + x_6 &\geq 4, \\ x_j &\geq 0 \text{ и цели, } j = 1, \dots, 6. \end{aligned}$$

Оптималното решение на задачата е показано в табл. 2.

Таблица 2. Оптимално решение на задачата

Начален час на смяната	0 ч.	4 ч.	8 ч.	12 ч.	16 ч.	20 ч.	Общо
Брой автобуси	4	10	0	8	4	0	26

ЗАДАЧИ ЗА УПРАЖНЕНИЯ

1. Североизточната магистрала, излизаща от Чикаго, има място за събиране на такси със следните изисквания за броя на събирачите на такси през всеки 24-часов период:

Период	0–6 ч.	6–10 ч.	10–12 ч.	12–16 ч.	16–18 ч.	18–22 ч.	22–24 ч.
Брой събирачи	2	8	4	3	6	5	3

Всеки събирач на такси работи 4 часа, след това почива един час и пак работи 4 часа. Събирач може да започне работа на всеки кръгъл час. Колко събирачи трябва да започват работа на всеки кръгъл час от денонощието, така че да бъдат наети минимален брой събирачи?

2. За обслужване на своите клиенти пощенската служба на малко градче в САЩ се нуждае от различен брой служители през различните дни от седмицата. Броят служители, необходими през всеки от дните, е даден в таблица 3.

Таблица 3. Брой на необходимите служители

Ден от седмицата	Брой необходими служители
понеделник	17
вторник	13
сряда	15
четвъртък	19
петък	14
събота	16
неделя	11

Според Щатските закони всеки служител на пълен работен ден, след като работи пет последователни дни, трябва да почива два дни. Например служител, който работи от понеделник до петък, трябва да почива в събота и неделя. Пощенската служба желае да наеме само служители на пълен работен ден.

- а) Да се формулира и реши линейна задача, която да помогне на пощенската служба да минимизира броя на служителите на пълен работен ден, които трябва да наеме.

б) Да се формулира и реши линейна задача, която да помогне на пощенската служба да минимизира разходите си, ако е известно, че дневната надница на всеки служител е

- \$275, ако работи в дните от понеделник до петък,
- \$300, ако работи в събота, и
- \$325, ако работи в неделя.

ОТГОВОРИ И РЕШЕНИЯ

1. *Упътване.* Не забравяйте да посочите целочисленост на променливите, защото иначе оптималното решение не е целочислено. Необходимият брой събирачи на такси е 16.

2. а) Общ брой на служителите 23. Едно от възможните разпределения по дни е (7, 4, 0, 8, 0, 4, 0). б) Разходи \$32 575. Едно от възможните разпределения по дни е (6, 6, 0, 8, 0, 2, 1).