

ИЗСЛЕДВАНЕ НА ОПЕРАЦИИТЕ

теоретичен изпит

Име фак. №

Вариант 1

1. Теория на линейното оптимиране.

Да означим с M множеството $M := \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n : \mathbf{Ax} = \mathbf{b}, \mathbf{x} \geq \mathbf{0}\}$, където $\mathbf{A}$ е $m \times n$ матрица, такава че $\text{rank}(\mathbf{A}) = m$, а $\mathbf{b} \in \mathbb{R}^m$ е такъв, че $\mathbf{b} \geq \mathbf{0}$ и да допуснем, че M не е празното множество.

Допишете определенията и твърденията:

- ☐ Вектор $\mathbf{x} \in M$ се нарича връх на M , ако $\frac{1}{2}$ т.
- ☐ Вектор $\mathbf{x} \in M$ е връх на M тогава и само тогава, когато 1т.
- ☐ Максималният възможен брой върхове на M е 1т.
- ☐ Вектор $\mathbf{d} \in \mathbb{R}^n$ се нарича посока в M , ако $\frac{1}{2}$ т.
- ☐ M съвпада с изпъкналата обвивка на върховете си тогава и само тогава, когато 1т.
- ☐ Формулирайте двете основни теореми на линейното оптимиране (без доказателства) 1+2т.

2. Нека е дадена задачата:

$$\max z(x_1, x_2, x_3, x_4) = x_1 + 3x_2 + x_3 - 2x_4$$

$$(L) \quad \begin{cases} 5x_1 + 3x_2 - x_3 - 2x_4 = -8, \\ -2x_1 - 2x_2 \geq 5, \\ x_1 \geq 0, \quad x_3 \geq 0, \quad x_4 \geq 0. \end{cases}$$

- ☐ а) Напишете съответната на задачата (L) канонична задача (K) . 1т.
- ☐ б) Задачата (K) приведена ли е в базисен вид спрямо базисно допустимо решение? Ако отговорът е положителен, посочете координатите на това базисно допустимо решение, а ако е отрицателен, напишете съответната M -задача. 1т.

- ☐ в) Използвайте табличната форма на симплекс метода, за да намерите оптимално базисно допустимо решение x_K^* и оптималната стойност z_K^* на целевата функция на (K) . $6\frac{1}{2}$ т.

- ☐ г) $\mathbf{x}_K^*$ изродено базисно допустимо решение ли е или е неизродено? Защо? $\frac{1}{2}$ т.

- ☐ д) Намерете съответното на x_K^* оптимално решение x_L^* на (L) и оптималната стойност на целевата функция z_L^* на (L) . 1т.

- ☐ е) $\mathbf{x}_L^*$ единствено оптимално решение на (L) ли е? Ако отговорът е положителен, то обосновайте защо, а ако е отрицателен – намерете всички оптимални решения на (L) . 1т.

- ☐ ж) Напишете двойствената задача (DL) на задачата (L) . 1т.

- ☐ з) Векторът $\mathbf{y} = (-1, 3)$ решение ли е на задачата (DL) ? Защо? 1т.

- ☐ 3. Решете с помощта на алгоритъма „разклоняване и граници“ задачата

$$\max 7x_1 + 8x_2 + 9x_3 + 8x_4 + 5x_5 + 5x_6$$

$$\begin{cases} 7x_1 + 9x_2 + 11x_3 + 11x_4 + 7x_5 + 9x_6 \leq 20, \\ x_i \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, 3, 4, 5, 6. \end{cases}$$

10т.

- ☐ 4. Оптимизационен модел на задачата за „четирите цвята“. 10т.