

Писмен изпит по Изследване на операциите

Задача 1. Дадена е следната задача на линейното оптимиране:

$$(L) \quad \begin{aligned} \min z &= x_1 + 5x_2 - 2x_3 \\ -3x_1 + x_2 - x_3 &\geq 1, \\ -2x_1 + x_2 + 2x_3 &\leq 3, \\ x_1 &\geq 0, \quad x_3 \geq 0. \end{aligned}$$

1. Напишете съответната на (L) канонична задача (K) .
2. Приложете симплекс метода за решаване на (K) .
3. Посочете оптималната стойност и множеството от решения на (K) .
4. Посочете оптималната стойност и множеството от решения на (L) .
5. Напишете двойствената задача на задачата (L) и посочете нейно решение.

Задача 2. Канонична задача на линейното оптимиране означаваме с (K) , допустимото ѝ множество означаваме с M , а двойствената задача на (K) означаваме с (D) .

Ако смятате, че дадено твърдение от долуизброените е вярно, зачертайте **В**, а ако смятате, че не е вярно, зачертайте **Н**:

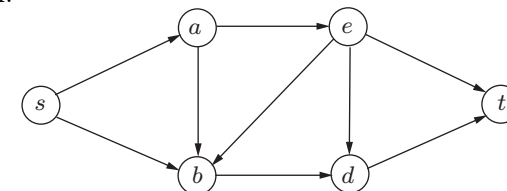
- Всяка задача (K) има допустимо решение **В** **Н**
- всяко оптимално решение на (K) е връх на M **В** **Н**
- Ако M не е едноточково, то M съдържа поне една точка, която не е връх **В** **Н**
- На всеки връх на M съответства точно едно базисно допустимо решение на (K) **В** **Н**
- Ако (K) има повече от едно оптимално решение, то тя има неизброимо много различни оптимални решения **В** **Н**

- Ако (K) има повече от едно оптимално решение, то тя има поне две базисни допустими решения, които са оптимални **В** **Н**
- При симплекс метода за решаване на (K) ако някоя променлива излезе от базиса на k -та итерация, то тя не може да влезе в базиса на $(k+1)$ -та итерация **В** **Н**
- При всяка итерация на симплекс метода за решаване на (K) се променя текущото базисно допустимо решение **В** **Н**
- Ако текущото за симплексната итерация базисно допустимо решение не удовлетворява критерия за оптималност, то не е оптимално решение на (K) **В** **Н**
- Ако (K) има оптимално базисно допустимо решение, което е неизродено, то е единствено оптимално решение **В** **Н**
- Ако (D) е неограничена, то (K) няма допустимо решение **В** **Н**
- Ако (K) има допустимо решение, то (D) има допустимо решение **В** **Н**

Задача 3. Решете с помощта на алгоритъм от тип Branch and Bound задачата

$$\begin{aligned} \max z &= 10x_1 + 11x_2 + 10x_3 + 10x_4 + 11x_5, \\ 5x_1 + 7x_2 + 7x_3 + 10x_4 + 12x_5 &\leq 26, \\ x_j &\in \{0, 1\}, \quad j = \overline{1, 5}. \end{aligned}$$

Задача 4. Намерете максималния поток от s до t с алгоритъма на Ford–Fulkerson.



	c	f
(s, a)	4	3
(s, b)	7	2
(a, b)	2	2

	c	f
(a, e)	5	1
(b, d)	5	5
(e, b)	1	1

	c	f
(e, d)	1	0
(e, t)	8	0
(d, t)	6	5

Писмен изпит по Изследване на операциите

1. Нека е дадена задачата:

$$(P) \quad \begin{cases} \min z(x_1, x_2) = 3x_1 - x_2 \\ x_1 + 2x_2 \geq 4, \\ x_1 - 2x_2 \leq 0, \\ 2x_1 - x_2 \geq -3, \\ 2x_1 - 2x_2 \geq -7, \\ x_1 \geq 0. \end{cases}$$

- 1) Да означим с M допустимото множество на задачата (P) в равнината $\mathbb{R}^2$. Начертайте M 1 т.
- 2) Дайте дефиниция на изпъкнало множество C в $\mathbb{R}^2$ 1 т.
- 3) Изпъкнало множество ли е M ? Защо? 1 т.
- 4) Дайте дефиниция на връх на изпъкнало множество C в $\mathbb{R}^2$. 1 т.
- 5) Намерете координатите на върховете на M 1 т.
- 6) Нека S е произволно множество в $\mathbb{R}^2$. Дайте дефиниция на посока в S 1 т.
- 7) Има ли посока в множеството M ? Ако отговорът е положителен, посочете координатите на посока в M 1 т.
- 8) Намерете оптималната стойност и множеството от решения на задачата (P) 2 т.
- 9) Съществуват ли реални числа a и b , такива че за линейната функция $\xi(x_1, x_2) = ax_1 + bx_2$ точката $(3, 3)$ да бъде единствено решение на задачата $\min_{(x_1, x_2) \in M} \xi(x_1, x_2)$ и защо? 2 т.
- 10) Нека с (K) означим съответната на задачата (P) канонична задача. Напишете задачата (K) 1 т.
- 11) Така получената задача (K) приведена ли е в базисен вид спрямо базисно допустимо решение? Ако отговорът е положителен, посочете координатите на това базисно допустимо решение, а ако е отрицателен, напишете съответната M -задача без да я решавате. 2 т.
- 12) На колко е равна оптималната стойност на задачата (K) ? 1 т.
- 13) Посочете едно оптимално решение на задачата (K) ? 1 т.
- 14) Нека с (DP) означим съответната на задачата (P) двойствена задача. Напишете задачата (DP) 1 т.
- 15) Нека с (DK) означим съответната на задачата (K) двойствена задача. Напишете задачата (DK) 1 т.

- 16) На колко е равна оптималната стойност на задачата (DK) ? 1 т.
- 17) Каква е връзката между променливите на задачите (DP) и (DK) ? 1 т.
2. Оптимизационен модел на задачата за четирите цвята.
3. Обща схема на метода разклоняване и граници.