Дефиниция 3.1. Нека x1 и x2 са две точки в R^n . За всяко λ ∈ [0,1]съответната точка
xλ = λx1 + (1 − λ)x2
се нарича изпъкнала комбинация на точките x1 и x2 с тегла λ и 1−λ. Ако λ != {0, 1}, то xλ се нарича истинска изпъкнала комбинация на точките x1 и x2.

Теорема 3.1. Точка x ∈ M е връх на M = {x ∈ R^n : Ax = b, x > 0} тогава и само тогава, когато стълбовете на матрицата A, съответстващи на положителните координати на x, са линейно независими.

Дефиниция 3.2. Множество C ⊆ R^n се нарича изпъкнало, когато за всеки две точки x1 и x2, принадлежащи на C, на C принадлежи и всяка изпъкнала комбинация на x1 и x2 (всяка точка от съединителната отсечка).

Дефиниция 3.4. Точка x от изпъкнало множество C се нарича екстремна точка (връх) на C, когато x не може да се представи като истинска изпъкнала комбинация на две различни точки от C.

Твърдение 3.1. Ако C1, . . . , Ck са изпъкнали множества в R^n, то тяхното сечение C := \k i=1 Ci също е изпъкнало множество.

Дефиниция 3.5. Множество от точки x ∈ R^n, които са решения на някакво линейно уравнение aTx = b, където aT ∈ R^n е ненулев вектор, a b ∈ R е реално число, се нарича хиперравнина и се означава с H = {x ∈ R^n : aTx = b}. Векторът a се нарича нормален вектор на H.

Дефиниция 3.6. Множество от точки x ∈ R^n, които са решения на някакво линейно неравенство aTx ≥ b, където aT ∈ R^n е ненулев вектор,a b ∈ R е реално число, се нарича затворено полупространство и се означава с H+ = {x ∈ R^n : aTx > b}.

Дефиниция 3.7. Многостенно множество P ⊂ R^n наричаме множество, образувано от пресичането на краен брой затворени полупространства и хиперравнини. Ако многостенно множество е непразно и ограничено, то се нарича многостен.

Твърдение 3.2. Многостенно множество P ⊂ R^n е изпъкнало.

Следствие 3.1. Каноничното множество M е изпъкнало многостенно множество.

Дефиниция 3.8. Нека B е неособена m × m матрица, съставена от m (линейно независими) стълба на A. Единственият вектор x, чиито небазисни координати са нули (т.е. xN = 0), а базисните му координати са xB = B−1b се нарича базисно решение с базисна матрица B (с базис B).

Теорема 3.2. Ако каноничното множество M={x∈ R^n : Ax=b, x>0} е непразно, следните твърдения са еквивалентни:
(а) x е връх на M;
(б) x е базисно допустимо решение.

Следствие 3.3. Канонично множество M = {x∈ R^n : Ax=b, x>0} има само краен брой върхове. Н над М

Дефиниция 3.10. Базисно допустимо решение x с базис B се нарича неизродено, ако xB > 0, и изродено в противен случай. Тогава сред базисните му координати има такива с нулева стойност, които се наричат базисни нули.

Дефиниция 4.1. Посока в произволно множество S ⊂ R^n е ненулев вектор d ∈ R^n, такъв че за всяка точка x0 ∈ S лъчът {x ∈ R^n: x =x0 +

μd, $\mu > 0\}$ лежи изцяло в S.

Теорема 4.1. Вектор d != 0 е посока в M тогава и само тогава, когато Ad = 0 и d > 0 .

Следствие 4.1. Непразно канонично множество M е *неограничено* тогава и само тогава, когато в M има посока.

Следствие 4.2. Ако M е непразно и ограничено множество (т.е. M е многостен), то всяко $x \in M$ се представя като изпъкнала комбинация на върховете на M.
Основни теореми на ЛО

Основна теорема 1 Теорема 5.1. Ако M е непразно множество, то M има поне един връх.

Основна теорема 2 Теорема 5.2. Ако M е непразно множество, то или min z(x) = cTx е неограничена отдолу върху M или минималната `и стойност за $x \in M$ се достига във връх на M.

Следствие 6.1. Ако за всички $j \in N$ относителните оценки cj > 0, то базисното допустимо решение x е единствено оптимално решение на каноничната задача (K).

Лема 6.1. Точката x0 с координати (6.10) е друго базисно допустимо решение с базис B0, който се различава от базиса B на x по това че съдържа индекса q, а не съдържа индекса p, т.е. B0 = B \ {p} ∪ {q}, а базисната му матрица B0 се различава от базисната матрица B на x, по това, че един от нейните стълбове Ap е заменен със стълба Aq, т.е. B0 = B + eTP (Aq − Ap).

Теорема 6.1. (Критерий за оптималност). Ако за всички $j \in N$ относителните оценки cj > 0, то базисното допустимо решение x е оптимално решение на каноничната задача (K).

Теорема 6.2. (Критерий за неограниченост на целевата функция). Ако за някой индекс $q \in N$, $c_q < 0$ и $w_q \leq 0$, то задачата (K) е неограничена.

Теорема 6.4. Симплекс методът приключва след краен брой итерации, ако от кандидатите за влизане и излизане от базиса винаги се избират променливите с най-малкия индекс.

Следствие 8.1. Нека x^* е допустимо решение за правата задача (K), а π^* е допустимо решение за двойнствената задача (DK). Ако $c^T x^* = b^T \pi^*$, то x^* и π^* са оптимални решения на съответните задачи.

Теорема 8.1 (Слаба теорема за двойнственост). Ако x е допустимо решение за правата задача (K) и π е допустимо решение за двойнствената задача (DK), то $b^T \pi <= c^T x$.

Теорема 8.2 (Силна теорема за двойнственост). (а) Ако едната от двойката спрегнати задачи (K) и (DK) е разрешима, то разрешима е и другата задача, като $\min c^T x = \max b^T \pi$. (б) Ако едната от двойката спрегнати задачи (K) и (DK) е неограничена, то другата задача е несъвместима

Следствие 9.1. Ако x е базисно допустимо решение за (T P), то съвкупността от клетки в TT, съответстваща на базисните му координати, е ациклична.

Теорема 9.1. Условието за баланс (9.1) е необходимо и достатъчно условие (T P) да бъде разрешима.

Теорема 9.2. $r(A) = m + n - 1$.

Теорема 9.3. Съвкупност от вектор-стълбове {Aij} на матрицата A е линейно независима тогава и само тогава, когато съответната `и съвкупност от клетки в TT е ациклична.

Теорема 9.4. Нека x е връх. За произволна празна клетка на T(x) съществува точно един цикъл, който я свързва с базисните (пълните) клетки.

…..

модели

Раница

$min \Sigma m \, xj \; : \; \Sigma m \, aijxj \; >= \; 1; \; i \; = \; 1 ... \, n; \; xj \; \ni 0; 1$

Оцветяване

въвеждаме zik = 0 където xi не е цвета k и 1 където xi е цвета k ограничения

$\Sigma k = 1 \; ; t \quad zik \; = 1 \quad i \; = \; 1..n \quad - \; only \, colour \, for \, a \, vertex$
$L(1 \; - zik) \; - \Sigma j = 1; n \;\; aijzkj \; > \; 0; \; i \; = \; 1..n \; k \; = \; 1..t$
L > max(i) $\Sigma j \quad aij$

tarsim
$min \Sigma k = 1; t \quad n^k \, \Sigma i; n \;\; zik$

Targovski patnik
graf s n varxa cij razstoqnie mejdu 2 varxa, tarsim xamiltonov cikal s min suma na rebrata

xij =   1 - i otiva v j   0 i ne otiva vav j

tarsim

min(x) $\Sigma ij = 1; n \quad cijxij$
$\Sigma i = 1; n \ \ xij = 1 \ j = 1..n$
$\Sigma j = 1; n \ xij = 1 \ \ i = 1..n$
vavejdame ui > 0, i = 1.. n

ui - uj + nxij <= n - 1   i; j = 2.. n

Optimalen razkroi

metalni prati s daljina b1 bk trqbvat elementi s daljina a1 ap po n1 np broq xij - broi elem ot vid i=1..p otrqzani ot prat j 1 k yj = 0..1

tarsim

min(y) $\Sigma j = 1; k \ \ yj$
$\Sigma i = 1; p \quad aixij \ <= \ yjlj; \ j \ = \ 1..k$
$\Sigma j = 1; k \ \ xij \ = \ ni; \quad i \ = \ 1; \ p$