

Задачи за Екстра Кредит на 4 и 6 гр., 1к, сп. Компютърни Науки

11 май 2011 г.

Задача 1 Нека $\Sigma = \{a, b\}$ и нека $L = \{\alpha \in \Sigma^* \mid \text{не съществува } \omega \in \Sigma^*, \text{ за която } \alpha = \omega\omega\}$. Вярно ли е, че L е контекстно свободен? Обосновете се!

Задача 2 Нека L е контекстно свободен език. Да се докаже, че съществува константа $n \in \mathbb{N}$ със следното свойство.

За всяка дума $\alpha \in L$, за която $|\alpha| > n$ съществува разбиване на $\alpha = uvxyz$, за което:

1. $|vxy| \leq n$,
2. $|v| \geq 1$ и $|y| \geq 1$,
3. $\forall i \in \mathbb{N}$ е в сила, че $uv^i xy^i z \in L$.

Забележка 1 Заради условие 2, това е усилен вариант на познатата ви "лема за покачването".

Задача 3

1. Нека $L_1 = \{\alpha \in \{0, 1\}^* \setminus \{0, 1\}^* \mid \bar{\alpha} = p/q, \text{ НОД}(p, q) = 1\}$. Да се докаже, че L_1 не е контекстно свободен.
2. $L_2 = \{\alpha \in \{0, 1\}^* \setminus \{0, 1\}^* \mid \bar{\alpha} = p/q, \text{ НОД}(p, q) \neq 1\}$. Да се докаже, че L_2 не е контекстно свободен.

Пример: $101/10 \in L_1$, защото $\overline{101}_{(2)} = 5$ и $\overline{10}_{(2)} = 2$ и $\text{НОД}(5, 2) = 1$.
От друга страна $101/1010 \in L_2$, защото $\overline{1010}_{(2)} = 10$ и $\text{НОД}(5, 10) = 5 \neq 1$.

Задача 4 Нека $\Gamma = \langle \mathcal{N}, \Sigma, S, \mathcal{R} \rangle$ е контекстно свободна граматика, а $A = \langle Q, \Sigma, s, \delta, F \rangle$ е краен, детерминиран автомат. Да се построи контекстно свободна граматика Γ_A със свойството:

$$L(\Gamma_A) = L(\Gamma) \cap L(A).$$

Задача 5 За дума $\alpha \in (a, b)^*$ с $A(\alpha)$ означаваме броя на буквите a , а с $B(\alpha)$ – този на буквите b в α . За всеки две естествени числа $p, q \in \mathbb{N}$, с $\mathcal{L}_{p,q}$ означаваме езика:

$$\mathcal{L}_{p,q} = \{\alpha \in (a, b)^* \mid qA(\alpha) = pB(\alpha)\}.$$

Да се построи контекстно свободна граматика $\Gamma_{p,q}$, генерираща езика $\mathcal{L}_{p,q}$.