

Задача 1 Да се построи контекстно свободна граматика за езика:

1.

$$L = \{\omega\omega_2^R \mid \omega \in \{a,b\}^*, \text{ където } \omega_2^R \text{ се получава от } \omega \text{ като думата се обръща, а всяка буква се удвоява}\}$$

2. $L = \{a^m b^n c^{n+m} \mid m, n \in \mathbb{N}\}.$

3. $L = \{a^m b^n c^k \mid k \geq m + n, m, n, k \in \mathbb{N}\}.$

4. $L = \{a^m b^n c^k \mid k \leq m + n, m, n, k \in \mathbb{N}\}.$

5. $L = \{a^m b^n c^k \mid m = k \text{ или } n = k\}.$

6. $L = \{a^n b^{2m} a^{2m} b^{3n+5} \mid m, n \in \mathbb{N}\}.$

Задача 2 За всеки от езиците L от задача 1 постройте контекстно свободна граматика в нормална форма на Чомски за езика $L \setminus \{\varepsilon\}$.

Задача 3 Постройте НДСА, разпознаващи езиците от задача 1.

Задача 4 Докажете, че следните езици не са контекстно-свободни:

1. $L = \{a^i b^j c^{\min(i,j)} \mid i, j \in \mathbb{N}\}$

2. $L = \{a^m b^{nm} \mid n, m \in \mathbb{N}\}$

3. $L = \{a^n b^m c^n d^m \mid m, n \in \mathbb{N}\}$

4. $L = \{\alpha = baba^2 \dots ba^k \mid k \in \mathbb{N}\}$

5. $L = \{\omega\omega\omega^R \mid \omega \in \{a,b\}^*\}$

Задача 5 За даден език L с $\pi(L)$ бележим езика, който се състои от всички думи $\alpha = a_1 a_2 \dots a_n$, за които съществува пермутация $i_1, i_2, \dots, i_n$ на числата $1, 2, \dots, n$, за която $a_{i_1} a_{i_2} \dots a_{i_n} \in L$.

Вярно ли е, че за всеки контекстно свободен език L , $\pi(L)$ е контекстно свободен? Обосновете се!

Задача 6 Нека $\Gamma = \langle \mathcal{N}, \Sigma, S, \mathcal{R} \rangle$ е контекстно свободна граматика в нормална форма на Чомски. Да се построи полиномиален относно $|\mathcal{N}| + |\Sigma| + |\mathcal{R}|$ алгоритъм за следните проблеми:

1. празен или не е езикът $L(\Gamma)$.
2. краен или безкраен е езикът $L(\Gamma)$.