Задача 1 Да се детерминира автоматът, зададен от следната таблица на преходите:

δ	a	b
$\rightarrow q_0$	$\{q_2, q_1\}$	$\varnothing$
${}^*q_1$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$
q_2	$\{q_1, q_3\}$	$\varnothing$
${}^*q_3$	$\{q_2\}$	$\{q_4\}$
q_4	$\varnothing$	$\{q_3\}$

Задача 2 Да се минимизира автоматът, зададен с таблица на преходите:

δ	a	b
$\rightarrow q_0$	q_1	q_2
q_1	q_3	q_4
q_2	q_4	q_3
q_3	q_7	q_4
q_4	q_6	q_3
q_5	q_6	q_3
${}^*q_6$	q_7	q_5
${}^*q_7$	q_6	q_5

Задача 3 Нека $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Да се построи краен детерминиран автомат за:

а) езика $L_1 = \{\alpha \in \Sigma^* \,|\, \alpha$ се дели на 8, разглеждана като число $\}$.

б) езика $L_2 = \{\alpha \in \Sigma^* \,|\, \alpha$ дава остатък 3 при деление на $4\}$.

в) езика $L_3 = \{\alpha \in \Sigma^* \,|\, \alpha$ дава остатък 3 при деление на 4 или се дели на $8\}$

Минимизирайте получените автомати.

Задача 4 Да се построи краен, детерминиран автомат за езика:

а) $L = \{\alpha \in \{0, 1\}^* \,|\, \alpha$ съдържа 010 като поддума$\}$

б) $L = \{\alpha \in \{0, 1\}^* \,|\, \alpha$ съдържа 010 като наставка$\}$

в) $L = \{\alpha \in \{0, 1\}^* \,|\, \alpha$ съдържа поне две срещания на 010 като поддума$\}$

г) $L = \{\alpha \in \{0,1\}^* \,|\, \alpha$ съдържа точно едно срещане на 010 като поддума$\}$

Задача 5 Да се минимизират автоматите, получени в Задача 4.

Задача 6 Нека $\alpha = ababc$. Да се построи минимален, краен детерминиран автомат за:

1. езика, състоящ се от всички наставки на α.

2. езика, състоящ се от всички поддуми на α.

3. езика, състоящ се от всички подпоследователности на α.

4. езика, състоящ се от всички думи $\alpha \in (a,b,c)^*$, които съдържат като поддума някоя от поддумите на α с дължина поне 3.

Задача 7 За дума $\alpha \in \{a,b\}^*$ с $A(\alpha)$ бележим броя на буквите a в α, а с $B(\alpha)$ – броя на буквите b. Да се докаже, че:

1. езикът $L_1 = \{\alpha \in \{a,b\}^* \,|\, |A(\alpha) - B(\alpha)| \leq 2\}$ **не е** регулярен.

2. езикът

   $$L_2 = \{\alpha \in \{a,b\}^* \,|\, \alpha \text{ има представка } \beta\text{, за която } |A(\beta) - B(\beta)| \geq 3\}$$

   е регулярен.

3. езикът

   $$L_3 = \{\alpha \in \{a,b\}^* \,|\, \text{ за всяка поддума } \beta \text{ на } \alpha, |A(\beta) - B(\beta)| \leq 2\}$$

   е регулярен.

Постройте крайни, детерминирани, минимални автомати, разпознаващи L_2 и L_3.

Задача 8 Нека L_1 е регулярен език. Кои от следните езици са регулярни, кои не са и за кои не може да се отговори еднозначно на този въпрос? Обосновете се.

1. $L^R = \{\alpha \,|\, \alpha^R \in L_1\}$.

2. $L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid \omega = \omega^R\}$.

3. $L = \{a^n b^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

4. $L = \{a^p \mid p$ е просто число$\}$.

5. $L = \{a^{f_n} \mid f_0 = f_1 = 1,\ f_{n+2} = f_{n+1} + f_n\}$.

6. $L = \{a^m b^{2n} \mid m \geq n, m, n \in \mathbb{N}\}$.

7. $L = \{\alpha \mid \alpha = baba^2ba^3 \dots ba^k,$ за някое естествено число $k\}$.

8. $$L = \{\alpha \in \{0,1\}^*/\{0,1\}^* \mid \quad \overline{\alpha} = p/q \text{ е съкратима рационална дроб в двоична бройна система}\}.$$

9. $$L = \{\alpha \in \{0,1\}^*/\{0,1\}^* \mid \quad \overline{\alpha} = p/q \text{ е несъкратима рационална дроб в двоична бройна система}\}.$$

Задача 9 За регулярен език L с $ind(L)$ бележим индекса на релацията на Нероуд-Майхил, породен от L. Да се докаже, че за всеки два регулярни езика L_1 и L_2 са в сила оценките:

1. $ind(L_1 \cap L_2) \leq ind(L_1)ind(L_2)$.

2. $ind(L_1 \cup L_2) \leq ind(L_1)ind(L_2)$.

3. $ind(L_1 L_2) \leq 2^{ind(L_1)+ind(L_2)}$