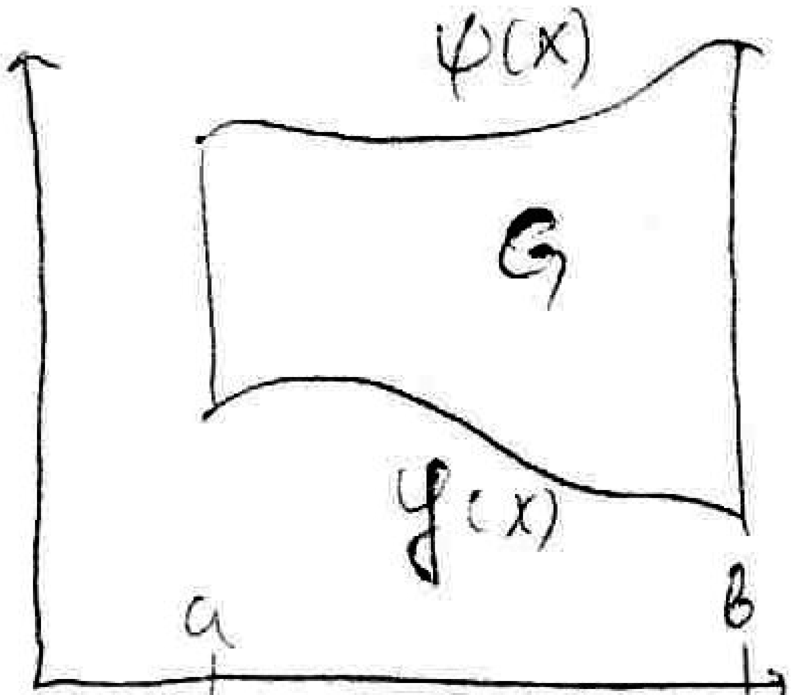
б) Ако f е непр. в/у свърз. комп. изм. к-во G $\Rightarrow$

$\exists$ т. (x_0, y_0): $\iint\limits_G f(x,y)\,dx\,dy = f(x_0,y_0)\cdot m(G)$

$f(x_0,y_0) = \frac{1}{m(G)} \iint\limits_G f(x,y)\,dx\,dy$ = ср. ст. на $f(x,y)$ в/у G

(24) Свеждане на двукр. инт. към повторен.

Смяна на променливите в двукратен интеграл.



Нека $G = \{(x,y): a \le x \le b,\ \varphi(x) \le y \le \psi(x)\}$ — (криволинеен трапец) и φ, ψ — непр. в/у $[a,b]$ — ф-ции на x

Т1 $\iint\limits_G f(x,y)\,dx\,dy = \underbrace{\int_a^b \left[\int_{\varphi(x)}^{\psi(x)} f(x,y)\,dy\right] dx}_{F(x)}$

$F(x)$ — повторен интеграл

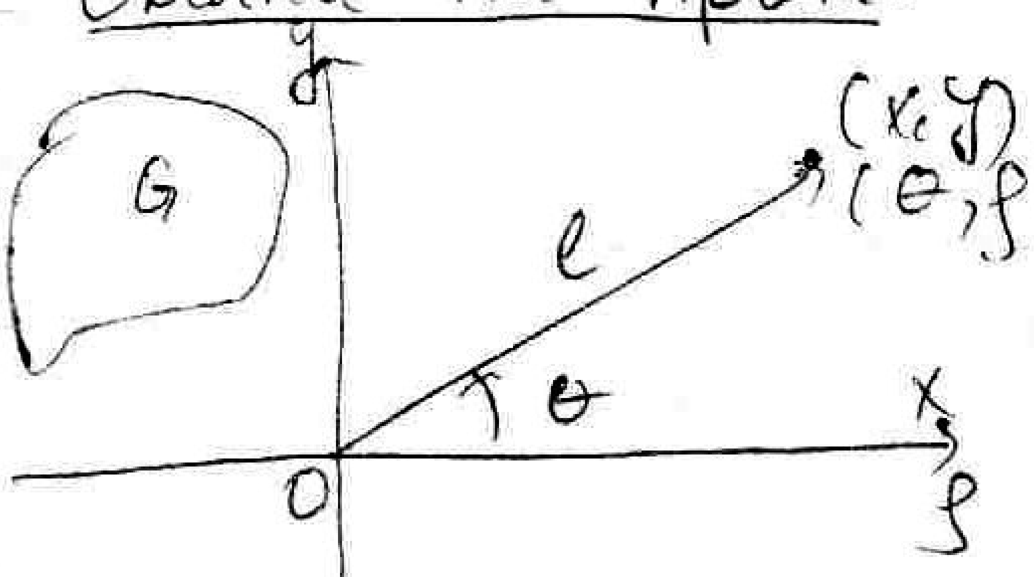
фигурата е измерима

x — фикс. парам.

ф-та е отн. y, в инт. в границите

поединично интегр. ф-ции на 1 пром

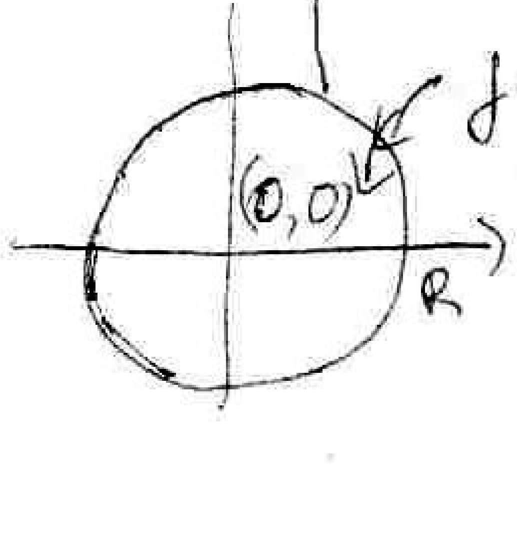
• Смяна на пром.



$\begin{cases} x = \rho\cos\theta \\ y = \rho\sin\theta \end{cases}$, $\rho \ge 0$, $0 \le \theta \le 2\pi$

$$\boxed{\iint\limits_{G\ д.к.} f(x,y)\,dx\,dy = \iint\limits_{G\ п.с.} f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)\,\rho\,d\theta\,d\rho}$$

Декартова к.с. — полярна с-ма



$f(x,y)$ в кръга деф.

$K: x^2 + y^2 \le R^2$

$K: 0 \le \theta \le 2\pi$, $0 \le \rho \le R$

$$\iint\limits_{K\ д.с.} f(x,y)\,dx\,dy = \iint\limits_{K\ п.с.} f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)\,\rho\,d\theta\,d\rho =$$

$$= \int_0^{2\pi}\left[\int_0^R f(\rho\cos\theta, \rho\sin\theta)\,\rho\,d\theta\right] d\rho$$