

25 | Методи за интегриране

1. Внасяне на диференциала

Тв Нека $f(x)$ е диференцируема в $\langle a, b \rangle$ и $\varphi(t)$ е диференцируема в $\langle c, d \rangle : \varphi(\langle c, d \rangle) \subset \langle a, b \rangle$.

$F(x)$ е примитивна на $f(x)$ върху $\langle a, b \rangle \Rightarrow$

$$\Rightarrow \int f(\varphi(t)) \cdot \varphi'(t) dt = F(\varphi(t)) + c$$

Доказателство: $\int f(x) dx = F(x) + c$

$$(F(\varphi(t)))' = F'(\varphi(t)) \cdot \varphi'(t) = f(\varphi(t)) \cdot \varphi'(t) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \int f(\varphi(t)) \cdot \varphi'(t) dt = \int f(\varphi(t)) d\varphi(t) = F(\varphi(t)) + c$$

2. Интегриране по части

Т Нека $f(x)$ и $g(x)$ са диференцируеми в $\langle a, b \rangle \Rightarrow$

$$\Rightarrow \int f(x) dg(x) = f(x) \cdot g(x) - \int g(x) df(x)$$

Доказателство:

$$(f(x)g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$$

$$\int (f(x)g(x))' dx = \int f'(x)g(x) dx + \int f(x)g'(x) dx$$

$$\int f(x)g'(x) dx = \int g(x)df(x) + \int f(x)dg(x) \Rightarrow \int f(x)dg(x) = f(x)g(x) - \int g(x)df(x)$$

3. Смяна на променливата / уредното ниво