3# Числови функции

$\boxed{D}$ Нека $\overline{X} \subset \mathbb{R}$. Функция се нарича всяко правило f:

$$\forall x \in \overline{X} \xrightarrow[\text{е единствено}]{f} y \in \mathbb{R} \longrightarrow y = f(x)$$

$< \overline{X}, f >$ – задаване на функция

$\boxed{D}$ Две функции са равни, когато имат едно и също дефиниционно множество и дават равни стойности.

→ Операции с функции.

$\boxed{D}$ Нека f и g са функции: $\overline{X} = D(f) = D(g)$.

1) $(f+g)(x) = f(x) + g(x)$ за $\forall x \in \overline{X}$
2) $(f-g)(x) = f(x) - g(x)$ за $\forall x \in \overline{X}$
3) $(f.g)(x) = f(x) . g(x)$ за $\forall x \in \overline{X}$
4) Ако за $\forall x \in \overline{X} \to g(x) \neq 0$, $\left(\frac{f}{g}\right)(x) = \frac{f(x)}{g(x)}$ за $\forall x \in \overline{X}$.

$\boxed{D}$ Нека $R(f) \subset D(g)$. Композиция: $(g \circ f)(x) = g(f(x))$, $x \in D(f)$.

$$\underbrace{D(f) \xrightarrow{f} D(g) \xrightarrow{g} \mathbb{R}}_{g \circ f}$$

→ Елементарни функции

1) $f(x) = const$
2) $f(x) = x^n$, $n \in \mathbb{N}$
3) $f(x) = x^\alpha$, $\alpha \in \mathbb{R}$
4) $f(x) = a^x$, $a > 0, a \neq 1$
5) $f(x) = \log_a x$, $a > 0, a \neq 1$
6) $f(x) = \sin x \mid \cos x \mid tg x \mid cotg x \mid$
7) $f(x) = \arcsin x \mid \arccos x \mid arctg x \mid arccotg x \mid$

Неелементарна функция: $f(x) = \begin{cases} 0, & x \in \mathbb{I} \cap [0,1] \\ 1, & x \in \mathbb{Q} \cap [0,1] \end{cases}$ } функция на Дирихле

1) Многочлен /полином

$f(x)=a_0x^n+a_1x^{n-1}+\dots+a_{n-1}x+a_n$, $n\in\mathbb{N}\cup\{0\}$, $a_i\in\mathbb{R}$

2) Рационална функция

$R(x)=\dfrac{P(x)}{Q(x)}$ ⟶ полином

3) Ирационална функция

$f(x)=x^p \longrightarrow p\in\mathbb{Q}\setminus\mathbb{Z}$

⟶ Графика на функция

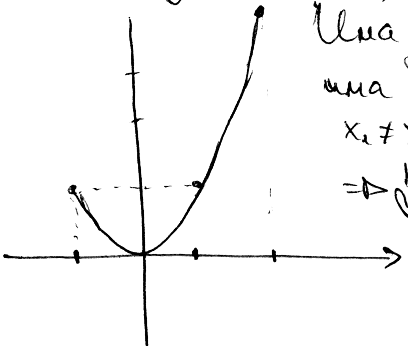
$\boxed{D}$ Нека $\langle X, f\rangle$ е функция. Графика на функцията f се нарича:

$$\Gamma_f=\{(x,f(x)) : x\in X\}$$

$\boxed{D}$ Нека $y=f(x)$ с дефиниционно множество $D(f)$.

За $\forall y\in R(f)\ \exists!\, x\in D(f) : f(x)=y \Rightarrow f^{-1}$ – обратна функция

Пример: $y_1=f_1(x)=x^2$, $D(f_1)=[-1;2]$; $y_2=f_2(x)=x^2$, $D(f_2)=[0,2]$

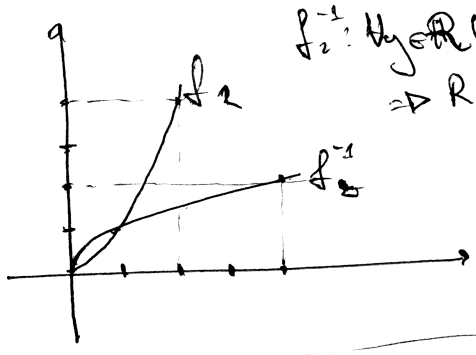


Има y_1, за който има $f(x_1)=f(x_2)=y$, $x_1\neq x_2 \Rightarrow$

$\Rightarrow$ Няма обратна функция.

$f_2^{-1}: \forall y\in R(f) \rightarrow \exists!\, x : f_2(x)=y$

$\Rightarrow R(f_2)=[0,4]$



! Графиката на обратната функция е симетрична относно ъглополовящата на координатната система на графиката на оригиналната функция.