

ТЕСТ 2, Анализ I

КН, 10 юни 2009

1. Намерете производните. Не упростивайте.

10т.

a) x^{x^x}

b) $x^{\sin(\sin x)}$

2. Намерете границата:

20т.

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left[(x+\pi)^{1+\frac{1}{x}} - x^{1+\frac{1}{x+\pi}} \right]$

3. Докажете, че уравнението

20т.

$$3x^2 - x - \cos 2x = 0$$

има точно 2 реални корена

4. Нека $0 < a < b < \frac{\pi}{2}$

20т.

Докажете, че $\exists \xi \in (a, b)$ т.ч.

$$\frac{b \cos a - a \cos b}{\sin b \cos a - \cos b \sin a} = \cos \xi + \xi \cdot \sin \xi$$

използвайте всичката 2.0.

5. Изследвайте функцията и нагъртайте

30т.

нейната графика в $[0, 2\pi]$

$$f(x) = \sin 2x + x$$

EXTRA CREDIT

10т. 1. Нека $\varphi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ е т.ч.

$$|\varphi(x) - \varphi(y)| \leq |x - y|^2 \quad \forall x \neq y$$

Докажете, че φ е константа

10т.

2. Ако $\varphi: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ е 2-ти дифер. и

$$\varphi''(x) + \varphi(x) = 0, \quad \varphi(0) = 0, \quad \varphi'(0) = 0$$

$$\Rightarrow \varphi'(x) = \varphi(x) = 0 \quad \forall x$$