

ТЕСТ 2

КН I к. I сем.
2005/2006

① Намерете производните на функциите:
20т.

5т. а) $f(x) = (\ln x)^{\frac{x}{3}}$

5т. б) $f(x) = \arccos(\sqrt{x} \log_2 \sin x)$

5т. в) $f(x) = (\cos x)^{e^x \arccot x}$

5т. г) $f(x) = 2^{2+x} \cdot \frac{\sin(\sin(\sin^2 x))}{\sin^2 x + \sin^2 2x}$

20т. ② Намерете границите:

15т. а) $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{\ln(2x + \sqrt{1+4x^2})} - \frac{1}{\ln(1+2x)} \right]$

5т. б) $\lim_{x \rightarrow 0} \left[\frac{1}{1-\cos x} - \frac{2}{x^2} \right]$

20т. ③ Покажете, че уравнението $x^2 - x - \cos 2x = 0$ има точно два реални корена

40т. ④ Изследвайте функцията $f(x) = x^{2/3} (x-1)^{1/3}$ и намерете:
графиката и а) граници, асимптоти - 5т.; б) $f'(x)$, критични точки - 5т.; в) растеж, намаляване, екстремуми - 5т.; г) втора производна + критични точки - 5т.; д) изтохнато, изтохнато - 5т.; е) дотирателни в крит. точки - 5т. ж) график - 10т.)

EXTRA CREDIT

20т. ⑤ Намерете $\lim_{x \rightarrow \infty} \left((x+3)^{1+\frac{1}{x}} - x^{1+\frac{1}{x+3}} \right)$

20т. ⑥ Изследвайте и намерете графиката на $f(x) = \frac{(x-1)^{2/3} (x-2)^{2/3}}{(x-3)^{1/3}}$