

Задачи за първо домашно по ЕАИ на **4 и 5** гр, 1к, сп. Компютърни Науки.
Проверката ще се състои на **21 април 2010, сряда**, по време на упражненията

22 март 2010г.

Задача 1 Да се детерминира автоматът, зададен от следната таблица на преходите:

δ	a	b
$\rightarrow q_0$	$\{q_2, q_1\}$	\emptyset
$*q_1$	$\{q_1, q_2\}$	$\{q_3\}$
q_2	$\{q_1, q_3\}$	\emptyset
$*q_3$	$\{q_2\}$	$\{q_4\}$
q_4	\emptyset	$\{q_3\}$

Задача 2 Да се минимизира автоматът, зададен с таблица на преходите:

δ	a	b
$\rightarrow q_0$	q_1	q_2
q_1	q_3	q_4
q_2	q_4	q_3
q_3	q_7	q_4
q_4	q_6	q_3
q_5	q_6	q_3
$*q_6$	q_7	q_5
$*q_7$	q_6	q_5

Задача 3 Нека $\Sigma = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$. Да се построи краен детерминиран автомат за:

- а) езика $L_1 = \{\alpha \in \Sigma^* \mid \alpha \text{ се дели на } 8, \text{ разглеждана като число}\}$.
- б) езика $L_2 = \{\alpha \in \Sigma^* \mid \alpha \text{ дава остатък } 3 \text{ при деление на } 4\}$.
- в) езика $L_3 = \{\alpha \in \Sigma^* \mid \alpha \text{ дава остатък } 3 \text{ при деление на } 4 \text{ или се дели на } 8\}$

Минимизирайте получените автомати.

Задача 4 Да се построи краен, детерминиран автомат за езика:

- а) $L = \{\alpha \in \{0, 1\}^* \mid \alpha \text{ съдържа } 010 \text{ като поддума}\}$
- б) $L = \{\alpha \in \{0, 1\}^* \mid \alpha \text{ съдържа } 010 \text{ като наставка}\}$
- в) $L = \{\alpha \in \{0, 1\}^* \mid \alpha \text{ съдържа поне две срещания на } 010 \text{ като поддума}\}$
- г) $L = \{\alpha \in \{0, 1\}^* \mid \alpha \text{ съдържа точно едно срещане на } 010 \text{ като поддума}\}$

Задача 5 Да се минимизират автоматите, получени в Задача 4.

Задача 6 Нека $\alpha = ababc$. Да се построи минимален, краен детерминиран автомат за:

1. езика, състоящ се от всички наставки на α .
2. езика, състоящ се от всички поддуми на α .
3. езика, състоящ се от всички подпоследователности на α .
4. езика, състоящ се от всички думи $\alpha \in (a, b, c)^*$, които съдържат като поддума някоя от поддумите на α с дължина поне 3.

Задача 7 За дума $\alpha \in \{a, b\}^*$ с $A(\alpha)$ бележим броя на буквите a в α , а с $B(\alpha)$ – броя на буквите b . Да се докаже, че:

1. езикът $L_1 = \{\alpha \in \{a, b\}^* \mid |A(\alpha) - B(\alpha)| \leq 2\}$ **не е** регулярен.
2. езикът $L_2 = \{\alpha \in \{a, b\}^* \mid \alpha \text{ има представка } \beta, \text{ за която } |A(\beta) - B(\beta)| \geq 3\}$ **е** регулярен.

3. езикът

$$L_3 = \{\alpha \in \{a, b\}^* \mid \text{за всяка поддума } \beta \text{ на } \alpha, |A(\beta) - B(\beta)| \leq 2\}$$

е регулярен.

Постройте крайни, детерминирани, минимални автомати, разпознаващи L_2 и L_3 .

Задача 8 Нека L_1 е регулярен език. Кои от следните езици са регулярни, кои не са и за кои не може да се отговори еднозначно на този въпрос? Обосновете се.

1. $L^R = \{\alpha \mid \alpha^R \in L_1\}$.

2. $L = \{\omega \in \{a, b\}^* \mid \omega = \omega^R\}$.

3. $L = \{a^n b^{2n} \mid n \in \mathbb{N}\}$.

4. $L = \{a^p \mid p \text{ е просто число}\}$.

5. $L = \{a^{f_n} \mid f_0 = f_1 = 1, f_{n+2} = f_{n+1} + f_n\}$.

6. $L = \{a^m b^{2n} \mid m \geq n, m, n \in \mathbb{N}\}$.

7. $L = \{\alpha \mid \alpha = b a b a^2 b a^3 \dots b a^k, \text{ за някое естествено число } k\}$.

8.

$$L = \{\alpha \in \{0, 1\}^* / \{0, 1\}^* \mid \bar{\alpha} = p/q \text{ е съкратима рационална дроб в двоична бройна система}\}.$$

9.

$$L = \{\alpha \in \{0, 1\}^* / \{0, 1\}^* \mid \bar{\alpha} = p/q \text{ е несъкратима рационална дроб в двоична бройна система}\}.$$

Задача 9 За регулярен език L с $ind(L)$ бележим индекса на релацията на Нероуд-Майхил, породен от L . Да се докаже, че за всеки два регулярни езика L_1 и L_2 са в сила оценките:

1. $ind(L_1 \cap L_2) \leq ind(L_1)ind(L_2)$.
2. $ind(L_1 \cup L_2) \leq ind(L_1)ind(L_2)$.
3. $ind(L_1 L_2) \leq 2^{ind(L_1)+ind(L_2)}$