

# Тестен анализ II

13.09.2009

Компютърни науки,

1. Пресметнете неопределените интеграли:

15т. а)  $\int \arcsin \frac{2x}{1+x^2} dx$  (за  $x < -1$ )

15т. б)  $\int \frac{6x+3}{\sqrt{(x^2+2x+2)^3}} dx$

20т. 2. Нека  $f: (0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  е непрекъсната

и  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = l$ .

Докажете, че  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\int_0^x f(t) dt}{x} = l$

20т. 3. Намерете рязуса на сходимост на степенния ред

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{k^3 \cdot \sin k \cdot x^k}{5^k}$$

20т. 4. Помогнете (с крайка обосновка) кои от изписаните са сходими и кои - не:

а)  $\int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{x(2-x)^4}}$

б)  $\int_1^4 \frac{\ln^2(4-x)}{\sqrt[3]{(4-x)^5}} dx$

в)  $\int_2^{+\infty} \frac{\ln^2 x}{\sqrt[3]{x^5}} dx$

г)  $\int_0^1 \frac{\ln x}{(x^2-1)^2} dx$

20т. 5. Намерете най-малката и най-голямата стойност на  $f(x,y) = y^2 \cdot e^{-4x^2+3y-y^2}$  в множеството  $D: 4x^2+y^2 \leq 5$  и в  $\mathbb{R}$

(Общо 110 точки. Оценката е на база 100т. т.е. е равна с възможност за публикуване на резултат)